F1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVIII NUMĂRUL 1 ANUL 1976
IANUARIE — APRILIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă;* Prof dr. docent ing. *George Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Academician Prof. *Emilian Bratu,;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua ;* Prof. dr. *Ion Grădişteanu ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu ;* Prof. ing. *Ştefan Mantea ;* Prof. dr. ing. *Marius Preda ;* Prof. ing. *Mihai Renert ;* Conf. dr. ing. *Mircea Soare ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru.*

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper through ILEXIM import export press, 64—66 Griviţei st., P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1988

Sumar

MATEMATICA

Odetta Mălăncioiu

Reţele discrete şi rezolvarea unor proprietăţi ergodice cu ajutorul lor . . . 7

C. Târcolea

Unele proprietăţi ale repartiţiilor de tip în reţea 13

FIZICA

Doina Gavrilă, H. Gavrilă

Proprietăţile electrice ale unor sisteme polimerice global nepolare, în cîmp electric alternativ 17

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu, V. Părăuşanu

Analiza produşilor ce rezultă în procesul de oxidare a dicumenului prin spectrofotometrie de absorbţie în I. R. 25

D. Camboli, Neli Demian, Carmen Ambruş, Eva Butuceanu

Etudes conductometriques des systemes formes par les sels de Pd(II) et les amines. Note I. Le systeme $PdCl_2$—py—KSCN 29

I. Constantinescu, Sz. Lanyi, Irina Constantinescu, I. Negoiţă

Tratarea apelor cu conţinut de substanţe organice, în vederea obţinerii apei destinate a fi utilizată în instalaţii tehnologice care lucrează în regim de temperaturi şi presiuni ridicate 33

MECANICA

N. Pandrea

O metodă directă pentru analiza poziţională a mecanismelor spaţiale 39

TERMOTEHNICA

D. Stefănescu, Carmen Papadopol

Rezolvarea problemei transmisiei de căldură prin conductibilitate în regim nestaţionar în cazul cilindrului plin cu ajutorul calculatorului numeric 49

Vs. Radcenco

Corelaţia dintre pierderile provocate de ireversibilitatea transferului de căldură în recuperator şi raportul optim de creştere a presiunii în compresorul instalaţiei de turbină cu gaze cu recuperare de căldură 55

REZISTENŢA MATERIALELOR

C. Ispas, I. Constantinescu, Elena Mihăilescu

Cercetări experimentale privind existenţa efectului Sommerfeld la rectificare 63

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

A. Brăgaru A. Vlase, Ctin. Stăncescu

Aplicarea codificării la alegerea operativă a regimului de așchiere la strunjire 69

I. Popescu

Asupra preciziei de orientare a cuțitelor pe strunguri și mașini de rabotat 77

ELECTROTEHNICA

M. Iordache

O demonstrație a teoremei a II. -a a similitudinii 83

AUTOMATICA

V. Găburici, I. Catană

Metode de analiza a circuitelor de corecție pneumatice 91

F. Moraru, L. Stoicescu

Rezultatele unor măsurători de performanțe efectuate asupra sistemului de calcul Felix C — 256 99

TRANSPORTURI-

I. Sebeșan

Influența fenomenului de „stik-slip" asupra parametrilor sistemului de antrenare ale vehiculului de tracțiune 105

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 517

Odetta Mălăncioiu

Discrete Skeleton and the Getting of Some Ergotic Properties by Their Use.

This work deals with some problems of geometric ergodicity for the discrete time processes, which extend on continuous time Markov processes by means of the discrete skeleton.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 517

C. Târcolea

Quelques propriétés des répartitions du type discret.

Dans cet article sont énoncés et démontrées quelques théorèmes sur les fonctions caractéristiques des répartitions du type discret comme :

$$R_e\,[1 - J\,(ku)] \leqslant k^2 \cdot R_e\,[1 - J(u)]$$

$$Ak \in N, \quad U = 0, \pm 1. \pm 2; \ldots$$

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 535.51:542.952.6

Doina Gavrilă, H. Gavrilă

Les propriétés électriques de certains systèmes nonpolaires en champ électrique alternatif

On étudie le comportement de certains systemes polymères nonpolaires, en prenant comme point de dèpart le modèle en zigzag de la molécule polymère.

On établie l'expression de la permitivité et des pertes diélectriques pour le cas d'un champ électrique alternatif de faible intensité, dont le vecteur est contenu dans le plan de la macromolécule.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 543.41

O. Landauer, C. Mateescu, V. Părăuşeanu

L'analyse des produits qui résultent du processus de l'oxydation de dicumène par spectrophotomètrie d'absorbsion en i.r.

On a elaboré une méthode analytique pour déterminer la concentracion des produits oxydés du dicumène.

On a signalé les suivants composés oxydés : le hydropéroxyde de cumène, le péroxyde de cumène, l'acétophénone, en présence du méthylstyrolène non oxydé.

On a utilisé comme solvent le sulfure de carbone.

L'exactité de la méthode est de $\pm$ 3%.

La méthode peut être utilisée pour diriger le processus d'obtenir le peroxyde de dicumène et pour le contrôle de la qualité du produit.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 547.415.1

D. Camboli, C. Ambruş, N. Demian, E. Butuceanu

Conductometric Studies of the System Pd(II) and Amines. 1. Note: The system $PdCl_2$ — py — KSCN.

There was studied the conductometric behaviour of the system $PdCl_2$— py — KSCN. The diagrams representing the variation of the resistence of the system depending on the amount of amine are given. They permit the discussion of the system composition and the stability of the obtained compounds.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

D.K. 621.187.12

I. Constantinescu, Sz. Lanyi, Irina Constantinescu I. Negoiţă

Die Behandlung von Wasser mit organischen Verunreinigung zum Zwecke der Herstellung von Wasser für technologischen Anlagen die bei hohen Temperaturen und Drücken arbeiten.

Die Autoren studieren die Moglichkeiten der Entferung von organischen Verunreinigungen, besonders Humicsäuren, die in einigen Wasser die in der Anlagen fur Dampferzeugung verwendet sind.

Es wurde festgestellt dass die Verwendung einer Technologie mit Ionenaustausch, in drei Stufen: Hindurchleitung des Wassers durch einen Kathionit, Hindurchleitung des Wassers durch einen starken Anionit und schlieslich Hindurchleitung des Wassers durch einen makroporosen Anionit die Herstellung von Wasser mit den für Dampfanlagen nötigen Eigenschaften erlaubt.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

D.C. 621—23

N. Pandrea

A Direct Method for the Analysis of the Spatial Mechanismus

The paper presents an immediate approach for the positional analysis of the spatial mechanisms.

The theory of screws and dual matrixes is used as mathematic device.

The final section presents a few examplex illustrating the way of using this method.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 536.2

D. Ştefănescu, Carmen Papadopol

La solution du problème de la transmission de la chaleur par conductibilité en régime variable dans le cas du cylindre massif à l'aide du calculateur numériqne.

On présante en ouvrage le schéma logique pour le calculateur numérique en ce qui concerne la relation obtenure à l'aide de la transformé de Laplace pour le cylindre massif. Conformément à un exemple numérique on a tracé et le champs de temperature pendant le chauffage du cylindre.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.K. 536.2

Vs. Radcenco

Die Korrelation zwischen der Ursache der irreversibelen Wärmeübertragung im Rekuperator und die optimale Druckbeziehung im Kompressor der Gasturbineanlage mit Wärmerekuperation.

Auf Grund der Irreversibilität des Arbeitsprozesses, analysiert die Arbeit die Gasturbineanlage mit Wärmerekuperation. Es wird gezeigt, dass es eine optimale Drukbeziehung im Kompressor gibt, die von finiter Temperaturdifferenz abhängt und einen irreversibelen Charakter dem Wärmeaus tausch im Rekuperator verlieht.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 620.1

C. Ispas, I. Constantinescu, Elena Mihăilescu

Recherches experimentalles sur l'existence de l'effet Sommerfeld á la rectification

On prouve expérimentallement l'existence de l'interdépendance entre les vibrations de l'arbre principal d'une machine á rectifier et la nonuniformité de son mouvement de rotation. Dans ce but on a calculé le coéfficient de corrélation entre le déplacement et la vitesse angulaire de l'arbre. En conclusion on affirme que l'interdépendance mentionnée est l'une des causes de l'apparition des ondulations sur la pierre á rectifier.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

D.C. 621.96

A. Brăgaru, A. Vlase, C. Stăncescu

Rapid Chaise of Operating Conditions by Codification in Turning

The work deals with presentation of a codification method of operating conditions in turning of metals, to short the time of computing process.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 621.96

I. Popescu

Sur la precision pe positionement des outils sur les tours

Utilisant la relativité des systèmes de références des tour, port-outil et outil, on a étè etabli les relations matematiques pour le calcule de la precision de positionement de l'outil sur les trois directiones rectangulaires- x, y, z.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 530.17

M. Gh. Iordache

A Demonstration of the Second Theorem of Similitude

In this paper, a strictly mathematical demonstration of the second theorem of similitude is presented, starting with the structural independence of the physical phenomena of selecting the units of the fundamental quantitites, interferring into the structure of these phenomena.

This property can be also expressed as follows: if physical phenomena exist and take place independently of our conscience, the mathematical functions expressing them, have to be dimensionally homogenous, that is not be depended on the fundamental units adopted by men.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

D.C. 621—52

V. Găburici, I. Catană

Methodes for Analysis of Circuits for Pneumatic Correction

In this paper are presented some methods for analysis of pneumatic networks.

Some of them are known from technical literature, others are developed by the authors.

These methods can be applied at studyng the linear networks.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

D.C. 681

F. Moraru, L. Stoicescu

The Results of Some Performance Measurements on the Felix C—256 Computer System

By processing the data from the accounting file the authors have determined some important performance values and the workload profile for the Roumanian computer system Felix C—256 used at the Polytechical Institute of Bucharest.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

C.D. 629.113

I. Sebeşan

L'influence du phénomène de Stick-slip sur les paramètres du systeme de comande d'un véhicule de traction.

Les oscillations stick-slip de systeme du commande d'un véhicule apparaissent comme phénomène secondaire du frottement sous le mouvement de système. Au moyen de la théorie de stabilité on peut obtenir les conditions nécessaires pour éviter les oscillations stationnaires stik-slip. On peut tirer des conclusions pour la conception d'un tel système.

Bul. Inst. politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 1/1976

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C. Z.: 517

RETELE DISCRETE ȘI REZOLVAREA UNOR PROPRIETĂȚI ERGODICE CU AJUTORUL LOR *

ODETTA MĂLĂNCIOIU

Fie $(\xi_n)_{n\in N}$ un lanț omogen cu timp discret definit pe o mulțime de stări E. Notăm cu $p_{ij}^{(n)}(i, j \in E, n=0, 1, 2, \ldots, n)$ probabilitățile de trecere în n pași și definim pentru toți i, j $p_{ij}^{(0)}=\delta_{ij}$, unde δ_{ij} înseamnă simbolul lui Kronecher.

D. G. Kendall a introdus termenul de ergodicitate geometrică exprimată prin convergența exponențială a lui $p_{ij}^{(n)}$ către limita sa ergodică, cînd $n \to \infty$ și a stabilit clasa caracteristică a acestei proprietăți. Mai explicit, este vorba de convergența șirurilor $(p_{ij}^{(n)} - \pi_{ij})$. Kendall a arătat că dacă lanțul este ireductibil și aperiodic atunci pentru orice trecere $i - j$ există numerele finite M_{ij}, ρ_{ij} cu $\rho_{ij} < 1$ astfel ca

$$|p_{ij}^{(n)} - \pi_{ij}| < M_{ij}\ \rho_{ij}^n \tag{1}$$

Lanțul este numit atunci *geometric ergodic*

Considerînd șirul $\{p_{ij}^{(n)}\}$ s-a pus întrebarea [3] dacă pot fi găsite niște numere $K_{ij}(0 < K_{ij} < \infty)$ astfel ca pentru toți n,

$$p_{ij}^{(n)} \leqslant K_{ij}\ p_{ij}^n \tag{2}$$

sau echivalent dacă

$$\lim_{n\to\infty} \sup \{p_{ij}^{(n)}\}^{\frac{1}{n}} < 1 \tag{3}$$

Rezultatul de bază al lui Vere-Jones [3] este că membrul stîng al lui (3) este într-un lanț ireductibil, independent de i și j.

Analog, dacă $X(t)$ este un proces omogen cu timp continuu pe mulțimea stărilor E, iar $p_{ij}(t)$ probabilitățile sale de trecere, într-o clasă ireductibilă, limita

$$\lim_{t\to\infty} \log\ [p_{ij}(t)]^{\frac{1}{t}} \tag{4}$$

există și este independentă de i și j.

* Manuscris predat redacției la data de 15 octombrie 1973

În continuare vom studia cîteva proprietăți ergodice ale proceselor Markov cu timp continuu și ale rețelelor lor discrete.

Definiție [1] Dacă $X(t)$ $(t \geqslant 0)$ este un proces Markov cu timp continuu, cu mulțimea stărilor E, atunci pentru orice $h > 0$, procesul cu timp discret $X(nh)$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ este de asemenea un proces Markov numit rețea discretă (the discrete skeleton) la scara h a lui $X(t)$.

Importanța introducerii rețelelor discrete constă în următorul fapt : putem găsi teoreme referitoare la procesele Markov cu timp continuu, aplicînd teoreme știute pentru procesele cu timp discret la rețelele lor discrete.

Considerăm de exemplu o probabilitate de trecere de forma

$$p(t) = P\{X(t) \in A / X(0) = x\} \tag{5}$$

unde $x \in E$, $A \subseteq E$. Atunci probabilitățile de trcere corespunzătoare pentru rețeaua discretă la scara h sînt :

$$p(hn), \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

Lucrarea de față pune în lumină importanța rețelelor discrete în problema ergodicității geometrice. Mai explicit : vom deduce rezultatele la limită pentru o funcție $f(t)$ cînd $t \to \infty$ dintr-o cunoaștere a comportării limită a șirurilor $f(nh)$ pentru diferite valori ale lui h. Dacă presupunem că o teoremă „ergodică" referitoare la procesele cu timp discret dă în informație asupra comportării limită a șirurilor $p(nh)$ cînd $n \to \infty$, ne așteptăm să putem deduce rezultatele la limită pentru o funcție $p(t)$ cînd $t \to \infty$ și astfel putem demonstra o teoremă ergodică pentru procesul $X(t)$ cu timp continuu.

În cele ce urmează vom da enunțul teoremei lui Croft [2] și apoi cîteva teoreme ce o generalizează pe aceasta.

Fie $f(t)$ o funcție reală, continuă pe $R^+(0 < t < \infty)$ astfel că pentru orice $h > 0$

$$f(nh) \to 0 \qquad \text{cînd} \qquad n \to \infty \tag{6}$$

Atunci : $$f(t) \to 0 \qquad \text{cînd} \qquad t \to \infty \tag{7}$$

Teorema 1

Fie $f : R^+ \to R$ continuă. Dacă pentru orice $h > 0$, $\lim_{n \to \infty} f(nh) = L$ unde L este finit și independent de h, atunci

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = L \tag{8}$$

Teorema 2

Fie O_k $(k = 1,2, \ldots)$ o familie numărabilă de mulțimi deschise nemărginite din R. Atunci în orice interval din R, există un număr h cu proprietatea că pentru orice k, $nh \in O_k$ pentru o infinitate de întregi n.

Aceste teoreme pot fi aplicate în întregime la procese Markov generale, dar vom ilustra metoda de aplicare la lanțuri Markov cu probabilită-

țile de trecere staționare. Aceste probabilități $p_{ij}(t)$ unde $p_{ij}(t) = P\{X(s+t)=j \mid X(s) = i\}$ se caracterizează prin aceea că sînt independente de s.

Mai presupunem că procesul este standard, adică

$$p_{ij}(t) \to \delta_{ij}(t \to 0) \tag{9}$$

și urmează [1] că orice $p_{ij}(t)$ este uniform continuă în R^+ și că orice probabilitate $p_{ij}(t)$ este fie strict pozitivă, fie identic zero pe R^+.

În aceste condiții rețeaua discretă la scara h este un lanț Markov S_h cu timp discret cu probabilitățile de trecere în n pași

$$p_{ij}^{(n)}(h) = p_{ij}(nh) \tag{10}$$

Cea mai simplă teoremă ergodică care poate fi aplicată lui S_h este teorema limită a lui Kolmogorov [1], care arată că limita

$$\pi_{ij}(h) = \lim_{n\to\infty} p_{ij}^{(n)}(h) = \lim_{n\to\infty} p_{ij}(nh)$$

există pentru toți $h > 0$, $i, j \in E$.

Teorema 1 arată că $\pi_{ij}(h)$ este independentă de h și că

$$\pi_{ij} = \lim_{t\to\infty} p_{ij}(t) \text{ există} \tag{11}$$

Aceasta este teorema limită centrală pentru lanțuri cu timp continuu.

Presupunînd că lanțurile sînt standard și ineductibile, pentru orice $i, j \in E$ și orice $t > 0$, rezultă că $p_{ij}(t) > 0$. Dacă limitele (11) sînt independendente de i, putem defini „limitele ergodice" ale lanțului prin

$$\pi_j = \lim_{t\to\infty} p_{ij}(t) \tag{12}$$

Dînd o definiție similară pentru limite ergodice la un lanț ireductibil, aperiodic cu timp discret, vedem că limitele ergodice ale rețelei discrete S_h sînt aceleași cu ale procesului cu timp continuu inițial.

În cele ce urmează vom enunța teorema lui Karlin [5] variabilă pentru cazul discret. Ea poate fi transpusă la procese Markov cu timp continuu, precum și la probabilități tabco.

Teorema lui Karlin spune că dacă $p_{ij}^{(n)}$ sînt probabilități de trecere în n pași ale unui lanț Markov inductibil aperiodic și dacă α este un număr întreg pozitiv, atunci sau toate stările sau nici una din E, satisfac relația

$$p_{ii}^{(n)}(n) = \pi_i + O(n^{-\alpha}) \text{ cînd } n \to \infty \tag{13}$$

Pentru procese cu timp continuu, relația (13) devine

$$p_{ii}(t) = \pi_i + 0(t^{-\alpha}) \text{ cînd } t \to \infty \tag{14}$$

Iată teorema analoagă pentru procese ce ocolesc mulțimea taboo $H \subset E$.

Teorema 3 Dacă ${}_H p_{ij}(t)$ $(i, j \in E)$ sînt probabilități de trecere ale unui proces Markov standard cu limitele ergodice π_j și dacă α este un întreg pozitiv, atunci sau toate stările din $(E-H)$ sau nici una satisfac relația

$$ {}_H p_{ij}(t) = \pi_i + 0^{-\alpha}(t) \text{ cînd } t \to \infty \tag{15}$$

(${}_H p_{ii}(t)$ este probabilitatea ca plecînd din starea i să se reîntoarcă în aceeași stare ocolind submulțimea de stări $H \subset E$).

Demonstrație

Presupunem că (15) are loc pentru o stare $c \in (E-H)$.
Atunci pentru orice $h > 0$

$$ {}_H p_{cc}^{(n)}(h) = {}_H p_{cc}(nh) = \pi_c + 0(n^{-\alpha}) \text{ cînd } n \to \infty $$

Relația (13) o putem aplica rețelei S_h pentru toți $i \in (E - H)$, iar dacă ${}_H f_i$ este funcția

$$ {}_H f_i(t) = t^{\alpha} | {}_H p_{ii}(t) - \pi_i | $$

atunci ${}_H f_i(nh) \to 0$ cînd $n \to \infty$ pentru orice $h > 0$.

Deoarece ${}_H f_i$ este continuă pe R^+ (întrucît ${}_H p_{ii}$ este continuă) din teorema lui Croft avem :

$$ {}_H f_i(t) \to 0 \quad \text{cînd} \quad t \to \infty, $$

adică

$$ \lim_{t \to \infty} | {}_H p_{ii}(t) - \pi_i | = 0 $$

și relația (14) e adevărată.

Teorema 4

Fie $p_{ij}(t)$ $(i, j \in E)$ probabilitățile de trecere ale unui proces Markov standard ireductibil cu limitele ergodice π_j. Presupunem că pentru o pereche de stări s_1, s_2 (distincte sau nu) și un $\mu > 0$

$$ \begin{aligned} p_{s_1 s_2} &= \pi_{s_2} + 0(e^{-\mu t}) \text{ pentru } t \to \infty \\ p_{s_2 s_2} &= \pi_{s_2} + 0(e^{-\mu t}) \text{ pentru } t \to \infty \end{aligned} \tag{16}$$

Atunci există $\lambda > 0$, astfel că pentru toți $i, j \in E$,

$$ p_{ij}(t) = \pi_j + 0(e^{-\lambda t}) \text{ pentru } t \to \infty \tag{17}$$

Demonstrație

Pentru orice i, j din E, definim :

$$b_{ij} = \sup \{a : a \geqslant 0, p_{ij}(t) = \pi_j + 0(e^{-at})\}$$

Atunci pentru fiecare i, j din E și orice întreg pozitiv k, funcția continuă

$$F_{ijk} = |p_{ij}(t) - \pi_o| \, e^{\{(b_{ij}+k^{-1})t\}}$$

nu tinde la zero cînd $t \to \infty$ și astfel există numerele pozitive α_{ijk} astfel că mulțimile deschise $0_{ijk} = \{t : t \geqslant 0, F_{ijk} > \alpha_{ijk}\}$ sînt toate nemărginite. Din teorema 2 (aplicată la familia numărabilă de mulțimi deschise 0_{ijk}, $(i, j \in E, k=1,2\ldots)$ există $h>0$ astfel că pentru orice alegere a lui i, j, k avem $nh \in 0_{ijk}$ pentru o infinitate de întregi n.

Acum fixăm această valoare a lui h și considerăm rețeaua discretă S_h. Relațiile (16) arată că trecerile $s_1 - s_2$ și $s_2 - s_1$ sînt geometric ergodice în S_h. Folosind teorema lui Vere-Jones [3] care spune că există ρ $(0 < \rho < 1)$ astfel că pentru orce $i, j \in E$

$$p_{ij}(hn = p_{ij}^{(n)}(h) = \pi_j + 0(\rho^n)$$

Prin urmare

$$F_{ijk}(nh) = 0[\rho^n \cdot e^{(b_{ij}+k^{-1})nh}]$$

Dacă h a fost ales astfel ca $F_{ijk}(nh) > \alpha_{ijk}$ pentru o infinitate de întregi n, va trebui să avem

$$\rho \cdot e^{\{(b_{ij}+k^{-1})h\}} \geqslant 1$$

Rezultă $(b_{ij} + k^{-1}) \geqslant h^{-1} \ln \rho^{-1}$. Trecînd la limită pentru $k \to \infty$, avem

$$b_{ij} \geqslant h^{-1} \ln \rho^{-1} > 0$$

Deci dacă alegem λ astfel ca $0 < \lambda < h^{-1} \ln \rho^{-1}$, vom avea $\lambda < b_{ij}$ și ținînd seama de definiția lui b_{ij}, rezultă

$$p_{ij}(t) + \pi_j + 0\,(e^{-\lambda t}) \text{ cînd } t \to \infty \text{ c. c. t. d.}$$

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *K. L. Chung*, Markov Chains with Stationary Transition Probabilities (Springer Berlin, 1960).
2. *H. T. Croft*, A Question of Limits Evreka 20 (1957)
3. *D. Vere-Jones*, Geometric Ergodicity in Denumerable Markov Chains. Quart. J. Math. (Oxford) (2) (13) 1962.
4. *M. Iosifescu P. Tăutu*, Procese stohastice și aplicații în biologie și medicină București 1968.
5. *K. J. Arrow, I. Karlin*, Geometric Erodicity and the Theory of Queues, Mathematical Methods in the Social Sciences. (Stanford, California, 1960).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 517

UNELE PROPRIETĂȚI ALE REPARTIȚIILOR DE TIP ÎN REȚEA

CONSTANTIN TÂRCOLEA

În lucrare sînt date unele proprietăți ale funcțiilor caracteristice ale repartițiilor de tip în rețea.

§ 1. Funcții caracteristice ale repartițiilor în rețea unidimensionale.

1.1. Fie τ o variabilă aleatoare unidimensională care ia valoarea m $(0, \pm 1, \pm 2, ..)$ cu probabilitatea p_m; vom nota cu J_F, funcția caracteristică corespunzătoare repartiției F, a variabilei τ.

După cum se știe, funcția J_F, este definită prin relația:

$$J_F(u) = M(e^{iu\tau}) = \sum_{-\infty}^{\infty} p_m e^{ium} \tag{1}$$

unde $\sum_{-\infty}^{\infty} p_m = 1$.

1.2. *Propoziție* [1] Funcția $|J_F(u)|$ este periodică, de perioadă 2π și

$$|J_F(2\pi)| = 1 \tag{2}$$

Mai mult chiar, este adevărată următoarea afirmație. Dacă este îndeplinită relația (2), atunci legea de repartiție F, este de tip în rețea.

O demonstrație a acestei afirmații, se găsește de exemplu, în [1].

1.3. *Teoremă.* Fie τ o variabilă aleatoare, care ia valoarea $m(0, \pm 1, \pm 2, ..)$, cu probabilitatea p_m și fie I_F, funcția sa caracteristică. Atunci relația

$$R_e[1 - I_F(ku)] \leqslant k^2 R_e[1 - I_F(u)] \tag{3}$$

are loc oricare ar fi $k \in N$;
Prin R_e am notat partea reală a funcției.

Manuscris predat redacției la data de 26 decembrie 1973

Demonstrație. Deoarece

$$R_e[1 - I_F(ku)] = \sum_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos kmu]\, p_m \tag{4}$$

și

$$R_e[1 - I_F(u)] = \sum_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos mu]\, p_m, \tag{5}$$

relația (3) devine

$$\sum_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos kmu]\, p_m \leqslant k^2 \sum_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos mu]\, p_m \tag{6}$$

Pentru a demonstra relația (6) va fi suficient să demonstrăm inegalitatea

$$1 - \cos kmu \leqslant k^2(1 - \cos mu), \tag{7}$$

oricare ar fi k număr natural și mu număr real.

Inegalitatea (7) se mai poate scrie și sub forma

$$1 - \cos kt \leqslant k^2(1 - \cos t), \tag{7'}$$

(unde t este număr real oarecare), sau încă

$$\sin^2 k\frac{t}{2} \leqslant k^2 \sin^2 \frac{t}{2} \tag{7''}$$

Vom demonstra prin inducție completă relația echivalentă

$$|\sin kv| \leqslant k\, |\sin v| \tag{7'''}$$

unde k este număr natural și v număr real

Pentru $k = 1$, inegalitatea se reduce la o egalitate evidentă.

Vom admite relația (7''') ca fiind adevărată pentru $k = l$,

$$|\sin lv| \leqslant l\, |\sin v|,$$

și o vom demonstra pentru $k = l + 1$

$$|\sin(l + 1)v| \leqslant (l + 1)\, |\sin v|.$$

Putem scrie

$$|\sin(l + 1)v| = |\sin lv \cos v + \cos lv \sin v| \leqslant l\, |\sin v| + |\sin v| = (l + 1)\, |\sin v|.$$

În acest fel, inegalitatea (7''') și deci (7) este adevărată pentru orice număr natural k și teorema este demonstrată.

1.4. *Propoziție.* Fie τ o variabilă aleatoare, care ia valoarea $m\,(0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ cu probabilitatea p_m; fie I_F, funcția sa caracteristică. Atunci are loc relația

$$R_e[1 - I_F(u)] \leqslant 2 \sum_{-\infty}^{\infty} m^2 p_m \tag{8}$$

Demonstrație.

$$R_e[1 - I_F(u)] = \sum_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos mu]\, p_m \leqslant 2 \sum_{-\infty}^{\infty} m^2 p_m.$$

1.5. *Consecință.* Fie I_F funcția caracteristică a unei variabile aleatoare de tip în rețea. Atunci inegalitatea

$$R_e[1 - I_F(ku)] \leqslant 2k^2 \sum_{-\infty}^{\infty} m^2 p_m \tag{9}$$

are loc oricare ar fi k natural.

Demonstrația este evidentă, dacă ținem seama de teorema (1.3) și propoziția (1.4).

§ 2. Funcții caracteristice ale repartițiilor în rețea n-dimensionale

2.1. Fie $\tau = (\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n)$ o variabilă aleatoare n-dimensională, având repartiția în rețea; $\tau_j\,; j = 1, 2, \ldots, n$, ia valoarea $m_j\,(0\,; \pm 1\,; \pm 2 \pm \ldots)$.

După cum se știe, funcția caracteristică a variabilei aleatoare τ, notată de exemplu I_F^*, este definită prin egalitatea

$$I_F^*(u_1, u_2, \ldots, u_n) = \sum_{\substack{-\infty \\ m_1, m_2, \ldots, m_n}}^{\infty} p_{m_1, m_2, \ldots, m_n} \exp\left(i \sum_{j=1}^{n} m_j u_j\right) \tag{10}$$

unde

$$\sum_{\substack{-\infty \\ m_1, m_2, \ldots, m_n}}^{\infty} p_{m_1, m_2, \ldots, m_n} = 1$$

2.2. *Propoziție* [1]. Funcția $|I_F^*(u_1, u_2, \ldots, u_n)|$ verifică relația $|I_F^*(2\pi, 2\pi, \ldots, 2\pi)| = 1$. Mai mult chiar, dacă sînt îndeplinite relațiile

$$\begin{aligned} &|I_F^*(2\pi, 0, \ldots, 0)| = 1 \\ &|I_F^*(0, 2\pi, \ldots, 0)| = 1 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &|I_F^*(0, 0, \ldots, 2\pi)| = 1, \end{aligned} \tag{11}$$

atunci legea de repartiție F, este o repartiție în rețea n-dimensională.

2.3. *Teoremă.* Fie $\tau = (\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n)$ o variabilă aleatoare, care are o lege de repartiţie în reţea, avînd funcţia caracteristică I_F^*. Atunci relaţia

$$R_e[1 - I_F^*(ku_1, ku_2, \ldots, ku_n)] \leqslant k^2 R_e[1 - I_F^*(u_1, u_2, \ldots, u_n)] \quad (12)$$

are loc oricare ar fi $k \in N$.

Demonstraţie. Deoarece inegalitatea

$$1 - \cos k(m_1u_1 + m_2u_2 + \ldots + m_nu_n) \leqslant$$
$$\leqslant k^2[1 - \cos(m_1u_1 + m_2u_2 + \ldots + m_nu_n)] \quad (13)$$

are loc oricare ar fi k natural, teorema este demonstrată.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Linnik I. V., Ostrovskii I. V.,* — Razlojenia sluciainîh velicin i vectorov, Izd. Nauka, Moskva 1972.
2. *Târcolea C.,* — Unele proprietăţi ale funcţiilor caracteristice, Studii şi cercetări matematice Nr. 5, 1974.
3. *Gihman I. I., Skorohod A. V.,* — Teoria sluciainîh proţessov, Izd. Nauka, Moskva (1971).
4. *Petrov V. V.,* Summî nezavisimih sluciainîh velicin, Izd. Nauka, Moscova, 1972.
5. *Prohorov Iu, Rozanov Iu,* Teoria veroiatnostei, Izd. Nauka, Moscova, 1973.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

FIZICĂ

C.Z.: 535.51:542.952.6

PROPRIETĂȚILE ELECTRICE ALE UNOR SISTEME POLIMERICE GLOBAL NEPOLARE, ÎN CÎMP ELECTRIC ALTERNATIV *

DOINA GAVRILĂ, H. GAVRILĂ

În ultima vreme a crescut considerabil atenția acordată de cercetători studiului structurii și diverselor proprietăți fizice ale polimerilor naturali sau sintetici, atît datorită considerabilei extinderi a aplicațiilor lor tehnice, cît și datorită remarcabilului interes științific pe care îl prezintă un asemenea studiu pentru precizarea caracteristicilor fizico-structurale ale polimerilor [1—4]. În cadrul acestor preocupări, studiul proprietăților electrice ale unor clase de polimeri, aparținînd unor cercetări deosebit de recente în acest domeniu, au și privilegiul de a oferi concluzii teoretice ce pot fi ușor confruntate cu rezultatele experimentale, aducînd astfel confirmări sigure modelelor și ipotezelor de lucru propuse [5—7].

În lucrarea de față, pornind de la un anumit model de structură al macromoleculei nepolare, elaborat într-o lucrare anterioară [8], autorii își propun să studieze comportarea polimerilor caracterizați prin asemenea configurații, într-un cîmp electric alternativ de orientare dată.

1. Modelul propus

Se consideră macromoleculele a căror structură regulată în zig-zag are forma descrisă în fig. 1. În articulațiile segmentelor constituente se găsesc grupările laterale polare, caracterizate de același moment dipolar elementar ($\bar{p}$). În absența unui cîmp electric exterior, orientarea de echilibru a dipolilor elementari se caracterizează prin dispunerea lor antiparalelă, molecula avînd astfel momentul electric total nul.

La aplicarea unui cîmp electric exterior, asupra fiecărui dipol elementar se exercită un cuplu

$$\bar{C} = \bar{p} \times \bar{E}_v$$

care modifică orientarea dipolului față de poziția inițială de echilibru. În această relație, $\bar{E}_v$ rezultă din însumarea cîmpului aplicat și a celui

* Manuscris predat redacției la data de 1 octombrie 1973

determinat de ceilalţi dipoli ai lanţului în punctul în care se află dipolul considerat.

Dacă noua poziţie de echilibru a dipolilor elementari iniţiali paraleli cu axa x este descrisă cu ajutorul unghiurilor θ şi φ (vezi fig. 2), atunci pentru dipolii iniţial antiparaleli cu această axă noua direcţie de echilibru va fi dată de unghiurile θ şi $\pi - \varphi$.

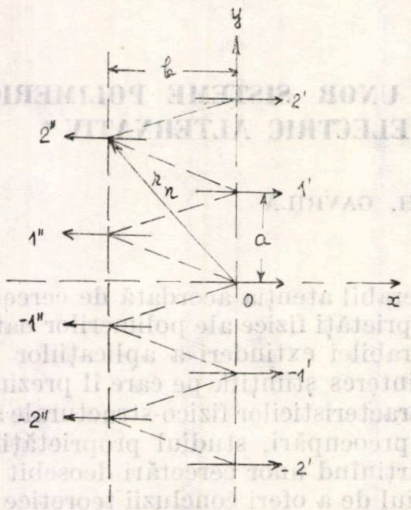


Fig. 1

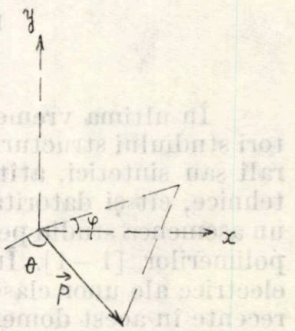


Fig. 2

Componentele momentului electric elementar fiind în acest caz :

$$p_x = \pm\, p \cos\theta \cdot \cos\varphi,$$

$$p_y = p \cos\theta \cdot \sin\varphi, \tag{1}$$

$$p_z = p \sin\theta,$$

cîmpul electric intern $\bar{E}_i$, creiat de totalitatea dipolilor în punctul în care se găseşte dipolul de referinţă (cel din originea sistemului de axe de coordonate), are componentele [8] :

$$E_i^x = -\, e_x \cos\theta \cdot \cos\varphi,$$

$$E_i^y = e_y \cos\theta \cdot \sin\varphi, \tag{2}$$

$$E_i^z = -\, e_z \sin\theta$$

unde :

$$e_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{(2a)^3} \sum_{n>0} \left[\frac{1}{n^3} + \frac{(2a)^3}{r_n^3} \left(3 \frac{b^2}{r_n^2} - 1 \right) \right].$$

$$e_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2p}{(2a)^3}\sum_{n>0}\left\{2\,\frac{1}{n^3}+\frac{(2a)^3}{r_n^3}\left[3\,\frac{(2n-1)^2\,a^2}{r_n^2}-1\right]\right\},$$

$$e_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2p}{(2a)^3}\sum_{n>0}\left[\frac{1}{n^3}+\frac{(2a)^3}{r_n^3}\right],$$

$$r_n^2 = (2n-1)^2\,a^2 + b^2. \tag{3}$$

În calcul s-a presupus lanțul macromolecular infinit; dacă se ia în considerare lungimea sa finită, în expresiile (3) se vor modifica numai limitele de sumare, dar nu și expresia termenilor generali.

La aplicarea unui cîmp exterior cu variație în timp sinusoidală

$$E_e(t) = E_0 \sin\omega t \tag{4}$$

și cu orientare spațială oarecare: $E_0\,\{E_0^x, E_0^y, E_0^z\}$, asupra fiecărui dipol elementar se exercită un cuplu, ale cărui componente de interes (întrucît afectează direct unghiurile θ și φ) au expresiile [8]:

$$C_\theta = p(e_x\cos^2\varphi - e_y\sin^2\varphi - e_z)\sin\theta\cdot\cos\theta + \\ + p(-E_0^x\sin\theta\cos\varphi - E_0^y\sin\theta\sin\varphi + E_0^z\cos\theta)\sin\omega t,$$

$$C_\varphi = p(e_x + e_y)\cos^2\theta\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi + p(E_0^y\cos\varphi - E_0^x\sin\varphi)\cos\theta\cdot\sin\omega t. \tag{5}$$

Rotirea dipolului elementar din poziția inițială de echilibru ($\theta = 0$, $\varphi = 0$) pînă în poziția descrisă de valori oarecare ale celor două unghiuri este efectul cuplului activ calculat mai sus. La îndepărtarea din poziția de echilibru apar atunci cuplurile rezistente de natură elastică:

$$C_{r\varphi} = -k\cdot\varphi, \qquad C_{r\theta} = -k'\cdot\theta, \tag{6}$$

precum și cuplurile de amortizare

$$C_{a\varphi} = -\alpha\,\frac{d\varphi}{dt}, \qquad C_{a\theta} = -\alpha'\,\frac{d\theta}{dt}. \tag{7}$$

Coeficienții de amortizare α și α' pot avea eventual aceeași valoare, dar constantele elastice k și k' au în mod cert valori diferite, după modul particular de realizare a legăturilor chimice ale grupărilor polare laterale.

Ecuațiile satisfăcute de variabilele de poziție ale dipolilor elementari sînt atunci:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \alpha\frac{d\varphi}{dt} + k\varphi = p(e_x + e_y)\cos^2\theta\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi + \\ + p(E_0^y\cos\varphi - E_0^x\sin\varphi)\cos\theta\cdot\sin\omega t, \tag{8}$$

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}+\alpha'\frac{d\theta}{dt}+k'\theta=p(e_x\cdot\cos^2\varphi-e_y\cdot\sin^2\varphi-e_z)\sin\theta\cos\theta+$$

$$+p(-E_0^x\sin\theta\cdot\cos\varphi-E_0^y\sin\theta\cdot\sin\varphi+E_0^z\cos\theta)\sin\omega t, \tag{9}$$

unde J este momentul de inerţie al grupării polare laterale.

Determinarea orientării dipolului elementar la un moment dat în regim armonic permanent presupune găsirea unei perechi de soluţii particulare simultane ale celor două ecuaţii de mai sus. Forma complicată a expresiilor (5) ale componentelor cuplului activ face însă imposibilă rezolvarea lor analitică exactă în cazul general. În lucrarea anterior menţinută [8] s-a făcut rezolvarea completă a problemei presupunînd aplicat un cîmp de mică intensitate paralel cu axa macromoleculei. În prezenta lucrare se tratează un caz de un grad mai înalt de generalitate : acela al aplicării unui cîmp conţinut în planul xOy.

2. Cazul unui cîmp conţinut în planul xOy

Întrucît în cazul acesta $E_0^z=0$, ecuaţia (9) admite numai soluţia particulară $\theta=0$, astfel încît mişcarea dipolului se face de asemenea în planul xOy. Corespunzător, ecuaţia (8) capătă forma mai simplă :

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2}+\alpha\frac{d\varphi}{dt}+k\varphi=p\,e\sin\varphi\cdot\cos\varphi+$$

$$+p(E_0^y\cos\varphi-E_0^x\sin\varphi)\sin\omega t, \tag{10}$$

unde, conform relaţiilor (3) :

$$e=e_x+e_y=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{(2a)^3}\sum_{n>0}\left[3\frac{1}{n^2}+\frac{(2a)^3}{r_n^3}\right].$$

Dacă cîmpul aplicat nu este prea intens, atunci unghiul φ cu care se roteşte dipolul are valori suficient de mici şi ecuaţia precedentă devine :

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2}+\alpha\frac{d\varphi}{dt}+(k-p\,e+p\,E_0^x\sin\omega t)\varphi=p\,E_0^y\sin\omega t. \tag{11}$$

Introducînd notaţiile :

$$\omega_0^2=\frac{k-p\,e}{J},$$

$$\tau=\frac{1}{\omega_0^2}\frac{\alpha}{J}, \tag{12}$$

$$k_x=\frac{p\,E_0^x}{J},\quad k_y=\frac{p\,E_0^y}{J},$$

ecuaţia (11) se scrie sub forma :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \tau\omega_0^2 \frac{d\varphi}{dt} + (\omega_0^2 + k_x \sin\omega t)\varphi = k_y \sin\omega t ; \tag{13}$$

soluţia sa particulară se caută sub forma unei serii Fourier :

$$\varphi(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t) \tag{14}$$

Introducînd această soluţie în ecuaţia (13) şi identificînd, se obţine următorul şir de relaţii pentru determinarea coeficienţilor seriei:

$$2A_0\left(1 + \frac{\omega_0^2}{k_x}\right) + B_1 = 0,$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) B_1 - \tau\omega\ \omega_0^2 C_1 - \frac{1}{2} k_x C_2 = k_y,$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) C_1 + \tau\omega\ \omega_0^2 B_1 + \frac{1}{2} k_x B_2 = 0, \tag{15}$$

$$(\omega_0^2 - k^2\omega^2) B_k - k\tau\omega\ \omega_0^2 C_k + \frac{1}{2} k_x (C_{k-1} - C_{k+1}) = 0 \qquad k \geqslant 2$$

$$(\omega_0^2 - k^2\omega^2) C_k + k\tau\omega\ \omega_0^2 B_k + \frac{1}{2} k_x (B_{k+1} - B_{k-1}) = 0, \qquad k \geqslant 2$$

Evident, nu se poate obţine o expresie generală pentru coeficienţii B_k şi C_k, nici soluţia neputînd fi atunci obţinută sub formă compactă.

O rezolvare practică satisfăcătoare considerăm că poate fi însă aproximarea soluţiei exacte (14) cu un polinom Fourier cu un număr finit de termeni.

De exemplu, limitînd polinomul la armonicele de ordinul 3($B_k = C_k = 0$, pentru $k > 3$) şi introducînd notaţiile :

$$\alpha_k = \omega_0^2 - k^2\omega^2 ; \qquad \beta_k = k\tau\omega\ \omega_0^2 ;$$

$$\Delta_k = \alpha_k^2 + \beta_k^2 \quad ; \qquad \Delta_{jk}^{\pm} = \alpha_j\beta_k \pm \alpha_k\beta_j,$$

coeficienţii polinomului au expresiile :

$$B_1 = \frac{k_y}{\Delta}\left\{\alpha_1\Delta_2\Delta_3 + \frac{k_x^2}{4}[2\alpha_1(-\alpha_2\alpha_3 + \beta_2\beta_3) - \alpha_2\Delta_3] + \frac{k_x^4}{16}(\alpha_1 + \alpha_3)\right\},$$

$$C_1 = -\frac{k_y}{\Delta}\left\{\beta_1\Delta_2\Delta_3 + \frac{k_x^2}{4}\left[2\beta_1(-\alpha_2\alpha_3+\beta_2\beta_3)+\beta_2\Delta_3\right]+\frac{k_x^4}{16}(\beta_1+\beta_3)\right\},$$

$$B_2 = \frac{k_y}{\Delta}\frac{k_x}{2}\left(\Delta_{12}^{+}\cdot\Delta_3 + \frac{k_x^2}{2}\Delta_{13}^{-}\right),$$

$$C_2 = \frac{k_y}{\Delta}\frac{k_x}{2}\left[(\alpha_1\alpha_2-\beta_1\beta_2)\Delta_3 - \frac{k_x^2}{2}(\Delta_{13}^{+}+\Delta_3)\right],$$

$$B_3 = \frac{k_y}{\Delta}\frac{k_x^2}{4}\left[\beta_3\Delta_{12}^{+}+\alpha_3(-\alpha_1\alpha_2+\beta_1\beta_2)+\frac{k_x^2}{4}(\alpha_1+\alpha_3)\right],$$

$$C_3 = \frac{k_y}{\Delta}\frac{k_x^2}{4}\left[-\beta_3(-\alpha_1\alpha_2+\beta_1\beta_2)+\alpha_3\Delta_{12}^{+}-\frac{k_x^2}{4}(\beta_1+\beta_3)\right],$$

în care :

$$\Delta = \Delta_1\Delta_2\Delta_3 + 2\frac{k_x^2}{4}\left[\Delta_1(\beta_2\beta_3-\alpha_2\alpha_3)+\Delta_3(\beta_1\beta_2-\alpha_1\alpha_2)\right]+$$

$$+\frac{k_x^4}{16}\left[(\alpha_1+\alpha_2)^2+(\beta_1+\beta_3)^2\right].$$

Se observă că soluţia are un caracter periodic, dar nesinusoidal, variaţie în timp ce este atunci proprie şi polarizaţiei de orientare temporar indusă.

3. Calculul permitivităţii dielectrice şi a pierderilor

Rezolvarea propusă în paragraful precedent arată că variaţia periodică a poziţiei dipolilor elementari se face în jurul direcţiei definite prin unghiul $\varphi_0 = A_0$.

Inducţia electrică are atunci componentele :

$$D^x(t) = \varepsilon_0 E_0^x \sin\omega t,$$
$$D^y(t) = \varepsilon_0 E_0^y \sin\omega t + np\cdot\varphi(t), \tag{16}$$

unde n este numărul de dipoli elementari conţinuţi în unitatea de volum a substanţei polimere. Relaţiile (16) arată că numai componenta x a inducţiei păstrează modul sinusoidal de variaţie în timp, specific cîmpului aplicat, în vreme ce componenta y are o variaţie periodică nesinusoidală. Punînd atunci această din urmă componentă sub forma :

$$D^y(t) = D_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[(D_k' + \delta_{1,k}\varepsilon_0 E_0^y)\sin k\omega t + D_k''\cos k\omega t\right], \tag{17}$$

unde :

$$D'_k = npB_k, \qquad D''_k = npC_k, \qquad D_0 = npA_0,$$

se poate calcula valoarea sa efectivă :

$$D^y = \left\{ D_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} [(D'_k + \delta_{1,k}\varepsilon_0 E_0^y)^2 + D_k'^2] \right\}^{1/2} = \tag{18}$$

$$= \left[D_0^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0^2 E_0^{y2} + \varepsilon_0 E_0^y D'_1 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (D_k'^2 + D_k'^2) \right]^{1/2}.$$

Raportată la valoarea efectivă $\frac{1}{\sqrt{2}} E_0^y$ a componentei corespunzătoare a cîmpului aplicat, expresia (18) determină și permitivitatea dielectrică a materialului după direcția y.

Discuția de mai sus evidențiază faptul că permitivitatea dielectrică a substanțelor polimere cu o orientare preferențială a moleculelor are un caracter tensorial. Pe de altă parte, ea arată că pierderile trebuie calculate prin relația :

$$p = \sum_k k\omega \cdot Im(\underline{E_k} \cdot \underline{D_k^*}). \tag{19}$$

Întrucît în situația de față cîmpul aplicat nu are decît armonica fundamentală, expresia (19) se reduce la :

$$p = \frac{1}{2} \omega E_0^y D_1'' = \frac{1}{2} np\ \omega E_0^y C_1, \tag{20}$$

unde C_1 se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații (15). Forma particulară a acestui sistem arată că coeficientul C_1 este întotdeauna proporțional cu mărimea k_y :

$$C_1 = k_y \cdot c_1 = \frac{pE_0^y}{J} c_1, \tag{21}$$

așa încît pierderile specifice se mai pot scrie și sub forma :

$$p = \frac{1}{2} \frac{np^2}{J} E_0^{y2} \omega c_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A\ \omega E_0^y c_1, \tag{22}$$

unde s-a folosit notația [8] :

$$A = \frac{np^2}{\varepsilon_0 J} : \tag{23}$$

Pentru a găsi semnificaţia constantei introduse prin relaţia (23), trebuie observat că la aplicarea unui cîmp constant de componente E_0^x şi E_0^y, soluţia particulară a ecuaţiei (13) este :

$$\varphi_0 = \frac{k_y}{\omega_0^2 + k_x}. \tag{24}$$

Componenta y a inducţiei electrice este acum

$$D_0^y = \varepsilon_0 E_0^y + np\ \varphi_0 = \varepsilon_0 E_0^y \left(1 + \frac{A}{\omega_0^2 + k_x}\right), \tag{25}$$

şi deci valoarea statică a componentei corespunzătoare a permitivităţii dielectrice este :

$$\varepsilon_s^y = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{A}{\omega_0^2 + k_x}\right); \tag{26}$$

de aici :

$$A = (\omega_0^2 + k_x) \frac{\varepsilon_s^y - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \tag{27}$$

rezultat ce diferă de forma anterior obţinută [8]

$$A' = \omega_0^2 \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \tag{28}$$

prin corecţia adusă datorită componentei x a cîmpului electric aplicat.

Catedra de fizică, Catedra de electrotehnică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Ch. Tanford*, Physical Chemistry of Macromolecules, 40, Second Printing, New York — London, 1963.
2. *T. M. Birstein, O. B. Ptiţin*, Konformaţii Makromolekul, Moskva, 1964.
3. *A. V. Tobolsky*, Properties and Structure of Polymers, 1960.
4. *I. Petrea*, Termodinamica statistică a macromoleculelor, Bucureşti, 1968.
5. *A. Tager*, Physical Chemistry of Polymers, Mir Publishers, Moskow, 1968.
6. *N. G. Mc. Crum, B. E. Red, G. Williams*, Anelastic and Dielectric Effects in Polymeric Solids, London — New York — Sydney, 1967.
7. *T. I. Borisova*, Vîscomol. Soed. All, 1140, 1969.
8. *I. Petrea, D. Gavrilă*, Studii şi Cercetări de Fizică, 1974.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 543.41

ANALIZA PRODUȘILOR CE REZULTĂ ÎN PROCESUL DE OXIDARE A DICUMENULUI PRIN SPECTROFOTOMETRIA DE ABSORBȚIE ÎN I.R.*

ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU, V. PĂRĂUȘANU

Procesele tehnologice moderne bazate pe sinteza peroxizilor și a hidroperoxizilor organici au permis fabricarea concomitentă a alchilenoxizilor și a unor olefine de mare importantă pentru sinteza organică de bază.

Sinteza simultană a fenolilor și a produșilor carbonilici prin intermediul hidroperoxidului de izopropilenbenzen a creat perspective largi pentru realizarea unui mare număr de compuși organici cu oxigen.

În procesele de sinteză a izopropilbenzenului pe lîngă produsul principal — cumenul — se obține ca produs secundar dicumenul care este folosit ca materie primă la fabricarea peroxidului de dicumil.

Prin reacția de oxidare a dicumenului se obține un concentrat de 70 — 75% peroxid de dicumen (DCP) care mai conține însă și produși secundari de oxidare ca hidroperoxidul de cumen în proporție de 1 — 3%, acetafenonă (AF) 0,3 — 1% și α metil stiren 1—3 %. Pentru conducerea procesului de oxidare și analiza concentratului de DCP precum și pentru controlul procesului de purificare și analiza produsului finit care are un conținut minim de 98 % peroxid este necesară o metodă de analiză precisă și rapidă.

În literatura de specialitate se citează unele metode de analiză a HPC și AF prin spectrofotometria de absorbție în IR, dar în prezența altor componenți decît cei existenți în sistemul studiat de autori [1, 2, 3, 4,5, 6, 7, 8.).

În scopul arătat mai sus s-a elaborat o metodă de analiză cantitativă prin spectrofotometria de absorbție în I. R. a sistemului format din dicumil peroxid (DCP) hidroperoxid de cumen (HPC), acetofenonă (AF) și α metilstiren (αMS), metodă care să se poată aplica atît la controlul procesului de oxidare a dicumenului și a procesului de purificare a concentratului oxidat cît și pentru controlul calității produsului finit.

* Manuscris predat redacției la data de 26 decembrie 1973

Principiul metodei elaborate s-a bazat pe folosirea unor benzi de absorbție din infraroșu plasate în domeniul spectral după cum urmează : banda de la 11,68 μ pentru DCP, banda de la 11,26 μ pentru α metil stiren, banda de la 2,88 μ pentru hidroperoxidul de cumen iar pentru acetofenonă banda de la 5,96 μ.

Benzile de absorbție analitice au fost astfel alese încît să suporte un efect minim de influență din partea celorlalți componenți prezenți în sistem. În domeniul concentrațiilor în care aferează metoda este valabilă legea Lambert-Beer și deci pentru determinarea concentrațiilor se poate aplica relația (1) $E = C\ \varepsilon\ d$, în care termenii au semnificații clasice și anume : E reprezintă extincția, ε coeficientul de extincție, C concentrația în componentul de analizat și d grosimea stratului absorbant.

Înregistrarea spectrelor s-a făcut cu ajutorul unui spectrofotometru de absorbție de IR, cu dublu fascicol și rețele de difracție ca monocromator.

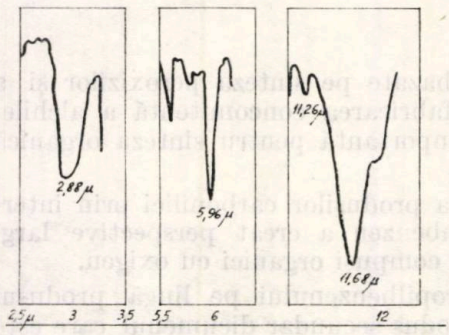


Fig. 1

Pentru determinarea dicumil peroxidului s-au folosit cuve de 0,02 mm grosime, iar pentru analiza celorlalți trei componenți, cuve de 0,05 mm. Ca solvent s-a utilizat sulfură de carbon p. a., deoarece această substanță nu prezintă absorbție însemnată la cele patru lungimi de undă la care se plasează maximele de absorbție ale produșilor analizați.

Determinarea coeficienților de extincție s-a făcut pe trei amestecuri sintetice în care cei patru componenți intră în concentrații apropiate celor în care se găsesc în probele de analizat. Etaloanele astfel pregătite s-au dizolvat în sulfură de carbon în proporție 1 : 1 greutate. S-au făcut înregistrările spectrelor în domeniul 2,5 —12μ folosind cuve de 0,05 mm grosime în vederea determinării coeficienților de extincție pentru HPC, AF și αMS. Aceleași etaloane, în cuve de 0,02mm, au fost înregistrate și în domeniul spectral 11 — 13 μ în care se plasează maximul de absorbție analitic pentru DCP.

S-au citit extincțiile folosind metoda liniei de bază și s-au calculat coeficienții de extincție prezentați în tabela 1.

Tabelul 1

Coeficienții de extincție pentru cei 4 componenți ai sistemului chimic de analizat

Etalon	AF			HPC			αMS			DCP		
	C%	E	ε	C%	E	ε	C%	E	ε	C%	E	ε
1	1.989	0.244	2,45	6,203	0,067	0,213	3,103	0,041	0,251	88,705	0,276	0,155
2	1.773	0,218	2,46	6,371	0,068	0,213	3,066	0,040	0,260	88,790	0,276	0,155
3	0,980	0,119	2,43	6,414	0,068	0,212	3,060	0,040	0,261	89,546	0,277	0,155

Analiza probelor s-a făcut folosind pentru coeficienţii de extincţie media celor trei valori prezentate în tabelul 1. După cîntărirea cu precizie a cîte 1 gr. probă de analizat şi 1 gr. sulfură de carbon şi omogenizarea amestecului prin dizolvare se înregistrează spectrele în aceleaşi condiţii în care s-au înregistrat etaloanele. Se citesc extincţiile şi cu ajutorul formulei (1) se determină concentraţiile celor patru componenţi.

Nu s-a folosit referinţă la înregistrarea spectrelor probelor de analizat, deoarece atît la înregistrarea etaloanelor cît şi a probelor de analizat s-a folosit aceiaşi cantitate de sulfură de carbon.

Precizia metodei s-a determinat pe un ansamblu de 12 amestecuri sintetice al celor patru componenţi şi s-au determinat concentraţiile cu ajutorul metodei elaborată de autori. Din analiza rezultatelor care sînt prezentate în tabelul 2 se observă că eroarea relativă medie cu care se determină concentraţia peroxidului de dicumil este de ± 0,91 %, pentru hidroperoxidul de cumen de ± 2,60 %, pentru α metil stiren de ± 3,18% şi pentru acetofenonă ± 3,15 %.

Tabelul 2

Calculul erorilor

Nr.crt.	D.C.P.			H.P.C.			αMS			AF		
	C intr.	C găsit	δ%	C intr.	C găsit	δ%	C intr.	găsit	δ%	intr.	găsit	δ%
1	96,11	96,70	+0,69	0,90	0,77	−0,14	1,37	1,30	−5,00	1,61	1,70	+5,40
2	85,88	85,30	−0,70	13,07	13,70	+4,60	—	—	—	1,05	1,09	+4,30
3	87,37	87,40	+0,04	10,22	10,10	0,12	1,33	1,40	+4,80	1,08	1,12	+3,80
4	84,10	83,86	+0,24	13,42	13,90	+3,40	0,76	0,79	+3,75	1,74	1,69	−3,00
5	90,06	91,40	+1,40	7,52	7,40	−1,60	1,54	1,60	+3,20	1,85	1,78	−3,80
6	78,75	77,40	−1,60	16,13	16,30	+1,00	3,12	3,01	−3,20	1,98	2,00	+1,00
7	92,89	94,30	+1,50	4,57	4,40	−3,70	1,50	1,43	−4,60	1,01	0,97	−4,00
8	77,28	76,06	+1,50	18,15	18,30	+0,80	1,59	1,63	+2,40	2,98	3,02	+1,30
9	95,78	95,80	+0,01	1,01	0,97	−5,20	1,46	1,40	−4,00	1,74	1,69	−3,00
10	84,92	86,30	+1,60	9,02	8,78	−2,70	1,45	1,50	+3,40	4,60	4,50	−2,16
11	84,43	83,40	−1,20	12,91	13,52	+4,60	0,77	0,82	+6,70	1,89	1,81	−4,00
12	77,22	77,60	+0,50	18,07	18,60	+2,80	1,37	1,30	−5,00	3,34	3,41	+2,10

Prin comparare cu alte metode clasice de analită, metoda prezentată de autori se realizează în timp scurt, este precisă, simplă şi operativă, deşi sistemul de analizat este complex şi unii componenţi se află în concentraţii mici. Metoda este economică, determinările se realizează cu consumuri mici de reactivi clasici.

Metoda este proprie pentru a efectua controlul procesului de oxidare a DC şi de concentrare a DCP precum şi pentru analiza calităţii produsului final.

Catedra de chimie fizică şi electrochimie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *B. J. Ansari*, Indian J. Pure Appl. Phys. 8, (11), 725, 1970.
2. *Verdonch, G. P. Van der Kelen* Spectrochim Acta Part A., 28, (1), 51, 1972.
3. *Laurence Christian, Wojtkowisk Bruno*, Bull. Soc. Chim. Fr. (11), 3870, 1971.
4. *Laurance Christian, Wojtkowisk Bruno*, Bull. Soc. Chim. Fr. (11), 3874, 1971.
5. *Doucet Jean, P, Ancian Bernard, Duluis Jaques E*, J. Chim. Phys. Physicochim Biol. 69, (2), 188, 1972.
6. *V. Părăușanu, I. Hogea, L, Csmontany* — Chimie Analitique. 52, 12, 1970.
7. *V. A. Terentiev, N. K. Stivelli, V. L. Antonovschi*. Prikl Spectrosk. 5, (4), 463, 1966.
8. *O. Landauer, C. Mateescu, V. Părăușanu* — Bul. Institutul Politehnic. (în curs de publicare)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 547.415.1

ETUDES CONDUCTOMÉTRIQUES DES SYSTÈMES FORMÉS PAR LES SELS DE PD(II) ET LES AMINES. NOTE I. LE SYSTÈME $PdCl_2$-py-KSCN. *

D. CAMBOLI, NELI DEMIAN, CARMEN AMBRUȘ, EVA BUTUCEANU

Dans de notes antérieures [1, 2, 3, 4] on a synthétisé des combinaisons complexes que forment les ions Pd^{2+} avec les différentes amines et les ions CNS^-.

Les études des spectres infrarouges ont démontré que dans tous les cas on obtient des combinaisons thiocyaniques, donc les groupes CNS^- se trouvent liés avec l'ion métallique central par les atomes de souffre et non par ceux d'azote.

Ces combinaisons correspondent aux formules générales :

$[Pd(SCN)_2A_2]$ — les diammines
$[Pd(SCN)_4\ [PdA_4]$ — les combinaisons de type Vauquelin
$[PdA_4]\ (SCN)_2$ — les tetrammines.

A représente l'amine.

Les diammines sont des précipités microcristallins, stables, colorés en jaune, tandis que pour les tetrammines et les combinaisons de type Vauquelin on constate des modifications de couleur vers le jaune foncé — — orange — rouge — brun.

Ayant une faible solubilité, certaines diammines ont été utilisées par nous pour doser l'ion Pd^{2+} [5,6].

Par la présente note on initie des études conductométriques des systèmes formés par les sels solubles de palladium et dea amines au noyau pyridinique, en présence des ions SCN^- et Cl^-.

Dans la literature de specialité, la titration conductometrique est basée surtout sur des réactions de neutralisation et moins sur des réactions de precipitation avec des sels. (7, 8). Dans le cas de la titration conductométrique avec formation de precipité le point d'equivalence peut être determiné en étudiant l'aspect de la diagramme avant et après le point d'equivalence.

Le système $PdCl_2$-py-KSCN

Pour mesurer les conductivités, on a utilisé une installation formée par une cellule aux électrodes de platine platinée, un pont de type RFT et une source de courant de 10000 Hz.

Ouvrage reçu a la rédaction en 1 octombre 1973

On a maintenu la température du système à une valeur constante (20 ± 0,5°C). Pour omogéniser le système, on s'est servi d'un agitateur magnétique.

Dans une solution clorhydrique de $PdCl_2$ on ajoute un excès de KSCN ; il se forme l'ion complexe soluble $[Pd(SCN)_4]^{2-}$, la solution devient rouge. Ensuite on titre par la méthode conductométrique avec une solution $4{,}7.10^{-3}$M de pyridine.

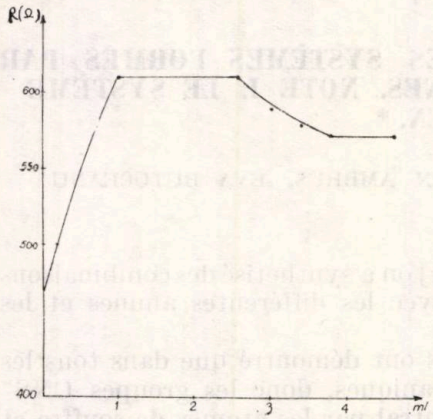


Fig.1 La variation de la résistance de la solution de $PdCl_2$ de concentration $2{,}33.10^{-3}$M avec le volume d'amine ajouté.

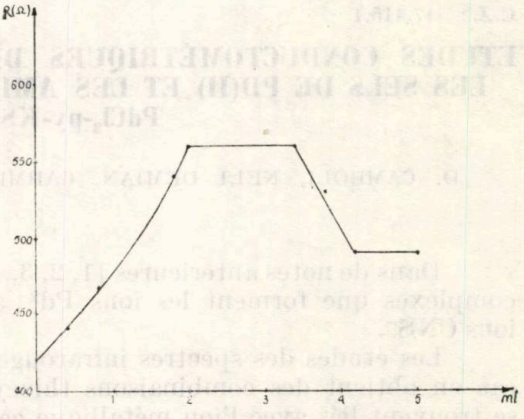


Fig. 2 La variation de la résistance de la solution de $PdCl_2$ de concentration $4{,}7.10^{-3}$M avec le volume d'amine ajouté.

On constate par la voie expérimentale que pour les solutions du sel de palladium, le domaine optime des concentrations se situe entre 7.10^{-3}M et $2{,}33 \cdot 10^{-3}$M.

Les résultats sont présentés dans les figures 1—3. Dans toutes les diagrammes on a tracé la variation de la résistance en fonction des volumes de la solution de pyridine consommés.

Aux premières gouttes de l'amine se forme un abondant précipité rouge-brun. A l'approche du premier point d'inflexion qui correspond au rapport molaire Pd^{2+} : py = = 1 : 1, le précipité devient rouge-orange.

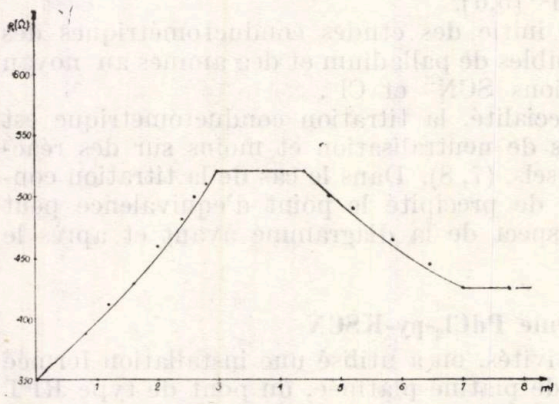


Fig. 3 La variation de la résistance de la solution de $PdCl_2$ de concentration 7.10^{-3}M avec le volume d'amine ajouté.

Pour un rapport molaire d'environ 1 : 2, on constate second point d'inflexion et le précipité devient jaune. Si on ajoute ensuite de petites portions de pyridine, on obtient un troisième point d'inflexion, sans aucun changement de la couleur du précipité. Un excés de l'amine jusqu'aux rapports molaires Pd^{2+} : py allant jusqu'à 1 : 4 n'a aucune influence sur la conductivité du système.

L'aspect des diagrammes permet d'émettre certaines hypothèses en ce qui concenre le comportement du système étudié.

Le précipité rouge-orange correspondant au rapport molaire Pd^{2+} : : py de 1 : 1 est dû à la substitution par la pyridine d'un seul groupe SCN^- dans l'ion $[Pd(SCN)_4]^{2-}$.

Les changements de couleur vers les nuances plus claires, correspondent à la formation dans des proportions de plus en 1 plus importantes de la combinaison $[Pb(SCN)_2py_2]$ jusqu'au rapport molaire Pd^{2+} : py de 1 :2, quand on obtient en exclusivité la diammine.

Les variations de la conductivité du système pour des valeurs du rapport molaire voisines à la valeur 1 : 2 peuvent être interpretées par des modifications de la solubilité de la combinaison formée, en fonction de la composition du système. Un grad excès de pyridine ne conduit plus à la variation de la conductivité, ce qu'on doit mettre en rapport avec la grande stabilité de la combinaison $[Pdpy_2(SCN)_2]$.

Conclusions

On a initié des études conductiométriques des systême formés en présence des ions SCN^- et Cl^-.

On a analysé le système $PdCl_2$ — py — KSCN, on a établi les meilleurs conditions pour effectuer les déterminaisons.

Les diagrammes représentant la variation de la résistance du système en fonction des volumes de la solution de l'amine ont permis de tirer des conclusions sur la composition du système pour les differentes étapes du procès.

A cause de la reproductibilité des diagrammes de titration dans le système etudié, la methode peut ètre utilisé pour la determination quantitative du ion Pd^{2+} en utilsant comme titrant la solution de concentration connuede l'amine.

La méthode est simple, rapide et peut être utilisée pour le dosage de solutions diluées du ion Pd^{2+}.

Le laboratoire de chimie générale
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Spacu P. Camboli D.* — Rev. Chim. Acad. R. P. R. 2, t. VII, (1962) 1311—16
2. *Spacu, P. Camboli* D. — Anal. Univ. Buc., *2*, (1964), 117—123.
3. *Spacu P. Camboli D.* — Anal. Univ. Buc., *1*, (1965), 113.
4. *Spacu P. Camboli D.* — Rev. Roumaine, Chim., *11*, (1966), 157.
5. *Camboli D., Demian N. Ambruş C* — Anal. Univ. Buc., XXI, *2*, (1972), 103
6. *Camboli D., Demian N. Ambruş C.* — Anal. Univ. Buc., (en voie de parution)
7. *B. Kamienski, B. Waligora,* Bull. Acad. Pol. Sci. Chim 16, 501 (1968).
8. *B. Stancic,* Tehnika Belgrad 26, (11) (1971).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.187.12

TRATAREA APELOR CU CONȚINUT DE SUBSTANȚE ORGANICE, ÎN VEDEREA OBȚINERII APEI DESTINATE A FI UTILIZATĂ ÎN INSTALAȚII TEHNOLOGICE CARE LUCREAZĂ ÎN REGIM DE TEMPERATURI ȘI PRESIUNI RIDICATE. *

I. CONSTANTINESCU, SZ LANYI, IRINA CONSTANTINESCU, I. NEGOIȚĂ

În scopul evitării avariilor şi asigurării funcţionării continue a cazanelor de abur, o atenţie deosebită trebuie să se acorde regimului chimic al apei de alimentare şi de adaus. O abatere cît de mică de la normele de exploatare stabilite în ceea ce priveşte calităţile apei de alimentare a cazanelor, conduce la depuneri care se aglomerează de obicei pe suprafeţele mai expuse încălzirii şi, datorită conductibilităţii termice reduse, produc supraîncălzirea metalului dînd naştere la umflături, arderea ţevilor, explozii etc.

Dintre impurităţile existente în apa naturală fac parte şi substanţele organice care se găsesc fie dizolvate, fie în stare coloidală, sau în suspensie în diverse proporţii, în funcţie de condiţiile existente în mediul respectiv.

Substanţele organice din apă au influenţe negative asupra procesului de pretratare a apelor prin coagulare-precipitare, produc spumarea apei în cazan şi o fierbere neuniformă, intensifică procesele de coroziune, produc degradarea schimbătorilor de ioni utilizaţi în tratarea apelor pentru demineralizare.

Dacă efectul produs de substanţele organice asupra procesului de pretratare este de mai mică importanţă, în schimb, efectul de degradare a maselor ionice utilizate în procesul de demineralizare este foarte important, atît din punct de vedere tehnologic cît şi economic. Efectul substanţelor organice asupra schimbătorilor de ioni este pus în evidenţă prin aceea că se reduce rapid capacitatea de schimb a acestora datorită blocării progresive a centrilor activi şi ca urmare se micşorează durata ciclurilor de funcţionare.

Exploatarea devine neeconomică, consumurile specifice de reactivi necesari regenerării cresc mult, preţul de cost al apei demineralizate mărindu-se.

Manuscris predat redacţiei la data de 27 martie 1973

Se impune deci, înlăturarea substanţelor organice, înainte de a ajunge în instalaţia de demineralizare prin schimb ionic.

La alegerea schemelor de demineralizare, în condiţiile unei impurificări din ce în ce mai mari a surselor naturale de apă ca urmare a dezvoltării intensive a industriei precum şi a cheltuielilor ridicate de exploatare pe care le impun metodele de demineralizare totală, trebuie avut în vedere şi problemele legate de eliminarea impurităţilor organice.

Punîndu-se problema tratării apelor din zona Cernica — Bucureşti ale căror caracteristici sînt redate în Tabelul 1, s-au făcut încercări de laborator în urma cărora s-a putut stabili o tehnologie adecvată de pretratare a apelor în vederea eliminării substanţelor organice.

Astfel s-au încercat mai multe metode de îndepărtare a substanţelor organice, urmărindu-se stabilirea condiţiilor în care randamentele de îndepărtare să fie cît mai mari pentru substanţele organice în ansamblul şi total pentru acizii humici. În acest sens au fost experimentate posibilităţile de îndepărtare a substanţelor organice prin coagulare alcalină cu lapte de var şi sulfat feros, îndepărtarea prin filtrare mecanică, îndepărtarea prin folosirea cărbunelui activ şi prin folosirea unor răşini adsorbante.

Urmărindu-se modul cum se reţin substanţele organice în cadrul unui proces de tratament cu coagulant s-a studiat influenţa vitezei de trecere a apei, influenţa pH-ului precum şi influenţa dozelor de coagulant.

S-a constatat că randamentul de reţinere a substanţelor organice pentru regimul normal de funcţionare al decantoarelor industriale

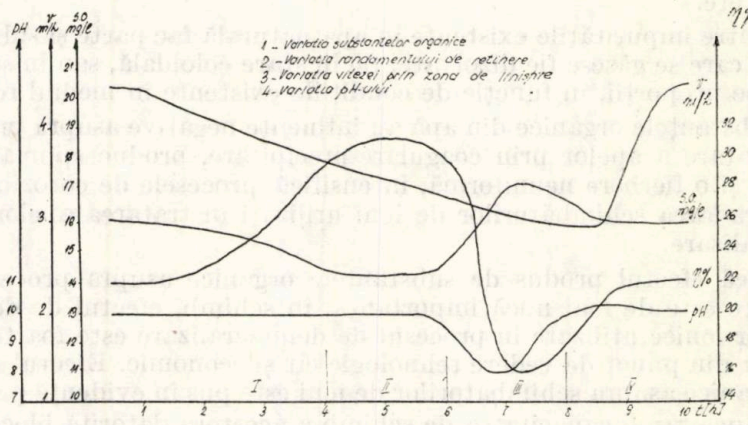


Fig. 1 Influenţa pH, a vitezei de trecere a apei prin decantor asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice în timp.

(v = 4,4 m/h) este destul de mic, 23%. Prin micşorarea debitului, respectiv al vitezei de trecere a apei prin decantoare randamentul se îmbunătăţeşte atingînd 30% (Zona I), după care reducerea vitezei în continuare nu mai are efect asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice (Zona II) Este recomandat ca viteza să nu depăşească 3,5 m/h. (Fig. 1).

Tabelul 1

Caracteristicile apei utilizate în încercările de îndepărtare a substanţelor organice

— Duritate totală	9,3°
— Duritate temporară	6,1°
— Duritate permanentă	3,2°
— Bicarbonaţi	3,20 mval/l
— Sulfaţi	1,04 mval/l
— Cloruri	0,18 mval/l
— Alcalinitate	3,2 mval/l
— SiO_2	0,18 mval/l
— Fe	0,21 mval/l
— Substanţe organice	22 mg/l
— Rezidiul fix	550 mg/l
— CO_2 liber	4,2 mg/l
— pH	6,8
— Turbiditate	suspensii fine
— Miros	fără
— Germeni	1/ml
— Coli	10/1
— Organisme vegetale	suspensii organice fine

În privinţa pH-ului, la scăderea acestuia cu 2 unităţi (de la 10 la 8) randamentul de reţinere scade cu cca 16%. Fenomenul îl atribuim faptului că prin micşorarea pH-ului se reduce efectiv cantitatea de agent de floculare. Deci este necesar ca doza de $Ca(OH)_2$ să se facă automat pentru menţiunea pH la valoarea 10.

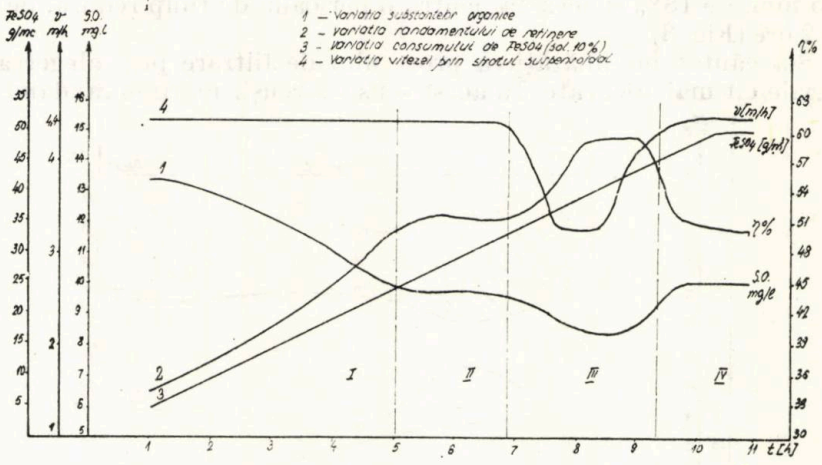


Fig. 2 Influenţa vitezei de trecere a apei prin decantor şi a dozei de coagulant asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice în timp.

În privinţa cantităţii de coagulant ($FeSO_4$) s-a constatat că aceasta influenţează sensibil procesul numai pînă la doza de 50g/mc apa cînd se obţine un randament de reţinere a substanţei organice de peste 50%, după care nu mai are nici un efect. Pentru viteza de 3,5 m/h randamentul de reţinere atinge valori de 60% (Fig. 2).

În experimentările intreprinse pentru a stabili condiţiile de reţinere a substanţelor organice prin filtrare mecanică, s-a urmărit influenţa granulometriei, a cineticii desfăşurării procesului precum şi a influenţei materialului filtrant.

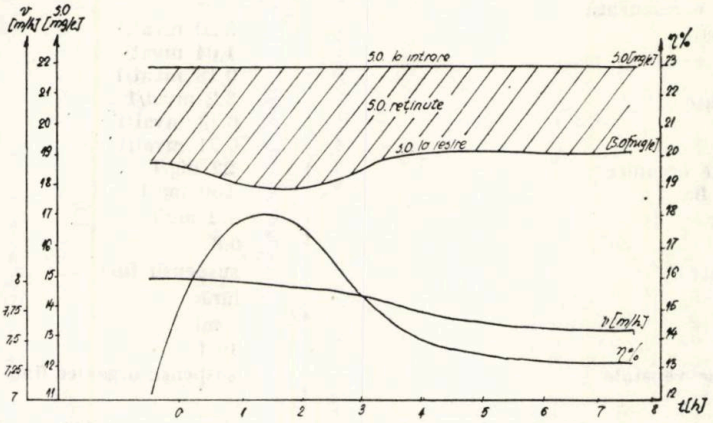


Fig. 3. Influenţa granulometriei materialului filtrant şi a vitezei de trecere a apei prin filtrele mecanice asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice în timp

S-a constatat că utilizînd nisip cuarţos de granulaţie 0,5, 1 şi 1,5 mm, se reţine un procent mic de substanţe organice, maxim pentru granulaţia de 0,5 mm, de 18% şi aceasta pentru o perioadă de timp redusă, de maximum 2 ore (Fig. 3).

S-a căutat îmbunătăţirea procesului de filtrare prin alegerea unor materiale cît mai adecvate. În acest sens s-a reuşit mărirea randamentului

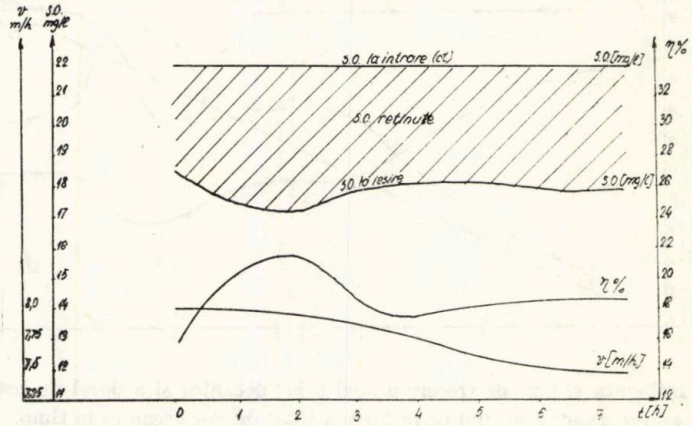


Fig. 4 Influenţa unor adaosuri la materialul filtrant asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice în timp.

de reţinere a substanţelor organice cu cca 5% (adică 23%) prin utilizarea unui amestec de nisip cuarţos cu antracit, în proporţie de 2 : 1 (Fig. 4). Apreciem că randamentul este destul de scăzut, dar cu toate acestea avînd în vedere faptul că procesul este simplu şi în pretratarea apelor filtrarea este des utilizată poate fi luat în consideraţie.

Îndepărtarea substanţelor organice cu ajutorul cărbunelui activ a fost studiată folosind ca masă filtrantă cărbune de tipul Romcarbon (Fig. 5). Se disting 2 zone de reţinere. Pe primul palier randamentul de reţinere este foarte bun 80% dar numai pentru o perioadă de 2 ore, după care scade brusc sub 40% unde pe un al doilea palier se menţine cca 9 ore.

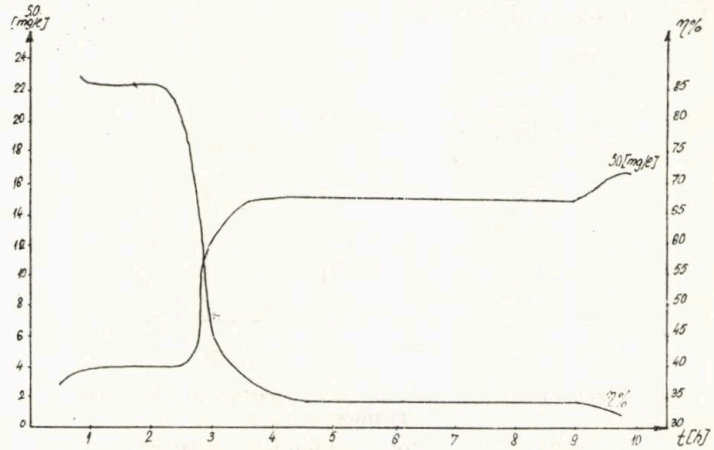


Fig. 5 Influenţa materialului filtrant, cărbune activ, asupra randamentului de reţinere a substanţelor organice în timp.

Avînd în vedere faptul că, cărbunele activ este foarte scump şi poate fi folosit un timp foarte redus la capacitate maximă, nu se poate recomanda utilizarea sa în acest caz.

Din studiul procesului de îndepărtare a subsanţelor organice cu ajutorul maselor ionice, din gama largă de schimbători de ioni utilizată, rezultatele cele mai bune s-au obţinut cu răşini macroporoase de tipul ASMIT-259.

Condiţiile de filtrare prin masa ionică, au fost cele stabilite ca optime în instalaţiile industriale, obţinîndu-se o reţinere a substanţelor organice într-o proporţie de 80 %.

Randamentul este ridicat, însă, avînd în vedere, că apa trecută direct peste ASMIT 259 mai are un conţinut rezidual de substanţe organice de peste 4 mg/l apreciem că nu este satisfăcător.

Pentru asigurarea unor condiţii cît mai bune de exploatare a instalaţiei de demineralizare este necesar ca substanţele organice să fie eliminate sub 1 mg/l.

Din acest punct de vedere făcîndu-se încercări de tratare a apei în mai multe faze succesive, în cadrul unor tehnologii diferite, s-a constatat că îndepărtarea substanţelor organice cu un randament de peste 98% se realizează în 3 faze (Fig. 6). Într-o primă etapă apa este supusă unui proces de pretratare cu lapte de var şi sulfat feros, cînd randamentul de reţinere a substanţelor organice ajunge pînă la 50—60%. În cadrul acestui proces se reduce şi duritatea temporară şi chiar conţinutul în silice, ceea ce contribuie la degrevarea parţială a staţiei de demineralizare.

În cea de a doua treaptă apa tratată este trecută în staţia de filtrare cînd conţinutul în substanţele organice se reduce pînă la 65—70%.

În cea de a treia treaptă, de trecere peste masa ionică se ajunge la un randament de reţinere de 98%.

Determinările experimentale au permis desprinderea unor concluzii, care au condus la elaborarea tehnologiei de mai sus de îndepărtare a substanţelor organice, în cazul în speţă a acizilor humici în totalitate, asigurînd o calitate corespunzătoare apei ce urmează a fi demineralizată, pentru asigurarea bunei funcţionări a instalaţiilor tehnologice care lucrează la temperaturi şi presiuni ridicate.

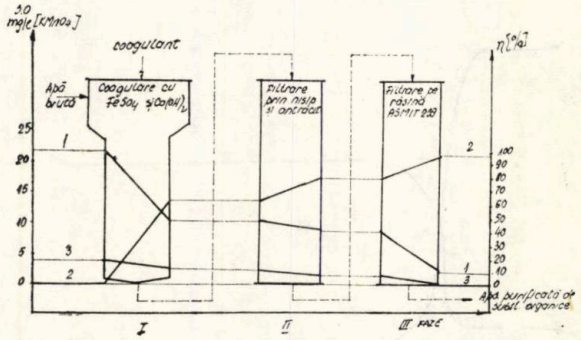


Fig. 6 Procesul tehnologic de îndepărtare a substanţelor organice în apă.

1. Curba de înlăturare a substanţelor organice
2. Curba randamentului de reţinere a substanţelor organice
3. Curba de reţinere a acizilor humici.

Catedra de chimie şi tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Enel Italia,* Rapporto anuale italiano 1966-Chimica della centrali termiche, Piacenza, 1967.
2. *Brodsky A.*; *Prochaska I.,* Schädlichkeit organischer stoffe bei vollensalzung des Wasser, Mittelurgen der U. G. B., Nr. 90 1964.
3. *Karas Fr.,* Tratarea apei şi aburului în instalaţiile energetice, Ed. Tehnică, Buc., 1967.
4. *Sontheimer H.,* Verfahrungstechnik der Flockung und Sedimentation, Mitt. V. G. B. Nr.69, 1960.
5. *Bogers I.,* Demineralisation et substances organiques, Centre Belge d'étude et de Documentation des eaux, 1971.
6. *Fuchs H.,* Uber die quantitative Bestimmung der Wasserlöslichen Huminsäuren und ihre Entfernung aus Kasselspeise Wassern, Mitt. der V. G. B., Nr. 47, 1957
7. * * *, Informations techniques, Traitement de l'eau. Degrémont, Rueil, 1966.
8. *Lombroso R.,* Pollution des résines échangeuses d'ions. Etude bibliographique Dia, Prosim, Paris, 1963.
9. *Bonchard J.,* Les améliorations récentes dans l'utilisation industrielle des échangeurs d'ions. Colocviu Degrémont, 1969, Bucureşti.
10. *Dia Prosim,* Informations et documentations techniques. Vitry S. Seine, 1967.
11. *Tudor D. Ionescu,* Schimbători de ioni Editura Tehnică., 1969.
12. *Schweisfurth R.*; Untersuchungen uber die Keinegekalte von Ionenaus—taucher wasser, Klinische Wochenschrift, 39, 1961.
13. *Kuhn E.,* Depurazime di acque extremamente inquinata mediante resine macroporose, Esperienze pratiche „Acqua industriale", Nr. 3—4, 1967.
14. *Stanisavlievici L.,* Probleme actuale ale tratării apei şi aburului în instalaţiile termoenergetice, Ed. Tehn., Buc. 1969.
15. * * *, Enlévement des matières organiques, —Problème des bactéries. Imacti Information, 1967.
16. *Van Ryswyk W.,* Les résins échangeuses d'ions macroreticulée Amberlite., Minoc S. A. R. L. Paris, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

MECANICĂ

C.Z.: 621 — 23

O METODĂ DIRECTĂ PENTRU ANALIZA POZIȚIONALĂ A MECANISMELOR SPAȚIALE

NICOLAE PANDREA

1. Introducere

Utilizarea pe scară tot mai largă a mecanismelor spațiale în construcția de mașini, s-a impus în mod deosebit în ultimele decenii. Acest lucru a necesitat o dezvoltare teoretică a metodelor de analiză și sinteză, folosindu-se în acest scop aparatul matematic bazat pe calculul vectorial, tensorial, teoria șuruburilor, matricelor duale, etc.

Teoria șuruburilor constituie un instrument matematic important atît în analiza, cît și în sinteza mecanismelor.

Prezentarea acestei teorii cît și modul în care aceasta poate fi aplicată la analiza poziționlă și cinematică a mecanismelor spațiale, constituie subiectul lucrării [1] a lui Dimentberg F. M. publicată încă din anul 1950. Ulterior o serie de cercetători — Yang A. T., Yuan M. S. C., Freudenstein F, Woo L. pornind tot de la teoria șuruburilor, stabilesc în lucrările [10] [11] [12] metodele de analiză poziționlă cu ajutorul matricelor duale, precum și cu ajutorul coordonatelor șurub.

În prezenta lucrare, aplicînd teoria șuruburilor și a matricelor duale, se întocmesc tabelele „$\theta\alpha$" „$\alpha\theta$" pe baza cărora rezultă o metodă directă pentru analiza poziționlă a mecanismelor spațiale.

2. Ecuația de închidere

Se consideră un mecanism spațial fundamental (cu șapte elemente legate între ele cu șapte cuple șurub) și triedrele de referință corespunzătoare (fig. 1), unde :

i — este numărul de ordine dat axelor cuplelor
$O_{i-1}\,O_i$ — perpendiculara comună a axelor corespunzătoare indicilor $i-1$ și i
$O_i\,Z_i$ — axa situată pe dreapta O_iO_i'
$O_i\,X_i$ — axa situată pe dreapta $O_{i-1}'\,O_i$
α_i — unghiul direct măsurat între axele O_iZ_i și $O_{i+1}\,Z_{i+1}$
θ_i — unghiul direct făcut de axele O_iX_i, $O_{i+1}\,X_{i+1}$
s_i — lungimea segmentului O_iO_i'
σ_i — lungimea segmentului $O_i'\,O_{i+1}$

* Manuscris predat redacției la data de 11 iunie 1974

Fie o dreaptă (d) aparţinînd unuia din cele şase rigide mobile şi fie $\hat{\tilde{d}}$ un şurub unitar care are drept suport chiar această dreaptă.

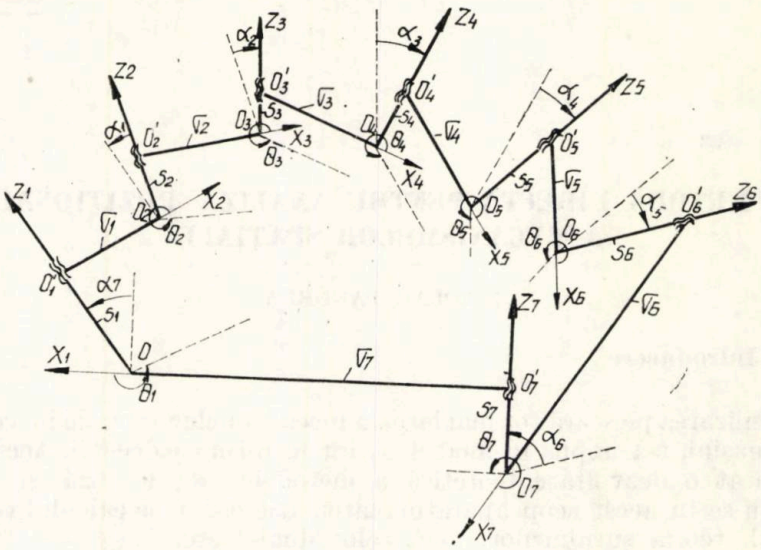


Fig. 1

Dacă prin $(\hat{\tilde{d}})_i$ se înţelege că şurubul $\hat{\tilde{d}}$ este raportat la sistemul $O_i\ X_i\ Y_i\ Z_i$ rezultă că se poate scrie relaţia

$$(\hat{\tilde{d}})_i = \tilde{T}_{i+1,i}(\hat{\tilde{d}})_{i+1} \tag{1}$$

unde $T_{i+1,i}$ este matricea dual㠠de transformare a coordonatelor şurubului $\hat{\tilde{d}}$ din sistemul $i+1$ în sistemul i.

Pentru $i \in \{1,2, \ldots 7\}$ rezultă relaţiile :

$$\begin{aligned}
(\hat{\tilde{d}})_1 &= \tilde{T}_{21}\,(\hat{\tilde{d}})_2 \\
(\hat{\tilde{d}})_2 &= \tilde{T}_{32}\,(\hat{\tilde{d}})_3 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
(\hat{\tilde{d}})_6 &= \tilde{T}_{76}\,(\hat{\tilde{d}})_7 \\
(\hat{\tilde{d}})_7 &= \tilde{T}_{17}\,(\hat{\tilde{d}})_1
\end{aligned} \tag{3}$$

Prin înlocuiri succesive rezultă

$$(\hat{\tilde{d}})_1 = \tilde{T}_{21}\,\tilde{T}_{32}\,\tilde{T}_{43} \ldots \tilde{T}_{76}\,\tilde{T}_{17}\,(\hat{\tilde{d}})_1 \tag{3}$$

Relaţia (3) este îndeplinită indiferent care ar fi şurubul $\hat{\bar{d}}$ şi prin urmare :

$$\tilde{T}_{21}\,\tilde{T}_{32}\,\ldots\,\tilde{T}_{76}\,\tilde{T}_{17}=\tilde{E} \tag{5}$$

unde E este matricea unitară.

Relaţia (5) poartă denumirea de ecuaţia de închidere. Această ecuaţie a fost folosită de către Yang A. T. în lucrarea [10] pentru a face analiza poziţională a mecanismului spaţial RCRCR.

Cu notaţiile din fig. 1 ţinînd seama de lucrările [7], [10] matricele duale de transformare $\tilde{T}_{i+1,i}$ se pot exprima sub forma

$$\tilde{T}_{i+1,i}=[\theta_i]\,(\alpha_i) \tag{6}$$

unde

$$[\tilde{\theta}_i]=\begin{pmatrix}\cos\hat{\theta}_i & -\sin\hat{\theta}_i & 0\\ \sin\hat{\theta}_i & \cos\hat{\theta}_i & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \tag{7}$$

$$(\tilde{\alpha}_i)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\hat{\alpha}_i & -\sin\hat{\alpha}_i\\ 0 & \sin\hat{\alpha}_i & \cos\hat{\alpha}_i\end{pmatrix} \tag{8}$$

$\hat{\theta}_i$ şi $\tilde{\alpha}_i$ fiind unghiuri duale şi care cu ajutorul operatorului Clifford ($\omega^2=0$) au exprimarea

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_i&=\theta_i+\omega s_i\\ \hat{\alpha}_i&=\alpha_i+\omega\sigma_i\end{aligned} \tag{9}$$

Ecuaţia matricială de închidere (5) ţinînd seama de relaţiile (6), (7), (8), (9) devine

$$\prod_{i=1}^{i=7}[\tilde{\theta}_i](\tilde{\alpha}_i)=\tilde{E} \tag{10}$$

Trebuie subliniat faptul că matricele duale notate cu paranteze patrate au întotdeauna aceeaşi formă (7), iar matricele notate cu paranteză rotundă sînt întotdeauna de forma (8).

3. Matricea de transformare în cazul cuplei sferice

Pentru un mecanism spaţial cu un singur ciclu, forma ecuaţiei de închidere este aceeaşi (5) indiferent care ar fi clasa cuplelor mecanismului,

în timp ce forma ecuației (10) este specifică mecanismului cu cuple elicoidale (H), cilindrice (C), de rotație (R) și de translație (P).

În o serie de lucrări recente [2] — [5], [10] se folosește această ecuație numai la analiza pozițională a mecanismelor cu cuple de tipul R, C, P.

Folosirea ecuației (10) se poate extinde și la mecanisme cu cuple sferice (S).

Pentru aceasta se consideră două elemente legate printr-o cuplă sferică (fig. 2).

Pentru a aduce sistemul notat cu indicele „i" peste sistemul notat cu indicele „$i + 1$" se pot face rotațiile succesive în jurul axelor $O_i'Z_i$, $O_i'Z_i'$, $O_i'Z_i''$ și apoi translația din O_i' în O_{i+1}.

Notînd

$\hat{\beta}_i = \beta_i + \omega s_i$ unghiul dual de rotație în jurul axei O_iZ_i

$\hat{\gamma}_i = \gamma_i$ unghiul real de rotație în jurul axei $O_i'X_i'$

$\hat{\delta}_i = \delta_i$ unghiul real de rotație în jurul axei $O_i'Z_i''$

$\hat{\alpha}_i = \omega\hat{\alpha}_i$

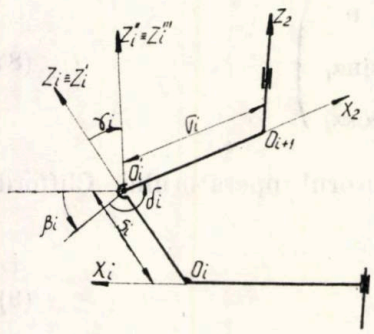


Fig. 2

se obține

$$\tilde{T}_{i+1,i} = [\tilde{\beta}_i]\,(\gamma_i)[\delta_i]\,(\tilde{\alpha}_i) \tag{11}$$

unde

$$[\tilde{\beta}_i] = \begin{pmatrix} \cos\hat{\beta}_i & -\sin\hat{\beta}_i & 0 \\ \sin\hat{\beta}_i & \cos\hat{\beta}_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$[\delta_i] = \begin{pmatrix} \cos\delta_i & -\sin\delta_i & 0 \\ \sin\delta_i & \cos\delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{12}$$

$$(\gamma_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma_i & -\sin\gamma_i \\ 0 & \sin\gamma_i & \cos\gamma_i \end{pmatrix}, \quad (\tilde{\alpha}_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\hat{\alpha}_i & -\sin\hat{\alpha}_i \\ 0 & \sin\hat{\alpha}_i & \cos\hat{\alpha}_i \end{pmatrix}$$

și deci matricea de transformare $\tilde{T}_{i+1,i}$ se exprimă prin produse de matrice de forma celor definite de relațiile (7) și (8) adică ecuația de închidere este de forma ecuației (10).

Parametrii de care depinde matricea de transformare corespunzătoare cuplei sferice sînt în număr de trei (β_i, γ_i, δ_i) ceea ce era de așteptat, avînd în vedere clasa acestei cuple.

4. Consideraţii privind obţinerea directă a ecuaţiei input-output pentru mecanisme spaţiale cu un singur ciclu

Din ecuaţia matriceală (5) sau (10) rezută mai întîi, în general, un sistem de şase ecuaţii scalare cu tot atîtea necunoscute. Din acest sistem prin eliminări succesive se urmăreşte ca în final să se obţină o singură ecuaţie (ecuaţia input-output) care exprimă legătura între parametrul de intrare şi parametrul de ieşire.

În prezenta lucrare se va indica un procedeu direct de obţinere a ecuaţiei input-output.

Se consideră ecuaţia matriceală (10) aranjată sub forma

$$\tilde{B} \cdot \tilde{C} = \tilde{E} \tag{13}$$

unde

$$\tilde{B} = (\hat{b}_{ij}) \qquad i, j \in \{1, 2, 3\}$$

$$\tilde{C} = (\hat{c}_{ij}) \qquad i, j \quad \{1, 2, 3\} \tag{14}$$

Matricele duale $\tilde{B}$ şi $\tilde{C}$ fiind ortogonale şi unitare rezultă că din ecuaţia (13) se obţin nouă ecuaţii algebrice duale de forma

$$\hat{b}_{ij} = \hat{c}_{ij} \qquad i, j \in \{1, 2, 3\} \tag{15}$$

din care în general numai trei sînt independente.

Se consideră ecuaţia extrasă din sistemul (15)

$$\hat{b}_{33} = \hat{c}_{33} \tag{16}$$

Această ecuaţie în numeroase cazuri conduce direct la determinarea ecuaţiei input-output, dacă prin permutări circulare (operaţie care este permisă) se face o aranjare convenabilă.

În general se observă că dacă matricea B este de forma

$$\tilde{B} = \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} [\tilde{\theta}_i](\tilde{\alpha}_i) \right\} [\tilde{\theta}_k] \tag{17}$$

atunci $\hat{b}_{33}$ nu depinde de parametrii duali $\hat{\theta}_i$ şi $\hat{\theta}_k$ şi deci aceştia se pot elimina direct.

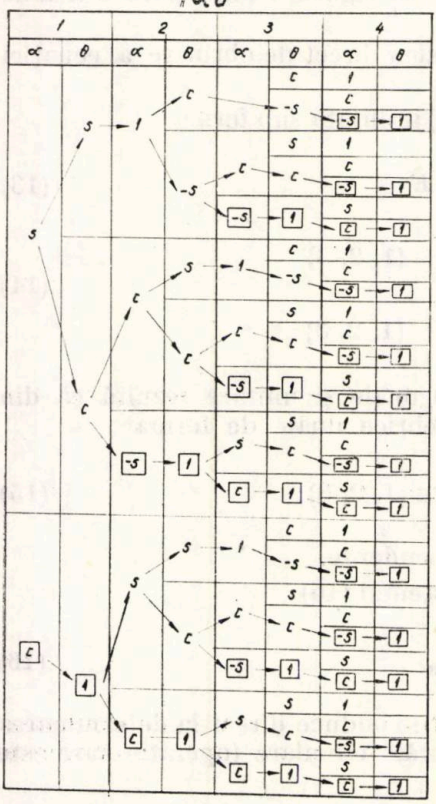
Dacă matricea $\tilde{B}$ are forma (17) atunci matricea $\tilde{C}$ are forma

$$\tilde{C} = (\alpha_k) \prod_{i=k+1}^{n} [\tilde{\theta}_i(\tilde{\alpha}_i) \tag{18}$$

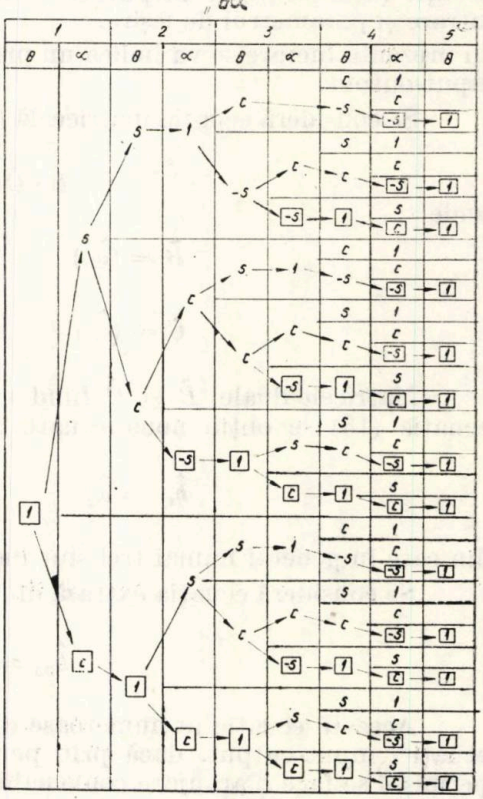
Determinarea directă a ecuaţiei (16) se poate face folosind tabelele 1 şi 2 care au fost întocmite pe baza regulilor de înmulţire ale matricelor.

În aceste tabele sînt încadraţi în chenar în fiecare coloană factorii din termenii corespunzători ai ecuaţiei algebrice (15) dacă în ordinea exprimării ultimii termeni sînt în această coloană. Pentru prescurtare în locul notaţiilor „sin" şi „cos" s-a folosit notaţia „s" şi respectiv „c".

Tabelul 1



Tabelul 2



Termenii din ecuaţie se scriu cu mare uşurinţă dacă urmărim drumurile indicate de săgeţi.

Pentru înţelegerea acestui procedeu se va face un exemplu în cele ce urmează.

Se consideră matricea

$$B = [\tilde{\theta}_1]\,(\alpha_1)[\tilde{\theta}_2]\,(\tilde{\alpha}_2)[\tilde{\theta}_3]\,(\alpha_3)[\tilde{\theta}_4] \tag{19}$$

Folosind tabelul „$\theta\alpha$" se observă că în coloana corespunzătoare argumentului θ_4 sînt încadraţi 5 factori egali cu 1 şi luînd sumele produselor factorilor indicaţi de săgeţi rezultă

$$\hat{b}_{33} = s\hat{\alpha}_1\, s\hat{\theta}_2\, s\hat{\theta}_3\, s\hat{\alpha}_3 - s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, c\hat{\alpha}_2\, c\hat{\theta}_3\, s\hat{\alpha}_3 - \tag{20}$$

$$- s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2\, c\hat{\alpha}_3 - c\hat{\alpha}_1\, s\hat{\alpha}_2\, c\hat{\theta}_3\, s\hat{\alpha}_3 + c\alpha_1\, c\hat{\alpha}_2\, c\hat{\alpha}_3$$

Ecuaţia duală (16) se separă în două ecuaţii reale din care se deduce ecuaţia care exprimă relaţia între parametrul de intrare şi cel de ieşire, adică ecuaţia input-output.

5. Aplicarea tabelelor "θα" "αθ" pentru deducerea ecuaţiei input-output

a) *Mecanismul R C C C*

Acest mecanism avînd 4 cuple din care una de rotaţie şi trei cilindrice, are următoarea ecuaţie matriceală de închidere :

$$[\tilde{\theta}_1]\,(\tilde{\alpha}_1)\,[\tilde{\theta}_2]\,(\tilde{\alpha}_2)[\tilde{\theta}_3]\,(\tilde{\alpha}_3)\,[\tilde{\theta}_4]\,(\tilde{\alpha}_4) = \tilde{E} \tag{21}$$

Parametrul de intrare este θ_1 iar parametrii de ieşire sînt θ_4 şi s_4. La acest mecanism mărimile s_1, σ_1, σ_2, σ_3, σ_4, α_1, α_2, α_3, α_4 sînt cunoscute iar mărimile θ_2, s_2, θ_3, θ_4, s_4 sînt necunoscute şi trebuiesc determinate în funcţie de θ_1.

Ecuaţia input-output se obţine direct daeă se scrie ecuaţia matriceală (21) sub forma

$$[\tilde{\theta}_3]\,(\tilde{\alpha}_3)\,[\tilde{\theta}_4]\,(\tilde{\alpha}_4)\,[\tilde{\theta}_1]\,(\tilde{\alpha}_1)\,[\tilde{\theta}_2]\,(\tilde{\alpha}_2) = \tilde{E} \tag{22}$$

şi se notează

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= [\tilde{\theta}_3]\,(\tilde{\alpha}_3)\,[\tilde{\theta}_4)\,(\tilde{\alpha}_4)\,[\tilde{\theta}_1]\,(\tilde{\alpha}_1) \\ \tilde{C} &= [\tilde{\theta}_2]\,(\tilde{\alpha}_2) \end{aligned} \tag{23}$$

Prin această scriere convenabilă se urmăreşte ca în ecuaţia (16) să nu apară parametrii duali necunoscuţi $\hat{\theta}_2$ şi $\hat{\theta}_3$.

Folosind diagrama „θα" rezultă

$$\begin{aligned} &s\hat{\alpha}_3\, s\hat{\theta}_4\, s\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 - s\hat{\alpha}_3\, c\hat{\theta}_4\, c\hat{\alpha}_4\, c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 - s\hat{\alpha}_3\, c\hat{\theta}_4\, c\hat{\alpha}_4\, c\hat{\alpha}_1 - \\ &- c\hat{\alpha}_3\, s\hat{\alpha}_4\, c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 + c\hat{\alpha}_3\, c\hat{\alpha}_4\, c\hat{\alpha}_1 = c\hat{\alpha}_2 \end{aligned} \tag{24}$$

Partea reală a ecuaţiei duale (24) se scrie direct şi rezultă

$$\begin{aligned} &s\alpha_3\, s\theta_4\, s\theta_1\, s\alpha_1 - s\alpha_3\, c\theta_4\, c\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 - s\alpha_3\, c\theta_4\, s\alpha_4\, c\alpha_1 - \\ &- c\alpha_3\, s\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 + c\alpha_3\, c\alpha_4\, c\alpha_1 = c\alpha_2 \end{aligned} \tag{25}$$

Aceasta este ecuaţia input-output pentru mecanismul RCCC şi de aici rezultă $\theta_4 = \theta_4(\theta_1)$.

Plecînd de la ideea că o funcţie de argumente numere duale prin dezvoltare în serie simbolică Taylor [1] se scrie

$$\tilde{f}(\hat{x}, \hat{x}_2 \ldots \hat{x}_n) = \tilde{f}(x_1 + \omega x_1^0, x_2 + \omega x_2, \ldots x_n + \omega x_n^0) = \\ = f(x_1, x_2, \ldots x_n) + \omega \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i^0 \tag{26}$$

rezultă că partea duală a funcţiei $\tilde{f}$ este expresia

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i^0$$

Aplicînd acest procedeu expresiei (24) şi ţinînd seama de relaţiile (9) se deduce :

$$\sigma_3(c\alpha_3\, s\theta_4\, s\theta_1\, s\alpha_1 - c\alpha_3\, c\theta_4\, c\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 - c\alpha_3\, c\theta_4\, s\alpha_4\, c\alpha_1 + \\ + s\alpha_3\, s\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 - s\alpha_3\, c\alpha_4\, c\alpha_1) + s_4(s\alpha_3\, c\theta_4\, s\theta_1\, s\alpha_1 + \\ + s\alpha_3\, s\theta_4\, c\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 + s\alpha_3\, s\theta_4\, s\alpha_4\, c\alpha_1) + s_1(s\alpha_3\, s\theta_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 + \\ + s\alpha_3\, c\theta_4\, c\alpha_4\, s\theta_1\, s\alpha_1 + c\alpha_3\, s\alpha_4\, s\theta_1\, s\alpha_1) + \sigma_1(s\alpha_3\, s\alpha_4\, s\theta_1\, c\alpha_1 - \\ - s\alpha_3\, c\theta_4\, c\alpha_4\, c\theta_1\, c\alpha_1 + s\alpha_3\, c\theta_4\, s\alpha_4\, s\alpha_1 + c\alpha_3\, s\alpha_4\, c\theta_1\, c\alpha_1 - \\ - c\alpha_3\, c\alpha_4\, s\alpha_1) + \sigma_4(s\alpha_3\, c\theta_4\, s\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 - s\alpha_3\, c\theta_4\, c\alpha_4\, c\alpha_1 - \\ - c\alpha_3\, c\alpha_4\, c\theta_1\, s\alpha_1 - c\alpha_3\, s\alpha_4\, c\alpha_1) = \sigma_2\, s\alpha_2 \tag{27}$$

Pentru a rezolva ecuaţia (25) se fac substituţiile

$$s\theta_4 = \frac{2t}{1+t^2}\ ; \quad c\theta_4 = \frac{1-t^2}{1+t^2}\ ; \quad s\theta_1 = \frac{2v}{1+v^2}\ ; \quad c\theta_1 = \frac{1-v^2}{1+v^2} \tag{28}$$

şi rezultă ecuaţia de gradul doi în t

$$t^2\{v^2[c(\alpha_4 - \alpha_1 - \alpha_3) - c\alpha_2] + c(\alpha_4 + \alpha_1 - \alpha_3) - c\alpha_2\} - 4tvs\,\alpha_1\, s\alpha_3 + \\ + v^2[c(\alpha_4 - \alpha_1 + \alpha_3) - c\alpha_2] + c(\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4) - c\alpha_2 = 0 \tag{29}$$

În continuare folosind soluţia ecuaţiei (29), din ecuaţia (27) se determină parametrul σ_4.

b) *Mecanismul RCRCR*

Studiul ecuaţiei input-output pentru acest mecanism a făcut obiectul multor lucrări [1] [2] [10] [11].

În cele ce urmează se va deduce această ecuaţie pe cale directă prin metoda propusă şi se va obţine ecuaţia input-output de gradul patru, rezultat confirmat şi de lucrările [2], [10], [11].

La acest mecanism parametrii s_1, σ_1, σ_2, s_3, σ_3, σ_4, s, σ, α_1, α_2, α_3, α_4, α sînt cunoscuţi în timp ce parametrii s_2, s_4, θ_2, θ_3, θ_4, θ sînt necunoscuţi şi trebuiesc determinaţi în funcţie de parametrul de intrare θ_1.

Ecuaţia de închidere se scrie sub forma :

$$[\tilde{\theta}_4](\tilde{\alpha}_4)[\tilde{\theta}_5](\tilde{\alpha}_5)[\tilde{\theta}_1](\tilde{\alpha}_1)[\tilde{\theta}_2](\tilde{\alpha}_2)[\tilde{\theta}_3](\tilde{\alpha}_3) = \tilde{E} \tag{30}$$

şi se va nota

$$\tilde{B} = [\tilde{\theta}_4](\tilde{\alpha}_4)[\tilde{\theta}_5](\tilde{\alpha}_5)[\tilde{\theta}_1](\tilde{\alpha}_1)[\tilde{\theta}_2] \tag{31}$$

$$\tilde{C} = (\tilde{\alpha}_2)[\tilde{\theta}_3](\tilde{\alpha}_3) \tag{32}$$

Folosind diagramele „$\theta\alpha$" „$\alpha\theta$" ecuaţia (16) devine :

$$\begin{aligned} &s\hat{\alpha}_4(s\hat{\theta}_5\, s\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 - c\hat{\theta}_5\, c\hat{\alpha}_5\, c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 - c\hat{\theta}_5\, s\hat{\alpha}_5\, c\hat{\alpha}_1) + \\ &+ c\hat{\alpha}_4(-s\hat{\alpha}_5\, c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1 + c\hat{\alpha}_5\, c\hat{\alpha}_1) = s\hat{\alpha}_2\, c\hat{\theta}_3\, s\hat{\alpha}_3 + c\hat{\alpha}_2\, c\hat{\alpha}_3 \end{aligned} \tag{33}$$

Ecuaţia duală (33) se separă, pe baza considerentelor expuse la mecanismul RCCC, în ecuaţiile reale :

$$\begin{aligned} &s\theta_5\, s\theta_1\, s\alpha_1\, s\alpha_4 - c\theta_5(c\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_5 + c\alpha_1\, c\alpha_5) - c\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_4\, s\alpha_5 \\ &+ c\alpha_1\, c\alpha_4\, c\alpha_5 - c\alpha_2\, c\alpha_3 = -c\theta_3\, s\alpha_2\, s\alpha_3 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned} &s_5[c\theta_5\, s\theta_1\, s\alpha_1\, s\alpha_4 + s\theta_5(c\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_5 + c\alpha_1\, c\alpha_5)] + s_1[s\theta_5\, c\theta_1\, s\alpha_1\, s\alpha_4 - \\ &- c\theta_5(-s\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_5 + c\alpha_1\, c\alpha_5) + s\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_4\, s\alpha_5] + \sigma_1[s\theta_5\, s\theta_1\, c\alpha_1\, s\alpha_4 - \\ &- c\theta_5(c\theta_1\, c\alpha_1\, c\alpha_5 - s\alpha_1\, c\alpha_5) - c\theta_1\, c\alpha_1\, c\alpha_4\, s\alpha_5 - s\alpha_1\, c\alpha_4\, c\alpha_5] + \\ &+ \sigma_4[s\theta_5\, s\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_4 + c\theta_1\, s\alpha_1\, s\alpha_4\, s\alpha_5 - c\alpha_1\, s\alpha_4\, c\alpha_5] + \\ &+ \sigma_5[c\theta_5(c\theta_1\, s\alpha_1\, s\alpha_5 + c\alpha_1\, s\alpha_5) - c\theta_1\, s\alpha_1\, c\alpha_4\, c\alpha_5 - c\alpha_1\, c\alpha_4\, s\alpha_5] - \\ &+ \sigma_2\, s\alpha_2\, c\alpha_3 + \sigma_3\, c\alpha_2\, s\alpha_3 = s_3\, s\theta_3\, s\alpha_2\, s\alpha_3 - \sigma_2\, c\theta_3\, c\alpha_2\, s\alpha_3 - \\ &- \sigma_3\, c\theta_3\, s\alpha_2\, c\alpha_3 \end{aligned} \tag{35}$$

Din relaţiile (34) (35) eliminînd parametrul θ_3 rezultă o ecuaţie de gradul doi în $s\theta_5$, $c\theta_5$ adică o ecuaţie de gradul patru în $\operatorname{tg}\frac{\theta_5}{2}$:

c) *Mecanismul RRCCR*

La acest mecanism parametrii s_1, s_2, s_5, σ_1, σ_2, σ_3, σ_4, σ_5, α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 sînt cunoscuţi iar parametrii θ_2, θ_3, θ_4, θ_5, s_3, s_4 sînt necunoscuţi şi trebuiesc determinaţi în funcţie de θ_1.

Se consideră

$$\tilde{B} = [\tilde{\theta}_4]\,(\alpha_4)[\tilde{\theta}_5]\,(\alpha_5)[\tilde{\theta}_1]\,(\alpha_1)[\tilde{\theta}_2]\,(\tilde{\alpha}_2) \tag{36}$$

$$\tilde{C} = [\tilde{\theta}_3]\,(\tilde{\alpha}_3) \tag{37}$$

cu scopul de a elimina direct parametrii duali $\hat{\theta}_3$, $\hat{\theta}_4$ şi ecuaţia (16) cu ajutorul diagramei „$\theta\alpha$" devine :

$$\begin{aligned} &s\hat{\alpha}_4\, s\hat{\theta}_5(c\hat{\theta}_1\, s\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 + s\hat{\theta}_1\, c\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 + s\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\alpha}_2) + c\hat{\theta}_5(c\hat{\alpha}_5\, s\hat{\theta}_1\, s\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 - \\ &- c\hat{\alpha}_5\, c\hat{\theta}_1\, c\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 - c\hat{\alpha}_5\, c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\alpha}_2 + s\hat{\alpha}_5\, s\hat{\alpha}_1\, c\theta_2\, s\hat{\alpha}_2 - \\ &- s\hat{\alpha}_5\, s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\alpha}_2 + c\hat{\alpha}_4\, s\hat{\alpha}_5(s\hat{\theta}_1\, s\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 - c\hat{\theta}_1\, c\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 - c\hat{\theta}_1\, s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\alpha}_2) \\ &+ c\hat{\alpha}_4\, c\hat{\alpha}_5(- s\hat{\alpha}_1\, c\hat{\theta}_2\, s\hat{\alpha}_2 + c\hat{\alpha}_1\, c\hat{\alpha}_2) = c\hat{\alpha}_3 \end{aligned} \tag{38}$$

Ecuaţia (38) se separă în două ecuaţii liniare în $s\theta_2$, $c\theta_2$, se elimină parametrul θ_2 şi rezultă o ecuaţie de gradul patru în $s\theta_5$, $c\theta_5$ adică de gradul opt în $\operatorname{tg}\frac{\theta_5}{2}$.

Catedra de mecanică şi teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu — Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1 *Dimentberg F. M.* — Opredelenie polojenii prostranstvennih mehanizmov. Izd. Akademia Nauk. Moskva SSSR 1950.
2 *Duffy J. Habib-Olahi, H. Y.* —A Displacement Analysis of Spatial Five-Link 3R-2C Mechanisms. Part 1 On the Closures of the RCRCR Mechanism. J. Mechanisms pp. 289—301 1971
3 *Duffy J. Habib-Olahi H. Y.* A Displacement Analysis of Spatial Five Link 3R-2C Mechanisms. Part 2 Analysis of RRCRC Mechanism J. Mechanisms pp. 463—473 1971.
4 *Duffy J. Habib-Olahi H. Y.* — A Displacement Analysis of Spatial Five-Link 3R-2C. Mechanisms. Part 13 Analysis of the RCRRC Mechanism. Mechanism and Machine Theory pp. 71—84 972.
5 *Duffy J. Keen D.* — A Displacement Analysis of the Spatial Five-Link RERRR Mechanism Mechanism and Machine Theory pp. 211—230 1971.
6 *Mangeron D. Drăgan C.* — Asupra unei noi metode tensoriale de studiu a mecanismelor. Buletin Inst. Politehnic Iaşi vol. 7 nr. 1—2 1957.
7 *Pandrea N.* — Contribuţii la studiul mecanismelor spaţiale cu ajutorul teoriei şuruburilor. Teză de doctorat. Inst. politehnic Bucureşti. Aprilie 1973.
8 *Pelecudi Chr.* — Teoria mecanismelor spaţiale. Editura Academioi R. S. R. 1972.
9 *Sticher F. C. O.*—The Use of Conics in Studying of Characteristic e Some Spatial Mechanismt. J. Mechanisms pp. 303—339, 1971.
10 *Yang A. T.* — Displacement Analysis of Spatial Five-Link Mechanisms Using 3 × 3 Matrices With Dual-Number Elements. ASME, serie B, J. Engng. Industrry, Febr. 1969.
11 *YuanM. S. C. Freudenstein F.* — Kinematic Analysis of Spatial Mechanisms by Means of Screw Coordinates. ASME serie B J. Engng. Industry Febr. 1971.
12 *WooL. Freudenstein F.* — Application of Line Geometry to Theoretical Kinematics and the Kinematic Analysis of Mechanical Systems. J. Mechanisms vol. 5 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

TERMOTEHNICĂ

C.Z: 536.2

REZOLVAREA PROBLEMEI TRANSMISIEI DE CĂLDURA PRIN CONDUCTIBILITATE ÎN REGIM NESTAȚIONAR ÎN CAZUL CILINDRULUI PLIN CU AJUTORUL CALCULATORULUI NUMERIC *

D. ȘTEFĂNESCU, CARMEN PAPADOPOL

Metodele moderne de rezolvare a problemelor teoretice și practice ale transmisiei de căldură implică și folosirea calculatoarelor.

În domeniul transmisiei de căldură, aplicarea metodei în mai mare măsură și-a găsit cîmp de acțiune numai în calculul schimbătoarelor de căldură. Celelalte domenii sînt mai vitregite de aportul acestui instrument de calcul.

Dintre problemele cercetate cu folosirea calculatorului numeric se va prezenta un caz al transmisiei de căldură prin conductibilitate în regim nestaționar pentru cilindrul plin.

S-a utilizat relația obținută cu ajutorul transformatei Laplace, care dă valorile temperaturii cilindrului plin, lung, în procesul de încălzire sau răcire a acestuia :

$$T = \theta_0 + \frac{Bi_1 \cdot k_1 \cdot \theta_0 \cdot J_0(\sqrt{k}) \cdot e^{-k \cdot \tau}}{Bi_1 J_0(\sqrt{k}) - \sqrt{k}\, J_1(\sqrt{k})} - \tag{1}$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \left(\theta_0 - T_0 + \frac{k_1 \cdot \theta_0 \cdot \beta_n^2}{\beta_n^2 - k} \right) + A_n J_0(\beta_n \rho)\, e^{-\beta_n^2 \cdot \tau}$$

în care :

θ_0 — temperatura mediului, K;

Bi_1 — criteriul Biot calculat pe conturul cilindrului;

$\theta_1 = \theta_0(1 + k_1 e^{-k\tau})$ — legea de variație a temperaturii care spală conturu cilindrului și unde θ_0, k_1, k sînt constante;

$\rho = r/r_1$ — coordonată relativă, ce reprezintă raportul dintre raza cilindrului într-un punct din interior și raza propriu-zisă a cilindrului. Aici $r \in [0, r_1]$;

$\tau = a \cdot t/r_1^2$ — timp adimensional, unde a este coeficientul de difuzibilitate termică, iar t este timpul de lucru; J_0, J_1 — funcțiile Bessel de speța I-a corespunzătoare ordinului zero și unu;

A_n, β_n — coeficienți calculați tabelar în funcție de criteriul Biot (tabelul 1 și tabelul2).

---

* Manuscris predat redacției la data de 26 decembrie 1973

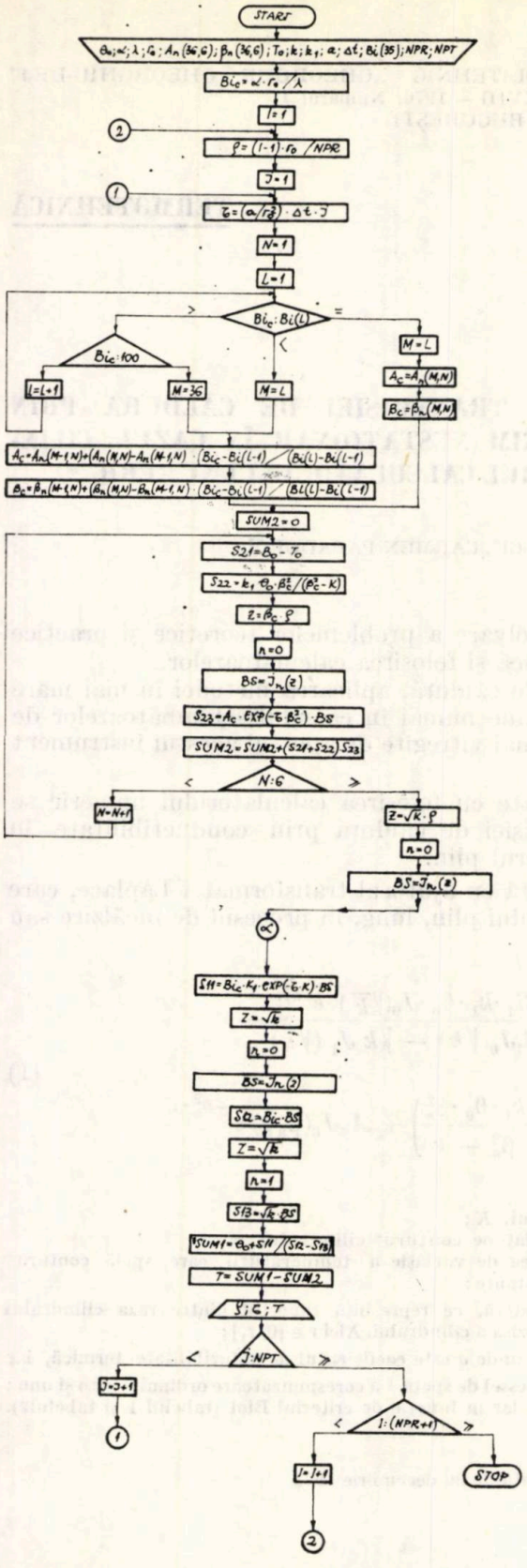


Fig. 1

Se observă că, în relaţia (1) seria care intră în ea converge rapid; de aceea este suficient să se ia în consideraţie 6 termeni ai seriei pentru a obţine rezultatul cu precizia de 3 — 4 cifre.

Relaţia 1 — s-a aplicat pentru următorul caz :

$r_1 = 0{,}1\ m$, $T_0 = 300\ K$, $\theta_0 = 800\ K$, $t = 600$ s. La $\tau = 0 \Rightarrow \theta_1 = T_0 k_1 = -0{,}625$. Pentru valoarea lui k :

$$\theta_1 = -kk_1\theta_0 e^{-k\tau} \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_1 = -k\,k_1\theta_0$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{T_0 - \theta_0}{\tau} \Rightarrow k = \frac{1}{\tau}$$

Pentru $a = 0{,}6 \cdot 10^{-5}$ $m^2/s \Rightarrow \tau = 0{,}36 \Rightarrow k = 2{,}777$

Luînd $\alpha_1 = 4.000$Kcal/ /$m^2 \cdot h \cdot$ grd şi $\lambda_1 = 20$Kcal/ /m.h.grd se obţine : $Bi_1 = 20$.

Programul pentru calculatorul numeric poate fi alcătuit ca un program particular şi ca un program general.

În primul caz, în relaţia (1) se introduc valorile numerice arătate anterior, calculînd şi funcţiile Bessel. Se împarte ρ în 5 părţi de la 0 pînă la 1.

Deoarece tabelele pentru funcţiile Bessel nu conţin şi argumente mari, se propune următorul calcul (valabil şi pentru argumente mici, cu erori numai la a patra zecimală) :

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,[P_n(x) \cdot \cos\varphi - Q_n(x) \cdot \sin\varphi] \qquad (2)$$

$$\varphi = x - \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \tag{3}$$

$$P_n(x) = 1 - \frac{(4n^2-1^2)\,(4n^2-3^2)}{2\,!(8x)^2} + \frac{(4n^2-1^2)(4n^2-3^2)\,(4n^2-5^2)(4n^2-7^2)}{4\,!(8x)^3} - \tag{4}$$

$$- \frac{(4n^2-1^2)\,(4n^2-3^2)\,(4n^2-5^2)\,(4n^2-7^2)\,(4n^2-9^2)\,(4n^2-11^2)}{6\,!(8x)^4} + \ldots$$

$$Q_n(x) = \frac{4n^2-1^2}{1\,!(8x)} - \frac{(4n^2-1^2)\,(4n^2-3^2)\,(4n^2-5^2)}{1\,!(8x)^3} + \tag{5}$$

$$+ \frac{(4n^2-1^2)\,(4n^2-3^2)\,(4n^2-5^2)\,(4n^2-7^2)\,(4n^2-9^2)}{5\,!(8x)^5} - \ldots$$

în care n reprezintă ordinul funcției. La polinomul $P_n(x)$ se reţin termenii de rang $K > \frac{2n-5}{4}$, iar la polinomul $Q_n(x)$ — de rang $K > \frac{2n-7}{4}$, astfel încît să se obţină o eroare inferioară primului termen neglijat.

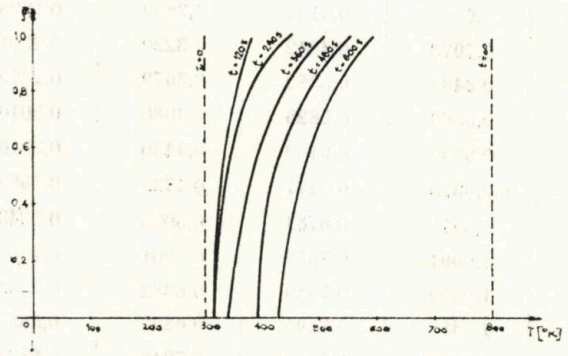


Fig. 2

Pentru programul general se alcătuieşte schema logică a relaţiei (1), în care se introduc numai datele iniţiale (fig. 1).

Cîmpul de temperatură rezultat este reprezentat în fig. 2, într-o diagramă $\rho - T$, în funcţie de t.

Tabelul 1

Valorile coeficientului A_n

Bi	$+A_1$	$-A_2$	$+A_3$	$-A_4$	$-A_5$	$-A_6$
0,0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,01	1,0031	0,0034	0,0013	0,0008	0,0005	0,0004
0,02	1,0049	0,0067	0,0027	0,0015	0,0010	0,0007
0,04	1,0102	0,0135	0,0052	0,0031	0,0021	0,0015
0,06	1,0150	0,0201	0,0081	0,0046	0,0031	0,0023
0,08	1,0199	0,0268	0,0110	0,0062	0,0041	0,0030
0,1	1,0245	0,0333	0,0135	0,0077	0,0051	0,0037
0,15	1,0366	0,0497	0,0202	0,0116	0,0077	0,0056
0,20	1,0482	0,0653	0,0269	0,0154	0,0103	0,0075
0,30	1,0711	0,0972	0,0401	0,0231	0,0155	0,0112
0,40	1,0931	0,1277	0,0582	0,0307	0,0205	0,0150
0,50	1,1142	0,1571	0,0662	0,0383	0,0256	0,0187
0,60	1,1345	0,1857	0,0790	0,0458	0,0307	0,0224
0,70	1,1539	0,2132	0,0917	0,0533	0,0358	0,0261
0,80	1,1774	0,2398	0,1043	0,0608	0,0408	0,0298
0,90	1,1902	0,2654	0,1167	0,0682	0,0459	0,0335
1,0	1,2071	0,2901	0,1289	0,0756	0,0509	0,0372
1,5	1,2807	0,4008	0,1877	0,1117	0,0756	0,0554
2,0	1,3377	0,4923	0,2422	0,1404	0,0998	0,0732
3,0	1,4192	0,6309	0,3384	0,2114	0,1463	0,1084
4,0	1,4698	0,7278	0,4184	0,2699	0,1898	0,1420
5,0	1,5029	0,7973	0,4842	0,3220	0,2301	0,1735
6,0	1,5253	0,8484	0,5382	0,3679	0,2672	0,2038
7,0	1,5409	0,8869	0,5825	0,4080	0,3010	0,2317
8,0	1,5523	0,9225	0,6189	0,4430	0,3316	0,2579
9,0	1,5611	0,9393	0,6491	0,4735	0,3593	0,2826
10,0	1,5677	0,9575	0,6784	0,5000	0,3843	0,3042
15,0	1,5853	1,0091	0,7519	0,5901	0,4760	0,3913
20,0	1,5918	1,0309	0,7889	0,6382	0,5303	0,4461
30,0	1,5964	1,0488	0,8195	0,6827	0,5853	0,5062
40,0	1,5988	1,0550	0,8335	0,7018	0,6133	0,5390
50,0	1,5995	1,0587	0,8396	0,7112	0,6227	0,5544
60,0	1,6009	1,0589	0,8428	0,7165	0,6301	0,5642
80,0	1,6012	1,0599	0,8463	0,7212	0,6398	0,5770
100,0	1,6014	1,0631	0,8505	0,7245	0,6415	0,5850
∞	1,6021	1,0648	0,8558	0,7296	0,6485	0,5896

Tabelul 2

Valorile coeficientului β_n

Bi	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_2
0,0	0,0000	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706
0,01	0,1412	3,8343	7,0170	10,1745	13,3244	16,4712
0,02	0,1995	3,8369	7,0184	10,1754	13,3252	16,4718
0,04	0,2814	3,8421	7,0213	10,1774	13,3267	16,4731
0,06	0,3438	3,8473	7,0241	10,1794	13,3282	16,4743
0,08	0,3960	3,8525	7,0270	10,1813	13,3297	16,4755
0,10	0,4417	3,8577	7,0298	10,1833	13,3312	16,4767
0,15	0,5376	3,8706	7,0369	10,1882	13,3349	16,4797
0,20	0,6170	3,8835	7,0440	10,1931	13,3387	16,4828
0,30	0,7465	3,9091	7,0582	10,2029	13,3462	16,4888
0,40	0,8516	3,9344	7,0723	10,2127	13,3537	16,4949
0,50	0,9408	3,9594	7,0864	10,2225	13,3611	16,5010
0,60	1,0184	3,9841	7,1004	10,2322	13,3686	16,5070
0,70	1,0873	4,0085	7,1143	10,2419	13,3761	16,5131
0,80	1,1490	4,0325	7,1282	10,2519	13,3835	16,5191
0,90	1,2048	4,0562	7,1421	10,2613	13,3910	16,5251
1,0	1,2558	4,0795	7,1558	10,2710	13,3984	16,5312
1,5	1,4569	4,1902	7,2233	10,3188	13,4353	16,5612
2,0	1,5994	4,2910	7,2884	10,3658	13,4719	16,5910
3,0	1,7887	4,4634	7,4103	10,4566	13,5434	16,6499
4,0	1,9081	4,6018	7,5201	10,5423	13,1625	16,7073
5,0	1,9898	4,7131	7,6177	10,6223	13,6786	16,7630
6,0	2,0490	4,8033	7,7039	10,6964	13,7414	16,8168
7,0	2,0937	4,8772	7,7797	10,7646	13,8008	16,8684
8,0	2,1286	4,9384	7,8464	10,8271	13,8566	16,9179
9,0	2,1566	4,9897	7,9051	10,8842	13,9090	16,9650
10,0	2,1795	5,0332	7,9569	10,9363	13,9580	17,0099
15,0	2,2509	5,1773	8,1422	11,1367	14,1576	17,2008
20,0	2,2880	5,2568	8,2534	11,2677	14,2983	17,3442
30,0	2,3261	5,3410	8,3771	11,4221	14,4748	17,5348
40,0	2,3455	5,3846	8,4432	11,5081	14,5774	17,6508
50,0	2,3572	5,4112	8,4840	11,5621	14,6433	17,7272
60,0	2,3651	5,4291	8,5116	11,5990	14,6889	17,7807
80,0	2,3750	5,4516	8,5466	11,6461	14,7475	17,8502
100,0	2,3809	5,4652	8,5678	11,6747	14,7834	17,8931
∞	2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	18,0711

În acest mod, s-a putut obține rapid cîmpul de temperaturi, cu ajutorul unui calculator numeric.

Concluzii

Se poate vedea că metoda utilizării mașinilor electronice de calcul prezintă avantaje nete față de metodele clasice. În plus integrarea ecuației transmisiei de căldură prin conductibilitate folosind transformata Laplace permite înlăturarea erorilor care se obțin cu ajutorul criteriilor Biot și Fourier. Pe lîngă cîmpul de temperatură obținut la încălzirea sau răcirea cilindrului lung, plin, fără surse interioare de căldură, luînd problema în sens invers, se poate calcula prin aceeași metodă și timpul necesar acestei răciri și încălziri. De aceea se consideră că și această metodă va

avea aplicaţii într-o serie de procese termice caracteristice în industria constructoare de maşini ca : tratamente termice, prelucrări, funcţionarea organelor de maşini la temperaturi ridicate, cuptoare, etc.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Licov, A. V.* — Teoriia teploprovodnosti. Izd. Vissaia şcola. Moscova. — 1967.
2. *Petrescu A.* — Calculatoare automate şi programare. E. D. P. Bucureşti — 1973.
3. *Ştefănescu D., Papadopol C., Morega I., Trifan S.* — Consideraţii asupra aplicării transformatei Laplace în transmiterea de căldură prin conducţie a cilindrului plin în regim nestaţionar şi asupra posibilităţii modelării electrice a fenomenului. A XXV-a sesiune ştiinţifică a Institutului politehnic din Bucureşti — 1972.
4. *Ştefănescu D., Papadopol C., Morega I.* — Metode de rezolvare a ecuaţiei transmisiei de căldură prin conductivilitate în regim nestaţionar în cazul cilindrului plin. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tomul XXXVI — nr. 2, martie-aprilie 1974.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 536.2

CORELAȚIA DINTRE PIERDERILE PROVOCATE DE IREVERSIBILITATEA TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ ÎN RECUPERATOR ȘI RAPORTUL OPTIM DE CREȘTERE A PRESIUNII ÎN COMPRESORUL INSTALAȚIEI DE TURBINĂ CU GAZE CU RECUPERARE DE CĂLDURĂ.

VSEVOLOD RADCENCO

1. Introducere

Existența diferenței finite de temperatură ΔT într-un proces de transfer de căldură imprimă acestui proces un caracter ireversibil. Pierderea de exergie provocată de ireversibilitate π_{ir} se determină pe baza teoremei Gouy-Stodola :

$$\pi_{ir} = T_0 \cdot \Delta S_{ir} = T_0 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) Q = T_0 \frac{\Delta T}{T_1 \cdot T_2} Q \qquad (1)$$

unde T_0 reprezintă temperatura mediului ambiant iar ΔS_{ir} — creșterea entropiei sistemului format din corpurile de temperaturi $T_1 > T_2$ care schimbă căldura Q.

Presupunînd că sistemul considerat este adiabat se ajunge la concluzia că randamentul exergetic al transferului de căldură între corpurile considerate este precizat de expresia :

$$\eta_{ex} = \frac{E_{Q_2}}{|E_{Q_1}|} = 1 - \frac{\pi_{ir}}{|E_{Q_1}|} \qquad (2)$$

în care E_{Q_1} are semnificația exergiei căldurii cedate de corpul cald iar E_{Q_2} — exergia căldurii primite de corpul rece.

Luarea în considerare a ireversibilității transferului de căldură prezintă o importanță deosebită mai ales atunci cînd se urmărește, spre exemplu, fundamentarea teoretică riguroasă a existenței valorilor optime ale unor parametri funcționali caracteristici ai instalațiilor termice sau frigorifice prevăzute cu schimbătoare de căldură. Din această categorie fac parte, printre altele, instalațiile de turbine cu gaz și instalațiile frigorifice cu comprimare de aer echipate cu recuperatoare de căldură.

* Manuscris predat redacției la data de 22 octombrie 1974

Lucrarea de faţă are ca obiect stabilirea unei corelaţii între presiunea optimă de comprimare a aerului în compresorul instalaţiei de turbină cu gaze (I. T. G.) şi pierderea de exergie cauzată de ireversibilitatea transferului de căldură în recuperator. Programul de studiu elaborat care ţine seama şi de variaţia căldurilor specifice cu temperatura ale aerului şi gazelor de ardere a fost rezolvat cu ajutorul unui calculator electronic numeric.

2. Ipotezele de calcul şi notaţiile utilizate

Ciclul de calcul al I. T. G. cu recuperare de căldură, reprezentat în diagrama $T—s$ şi curbele de variaţie a temperaturilor în recuperatorul de căldură sînt arătate în fig. 1.

Ipotezele care definesc ciclul de calcul sînt următoarele (fig. 1, a):

— pierderile de presiune la aspiraţia aerului în composesor, pe traseul de aer al recuperatorului, în camerele de ardere, la evacuarea gazelor din turbină şi pe traseul de gaze al recuperatorului sînt luate în considerare prin procesele de laminare $0—1$, $6—6'$, $3'—3$, $4—4'$ şi $5'—5$ caracterizate prin creşterile de entropie ΔS_{l_a}, $\Delta S'_{l_R}$, $\Delta S_{l_{ar}}$, ΔS_{l_e} şi $\Delta S''_{l_R}$;

— procesele de comprimare $1—2$ a aerului în compresor şi de destindere $3—4$ a gazelor în turbină sînt considerate procese adiabate ireversibile în care entropia creşte cu ΔS_{ir_C} şi ΔS_{ir_T};

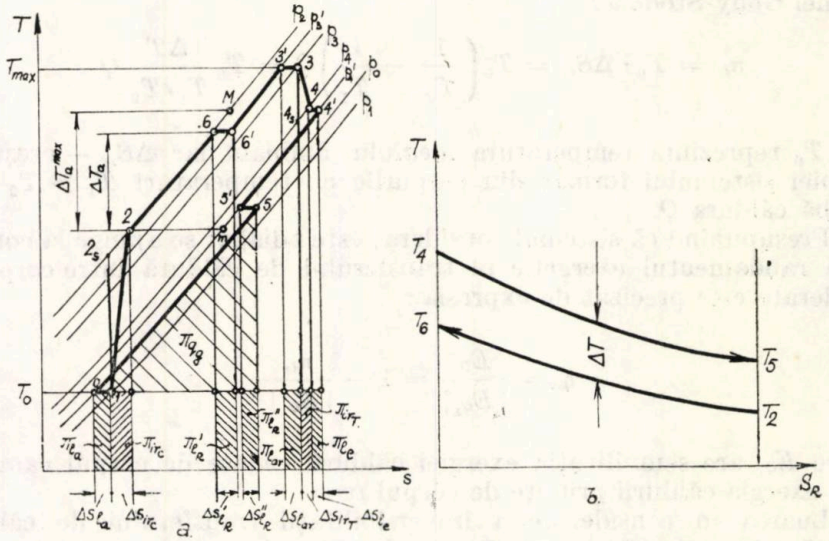


Fig. 1

— arderea combustibilului, ca proces ireversibil de transformare a energiei chimice în energie termică, determină încălzirea izobară $6'—3'$ a gazelor de ardere pînă la temperatura maximă admisă;

— transferul ireversibil de căldură la diferenţă finită variabilă de temperatură ΔT în recuperator se desfăşoară pe baza schemei în contracurent

(fig. 1, b) între gazele care se răcesc izobar în procesul 4′—5′ și aerul care se încălzește izobar în procesul 2—6.

Notațiile principale utilizate în studiu sînt următoarele:

— raportul de creștere a presiunii în compresor: $\beta_c = \frac{p_2}{p_1}$;

— raportul de scădere a presiunii în turbină: $\beta_T = \frac{p_3}{p_4}$;

— factorul de recuperare a căldurii: $\mu = \frac{\Delta T_a}{\Delta T_a}_{\max}$;

— randamentul intern al compresorului: $\eta_c = \frac{L_c}{L_{i_c}}$;

— randamentul intern al turbinei: $\eta_T = \frac{L_{i_T}}{L_T}$;

— randamentul izolației recuperatorului: $\eta_R = \frac{Q_{a_R}}{Q_{g_R}}$;

— randamentul termic al camerei de ardere: $\eta_{ar} = \frac{Q_g}{Q_{comb}}$

Se mai notează cu:

ψ_a, ψ'_R, ψ''_R, ψ_{ar}, ψ_e — coeficienții pierderilor relative de presiune la aspirația aerului în compresor, pe traseele de aer și gaze ale recuperatorului, în camera de ardere și la evacuarea din turbină;

$\varkappa_c$, $\varkappa_d$, $\varkappa_a$, $\varkappa_g$, $\varkappa_{ar}$, $\varkappa_e$ — exponenții adiabatici medii ai aerului și gazelor în procesele de comprimare și destindere, în recuperator, în camera de ardere și la răcirea gazelor evacuate în atmosferă;

L_0, λ, R — aerul minim necesar arderii combustibilului, coeficientul excesului de aer și constanta gazelor de ardere considerată identică cu cea a aerului.

3. Mărimile caracteristice ale ciclului de calcul

Ținînd seama de ipotezele și notațiile enumerate rezultă următoarele relații de calcul pentru mărimile caracteristice ale ciclului;

$$\beta_T = (1-\psi_a)(1-\psi'_R)(1-\psi_{ar})(1-\psi''_R)(1-\psi_e)\,\beta_c = \psi\cdot\beta_c \qquad (3)$$

unde ψ reprezintă coeficientul global al pierderilor de presiune ale ciclului;

$$T_2 = T_0\left(1+\frac{\beta_c^{\frac{\varkappa_c-1}{\varkappa_c}}-1}{\eta_c}\right);\quad T_4 = T_3\left[1-\eta_T\left(1-\beta_T^{\frac{1-\varkappa_d}{\varkappa_d}}\right)\right];\quad T_6 = T_2+\mu(T_4-T_2) \qquad (4)$$

$$\lambda = \frac{1}{L_0}\left(\frac{\varkappa_{ar}-1}{\varkappa_{ar}}\cdot\frac{\eta_{ar}}{T_3-T_6}\cdot\frac{H_i}{R}-1\right) \qquad (5)$$

$$T_5 = T_4 - \frac{\lambda L_0}{1+\lambda L_0}\cdot\frac{\mu}{\eta_R}\cdot\frac{\varkappa_a}{\varkappa_g}\cdot\frac{\varkappa_g-1}{\varkappa_a-1}(T_4-T_2) \qquad (6)$$

Exponenţii adiabatici medii ai aerului şi gazelor de ardere au fost determinaţi aplicînd relaţiile :

$$\varkappa_{aer} = 1{,}438 - 1{,}05 \cdot 10^{-4}\, T_m,\quad \varkappa_{gaze} = 1{,}254 - \frac{0{,}0372}{\lambda} + \frac{76{,}7}{T_m} \tag{7}$$

T_m fiind temperatura absolută medie a intervalului considerat.

Parametrul care condiţionează într-o mare măsură valoarea pierderii de exergie cauzate de ireversibilitatea arderii este factorul exergetic mediu de temperatură al gazelor de ardere :

$$\theta_{ex_{ar}} = 1 - \frac{T_0}{T_{m_{ar}}} \tag{8}$$

unde $T_{m_{ar}}$ reprezintă temperatura termodinamică medie a gazelor de ardere definită ca raport între căldura Q_g preluată de aceste gaze şi creşterea de entropie corespunzătoare ΔS_g :

$$T_{m_{ar}} = \frac{Q_g}{\Delta S_g} = \frac{T_3 - T_6}{\ln \dfrac{T_3}{T_2}} \tag{9}$$

4. Bilanţul pierderilor provocate de ireversibilitatea proceselor de lucru ale instalaţiei

Ecuaţia de bilanţ al pierderilor cauzate de ireversibilitatea internă şi externă a proceselor de lucru ale I. T. G. cu recuperare de căldura se obţine combinînd ecuaţiile de bilanţ energetic şi entropic pe baza teoremei Gouy-Stodola :

$$\Sigma Q = \Delta I + L_i\,;\ \Delta S = \Sigma \Delta S_Q + \Sigma \Delta S_{ir}\,;\ \Sigma \pi_{ir} = T_0 \Sigma \Delta S_{ir} \tag{10}$$

unde ΣQ, $\Sigma \Delta S_Q$ reprezintă suma schimburilor de căldură cu exteriorul şi a variaţiilor corespunzătoare de entropie ale agentului ; ΔI, ΔS — variaţiile de entalpie şi entropie ale agentului între secţiunile de intrare şi ieşire ale instalaţiei ; $\Sigma \Delta S_{ir}$ — suma creşterilor de entropie datorită ireversibilităţii interne a proceselor de lucru ale I. T. G. ; L_i — lucrul mecanic indicat al ciclului.

În final rezultă :

$$E_{cb} = L_i + \Sigma \pi_i + \Sigma \pi. \tag{11}$$

în care :

E_{cb} este energia chimică a combustibilului ;

$$\Sigma \pi_i = \pi_{ir_c} + \pi_{ir_T} + \pi_{ir_{ar}} + \pi_{ir_R} + \pi_l \tag{12}$$

reprezintă suma pierderilor cauzate de ireversibilitatea internă a proceselor de comprimare, destindere, ardere, transfer de căldură şi laminare ;

$$\Sigma \pi_e = \pi_{Q_{ar}} + \pi_{Q_R} + \pi_{Q_g} \tag{13}$$

defineşte suma pierderilor care revin ireversibilităţii externe cu căldura evacuată din camera de ardere, recuperator precum şi prin răcirea gazelor de ardere în mediul ambiant.

Pentru simplificarea studiului se consideră, convenţional [5] că $E_{cb} = m_{cb}H_i$ astfel că ecuaţia de bilanţ (11) permite corelarea randamentului indicat η_i al ciclului cu ponderea pierderilor cauzate de ireversibilitate în energia chimică a combustibilului :

$$\eta_i = \frac{L_i}{E_{cb}} = 1 - (\Sigma\overline{\pi}_i + \Sigma\overline{\pi}_e) = 1 - \sum_{j=1}^{8} \overline{\pi}_j \tag{14}$$

unde $\overline{\pi}_j$ reprezintă ponderea unei pierderi oarecare π_j în E_{cb}.

Notînd cu η_m randamentul mecanic al I.T.G. rezultă că randamentul efectiv al instalaţiei este exprimat de produsul

$$\eta_e = \eta_i \cdot \eta_m \tag{15}$$

Pentru a separa pierderile care revin arderii de cele care caracterizează celelalte procese care compun ciclul I. T. G. se introduc următoarele randamente :

— randamentul exergetic al arderii definit ca raport între exergia căldurii preluate de gaze în timpul arderii şi energia chimică a combustibilului :

$$\eta_{ex_{ar}} = \frac{E_{Q_g}}{E_{cb}} = 1 - \frac{\pi_{ir_{ar}} + \pi_{Q_{ar}}}{E_{cb}} = \eta_{ar} \cdot \theta_{ex_{ar}} = 1 - (\overline{\pi}_{ir_{ar}} + \overline{\pi}_{q_{ar}}) \tag{16}$$

— randamentul exergetic al ciclului care raportează lucrul mecanic indicat la exergia căldurii primite de gazele de ardere ($E_{Q_g} = \theta_{ex_{ar}} \cdot Q_g$) :

$$\eta_{ex_{cl}} = \frac{L_i}{E_{Q_g}} = 1 - \frac{\pi_{ir_c} + \pi_{ir_T} + \pi_{ir_R} + \pi_{Q_R} + \pi_{Q_g} + \pi_l}{E_{Q_g}} = \frac{\eta_i}{\eta_{ex_{ar}}} \tag{17}$$

Rezultă că randamentul efectiv al I. T. G. este exprimat de produsul randamentelor :

$$\eta_e = \eta_{ex_{ar}} \cdot \eta_{ex_{cl}} \cdot \eta_m \tag{18}$$

De asemenea pot fi definite randamentele exergetice ale compresorului, turbinei şi recuperatorului :

$$\eta_{ex_c} = 1 - \frac{\pi_{ir_c}}{|L_{i_c}|}\ ;\ \eta_{ex_T} = \frac{1}{1 + \dfrac{\pi_{ir_T}}{L_{i_T}}}\ ;\ \eta_{ex_R} = 1 - \frac{\pi_{ir_R} + \pi_{Q_R}}{|E_{Q_{g_R}}|} \tag{19}$$

unde L_{i_c} şi L_{i_T} reprezintă schimburile de lucru mecanic indicat ale compresorului şi turbinei iar $E_{Q_{g_R}}$ — exergia căldurii cedate de gaze în recuperator.

5. Influenţa ireversibilităţii transferului de căldură în recuperator asupra lui β_c^{opt}

Programul de studiu pe calculator a fost întocmit alegîndu-se ca parametru variabil raportul de presiuni $\beta_c = 1{,}5 \ldots 8$, ceilalţi parametri avînd următoarele valori :

$$T_{max} = 1000\ K,\ T_0 = 288\ K,\ \mu = 0{,}75,\ \eta_c = 0{,}85,\ \eta_T = 0{,}87,$$

$$\eta_{ar} = 0{,}97,\ \eta_m = 0{,}97,\ \eta_R = 0{,}98,\ \psi_a = 1\%,\ \psi_{ar} = 6\%,\ \psi'_R = 2\%,$$

$$\psi''_R = 3\%,\ \psi_e = 2\%,\ L_o = 14{,}32 \frac{\text{kg aer}}{\text{kg comb}},$$

$$H_i = 42{,}5 \frac{MJ}{\text{kg comb}} \text{ şi } R_{aer} = R_{gaze} = 290 \frac{J}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$$

Influenţa parametrului β_c asupra temperaturilor în punctele caracteristice ale ciclului şi asupra exponenţilor adiabatici medii este arătată în fig. 2. Se observă următoarele :

— la mărirea lui β_c temperatura de intrare T_2 a aerului în recuperator creşte iar temperatura T_6 a aerului la ieşirea din recuperator scade. Reducerea lui T_6 în condiţiile menţinerii constante a temperaturii $T_3 = T_{max}$ se traduce prin scăderea temperaturii medii $T_{m_{ar}}$ a gazelor în procesul de ardere ;

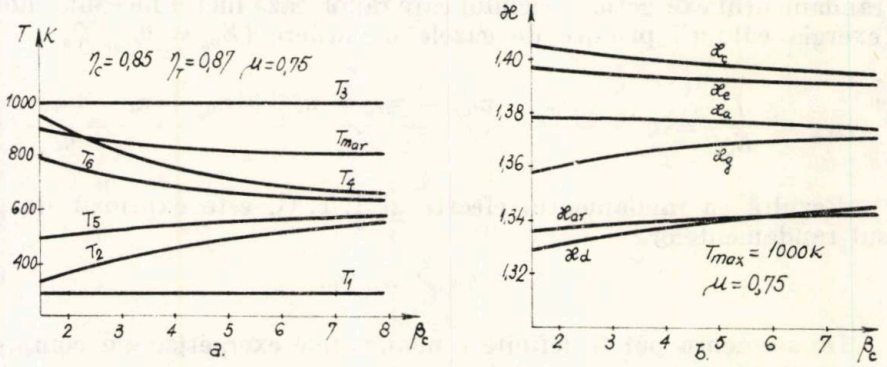


Fig. 2

— creşterea lui β_c este însoţită de reducerea temperaturii T_4 a gazelor la intrarea în recuperator şi de amplificarea temperaturii T_5 a gazelor evacuate din recuperator.

Modificarea temperaturilor T_2, T_6 şi T_4, T_5 ale aerului şi respectiv gazelor de ardere în recuperator în condiţiile menţinerii unei valori constante a lui μ este însoţită, la creşterea lui β_c, de o reducere a diferenţei medii de temperatură care caracterizează transferul de căldură în recuperator ;

$$\Delta T_{med} = \frac{T_4 - T_6 - (T_5 - T_2)}{\ln \frac{T_4 - T_6}{T_5 - T_2}} \tag{20}$$

Ţinînd seama de cele arătate devine posibilă explicarea alurii de variaţie a pierderilor şi randamentelor exergetice la creşterea lui β_c care este arătată în fig. 3. Se desprind următoarele concluzii :

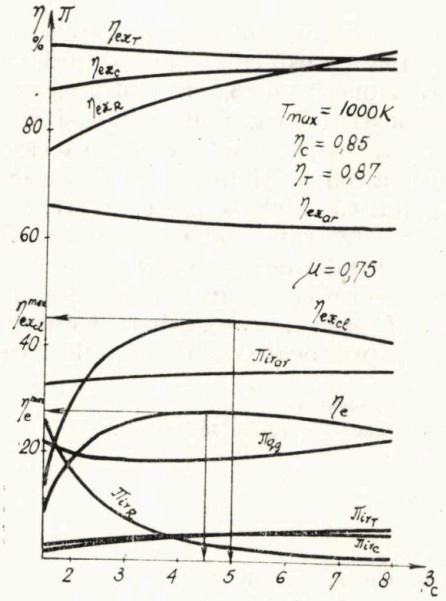


Fig. 3

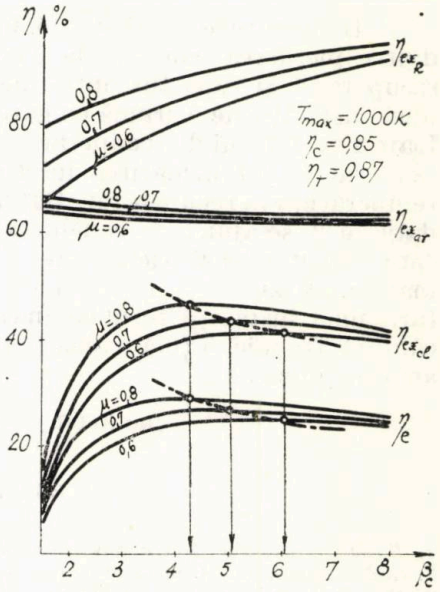


Fig. 4

— mărirea lui β_c este însoţită de o creştere a pierderilor π_{ir_c} şi π_{ir_T} provocate de ireversibilitatea proceselor de lucru ale compresorului şi turbinei;
— creşterea lui β_c se traduce şi prin amplificarea pierderii $\pi_{ir_{ar}}$ cauzate de ireversibilitatea arderii datorită reducerii temperaturii medii $T_{m_{ar}}$;
— pierderea π_{q_g} cu gazele evacuate din instalaţie acuză iniţial o uşoară scădere după care creşte o dată cu β_c;
— reducerea lui ΔT_{med} în recuperator la mărirea lui β_c este însoţită, pentru acelaşi μ, de micşorarea pierderii π_{ir_R} datorită ireversibilităţii transferului de căldură în recuperator.

Ca rezultat al acestui mod de variaţie al pierderilor se constată că, spre deosebire de $\eta_{ex_{ar}}$ care acuză o uşoară scădere la mărirea lui β_c, randamentul $\eta_{ex_{cl}}$ prezintă o valoare maximă corespunzătoare unei valori optime $\beta_c^{opt} \approx 5$. Existenţa unei valori $\eta_{ex_{cl}}^{max}$ este o consecinţă a modului diferit de variaţie al sumei $\pi_{ir_c} + \pi_{ir_T} + \pi_{q_g}$ care creşte o dată cu β_c şi al lui π_{ir_R} care scade la mărirea lui β_c.

Deoarece $\eta_e = \eta_{ex_{ar}} \cdot \eta_{ex_{cl}} \cdot \eta_m$ rezultă că şi randamentul efectiv al I.T.G. cu recuperare de căldură va prezenta un maximum corespunzător lui $\beta_c^{opt} \approx 4{,}5$ inferior celui precedent datorită scăderii lui $\eta_{ex_{ar}}$ la creşterea lui β_c.

În fig. 4 este arătată influenţa raportului de presiuni β_c asupra randamentelor $\eta_{ex_{ar}}$, $\eta_{ex_{cl}}$, η_{ex_R} şi η_e pentru diferite valori ale factorului de

recuperare $\mu = 0{,}6$; 0,7 ; 0,8. Se constată că spre deosebire de $\eta_{ex_{ar}}$ care este puţin influenţat de μ, randamentul $\eta_{ex_{cl}}$ creşte cu μ iar punctul de maximum se deplasează spre valori β_c^{opt} din ce în ce mai mici. Evident, mărirea lui μ conduce la creşterea randamentului exergetic η_{ex_R} al recuperatorului.

6. Concluzii

În lucrare este abordată într-un mod original problema corelaţiei dintre pierderea cauzată de ireversibilitatea transferului de căldură în recuperator şi raportul optim de creştere a presiunii β_c în compresorul unei instalaţii de turbină cu gaze. Se demonstrează că, pentru aceeaşi valoare a factorului de recuperare μ şi a temperaturii maxime a ciclului această pierdere scade la mărirea lui β_c consecinţă a reducerii diferenţei medii de temperatură în recuperator. Datorită faptului că celelalte pierderi cresc o dată cu β_c se ajunge la concluzia că, pentru β_c^{opt} suma tuturor pierderilor care caracterizează ciclul este minimă iar randamentul efectiv devine maxim. Rezultă deci că, fundamentarea teoretică riguroasă a comportării unei instalaţii termice în care se desfăşoară şi procese de transfer de căldură trebuie să ţină seama şi de pierderile provocate de ireversibilitatea acestor procese.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Baehr H. D.*, Thermodynamik. Springer-Verlag, 1966.
2. *Ghelfenbein L. G.*, Regheneratorî gazo-turbinnih ustanovok. Maşghiz, 1963.
3. *Nerescu I., Radcenco Vs.*, Analiza exergetică a proceselor termice, Ed. Tehnică, 1970.
4. *Olihovskii G. G.* , Teplovie ispitaniia staţionarnih gazoturbinnih ustanovok. Energhia, 1971.
5. *Radcenco Vs.* , Corelaţia dintre pierderile provocate de ireversibilitatea proceselor termice de lucru şi economicitatea instalaţiei de turbină cu gaze. Studii şi cercetări în energetică, C. D. E., 4, 1, 1974.
6. *Radcenco Vs*, Aspecte noi privind optimizarea proceselor de lucru ale instalaţiei de turbină cu gaze. Studii şi cercetări în energetică, C. D. E., 4, 2, 1974.
7. *Radcenco Vs.*, Capitole speciale de termodinamică tehnică — Procese termodinamice ireversibile Partea II-a. Litografia Institutului politehnic Bucureşti, 1975.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1975, Numărul 1
BUCUREȘTI

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 620.1

CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND EXISTENȚA EFECTULUI SOMMERFELD LA RECTIFICARE *

C. ISPAS, I. CONSTANTINESCU, ELENA MIHĂILESCU

1. Considerații preliminare

La mașinile de rectificat, pe măsură ce timpul de lucru efectiv al pietrelor abrazive crește, ondulațiile ce apar pe periferia acestora se accentuează și vibrațiile datorate lor cresc în intensitate. Acest lucru se amplifică pînă cînd continuarea procesului de așchiere devine imposibilă, piatra de rectificat trebuind să fie îndreptată. Operația de îndreptare constituie numai un proces de atenuare a fenomenului pentru că și desfășurarea sa este însoțită de vibrații, ceea ce face ca pe periferia pietrei de rectificat să se genereze ondulații.

Pierderea stabilității sistemului dinamic este grăbită și de faptul că vibrațiile de încovoiere ale arborelui principal, amplificîndu-se provoacă neuniformitatea mișcării de rotație. Acest fenomen este cunoscut în Mecanica teoretică sub numele de efect Sommerfeld și a fost pus în evidență la funcționarea vibratoarelor mecanice [7].

Neuniformitatea mișcări de rotație a pietrei de rectificat are infulență directă asupra uzurii neuniforme a granulelor abrazive. De menționat că uzura pietrelor de rectificat se produce atît prin uzura granulelor abrazive, acestea pierzîndu-și capacitatea de așchiere, cît și prin desprinderea granulelor din masa de liant a sculei. În lucrarea [3] se arată că ondulațiile de pe periferia pietrei de rectificat sînt datorate uzurii granulelor abrazive. Această afirmație se justifică prin aceea că amplitudinea ondulațiilor rareori ajunge la valori care să depășească 10 μm, pe cînd granulele abrazive au dimensiuni de ordinul cîtorva sutimi și chiar zecimi de milimetru.

Or, uzura granulelor abrazive este dependentă, ca și în cazul celorlalte categorii de scule așchietoare, de viteza de așchiere [6]. În acest fel, neuniformitatea mișcării de rotație a pietrei de rectificat reprezintă variația vitezei de așchiere și conduce la uzura neuniformă a granulelor abrazive.

Enunțată în lucrarea de față pentru prima dată, ipoteza existenței efectului Sommerfeld la rectificarea exterioară trebuia justificată experimental. Metodica de cercetare utilizată în acest scop și rezultatele obținute vor fi prezentate în cele ce urmează.

* Manuscris predat redacției la data de 19 iulie 1973.

2. Ecuațiile de interdependență

Efectul Sommerfeld la rectificarea exterioară poate fi stabilit pentru arborele principal, considerat ca sistem elastic cu două grade de libertate: unghiul de poziție φ al pietrei de rectificat și deplasarea y a acesteia (fig.1, a). Legat nemijlocit de aceasta trebuie avută în vedere caracteristica mecanică a motorului electric de acționare (fig. 1, b).

Cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange, pe baza expresiilor energiilor cinetice și potențiale, ale forțelor generalizate ce acționează pe direcțiile Y și Φ se, deduc următoarele ecuații diferențiale de mișcare:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{y} + h_y\dot{y} + C_y y &= m_1 e\,(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi) \\ J\ddot{\varphi} + (a + h_0)\,\dot{\varphi} &= M_0 + m_1 e\ddot{y}\sin\varphi, \end{aligned} \tag{1}$$

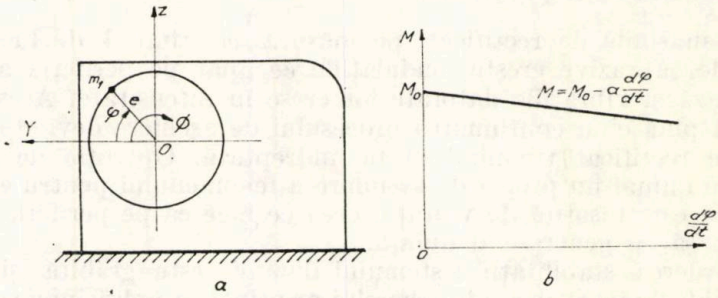


Fig. 1

în care: m_1 este masa totală a arborelui principal;

$J = J_0 + J_1 + m_1 e^2$ — momentul total de inerție;

J_0 — momentul de inerție al rotorului motorului electric, redus la axa arborelui principal;

J_1 — momentul de inerție al arborelui principal;

e — excentricitatea arborelui principal, considerată pentru simplificare, ca factor excitator principal;

h_y — coeficientul de amortizare de pe direcția Y;

h_0 — coeficientul de amortizare de pe direcția Φ;

M_0 — cuplul maxim dezvoltat de motorul electric;

a — coeficientul de proporționalitate dintre cuplul motor și viteza unghiulară.

Sistemul (1) este format din ecuații diferențiale nelineare și se poate constata cu ușurință că acestea nu sînt satisfăcute de soluțiile care ar exprima mișcarea uniformă a arborelui principal și anume: $\varphi = \omega t$ sau $y = A\cos\omega t$.

Astfel, înlocuind pe $\dot{\varphi} = \omega$ și $y = A\cos\omega t$ în ecuația a doua a sistemului (1), se obține: $a + h_0 = m_1 e\,\omega\cos\omega t\sin\omega t$, adică constanta din membrul stîng ar trebui să fie egală cu variabila de valoare medie nulă din membrul drept. Evident, acest lucru nu poate fi admis.

Rezolvarea sistemului de ecuaţii diferenţiale de tip Sommerfeld nu este posibilă, decît în urma adoptării unor aproximări succesive [7]. De aceea, existenţa fenomenului urmărit se impune a fi stabilită experimental.

3. Metodica de cercetare experimentală

Studiul experimental al interdependenţei dintre vibraţiile arborelui principal şi neuniformitatea mişcării sale de rotaţie a ridicat serioase dificultăţi deoarece pe direcţiile considerate se interpun şi alte componente ale procesului vibrator complex al maşinii de rectificat exterior. Spre exemplu, variaţia mişcării de rotaţie a arborelui principal este determinată, între altele, de fenomenele aero şi electrodinamice ale motorului electric de acţionare, de vibraţiile curelelor, iar pe oscilograma acestei variaţii sînt incluse şi imperfecţiunile aparaturii de măsurare. Aşa se explică faptul că atît vibraţiile arborelui principal cît şi variaţia mişcării de rotaţie a acestuia au un pronunţat caracter aleator.

Vibraţiile arborelui principal de la o maşină de rectificat universală au fost măsurate cu ajutorul a doi traductori inductivi fără contact Tr 12 Hottinger, montaţi în schemă diferenţială. Aparatura de amplificare şi înregistrare utilizată a fost conectată conform schemei din figura 2.

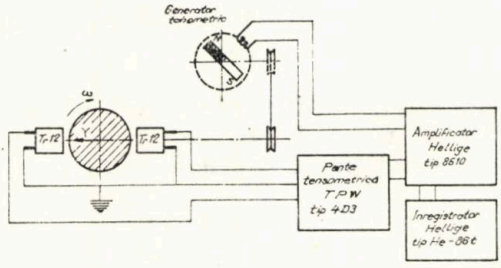


Fig. 2

Fiecare serie de măsurări a fost însoţită de etalonarea aparaturii. Traductorii inductivi, au fost dispuşi de o parte şi de alta a arborelui principal cu un întrefier de 0,4 mm. Etalonarea s-a efectuat prin deplasarea manuală a păpuşii port-piatră, valoarea acesteia măsurîndu-se pe arborele principal cu ajutorul unui microcator, fixat de batiu cu ajutorul unui suport magnetic. Domeniul de linearitate al curbei de etalonare, în condiţiile arătate, a fost de 30 μm. Cum amplitudinea vibraţiilor arborelui principal nu a depăşit 8 μm, rezultă că domeniul de linearitate asigurat de schema de măsurare a fost satisfăcător.

Viteza unghiulară a arborelui principal a fost măsurată cu ajutorul unui generator tahometric, montat pe carcasa păpuşii portpiatră. Legătura cinematică dintre rotorul generatorului şi arborele principal a fost asigurată cu o curea trapezoidală.

Pentru înregistrarea vitezei unghiulare, generatorul s-a conectat direct la amplificatorul Hellige — Helco Scriptor. Variaţia vitezei unghiu-

lare a arborelui principal s-a stabilit prin intermediul variației amplitudinii tensiunii furnizate de generatorul utilizat.

În scopul stabilirii interdependenței căutate, s-a procedat la înregistrarea concomitentă a vibrațiilor arborelui principal, considerate mărimi X, și a variațiilor unghiulare, notate Y.

Forma oscilogramelor obținute a consfințit caracterul aleator al mărimilor pe care le reprezintă și deci interdependența acestora nu poate fi evidențiată experimental decît prin prelucrarea statistică a măsurărilor.

4. Prelucrarea datelor

În literatura de specialitate [2] se arată că excitațiile mașinilor de rectificat exterior sînt staționare și parțial ergodice.

Determinările experimentale din cadrul lucrării de față au fost efectuate în absența unor excitații exterioare transmise mașinii prin fundație. În aceste condiții se poate considera că vibrațiile studiate au și fost ergodice.

Rezultă că existența efectului Sommerfeld poate fi dovedită pe baza valorilor coeficientului de corelație [4].

Astfel, dacă perechile de valori (x_1, y_1), $(x_2, y_2) \ldots (x_n, y_n)$ sînt rezultatele a n măsurări efectuate asupra mărimilor X și Y, atunci covarianța acestora se determină cu ajutorul relației:

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \tag{2}$$

în care: $\bar{x}$ și $\bar{y}$ reprezintă mediile aritmetice, obținute pe baza celor n valori ale mărimilor X, respectiv Y.

Coeficientul de corelație se exprimă prin:

$$r = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{m(x) \cdot m(Y)}, \tag{3}$$

unde: $m(x)$, $m(y)$ reprezintă valorile medii pătratice ale mărimilor X, Y.

Trecînd la calculul coeficientului de corelație au fost determinate valorile x_i, y_i. În acest scop s-au fotografiat oscilogramele și pe ecranul unui proiector, care mărea imaginea de 50 ori, au fost efectuate măsurările corespunzătoare.

În tabelul 1 se prezintă 48 perechi de valori obținute.

În urma verificării valorii minime a coeficientului de corelație, determinată cu formula [4]:

$$r_{min} = \frac{\sqrt{n + 36} - \sqrt{n}}{6}, \tag{4}$$

s-a stabilit că în calcul trebuie luate cel puțin 17 perechi de valori ale mărimilor X și Y. Valorile coeficientului de corelație, obținute pe baza relației (3), au fost scrise în tabelul 2.

Tabelul 1

Nr. crt.	x_i	y_i	Nr. crt.	x_i	y_i	Nr. crt.	x_i	y_i	Nr. crt.	x_i	y_i
1	−3,00	0,00	13	1,00	1,75	25	0,25	1,50	37	1,50	1,25
2	4,50	1,50	14	6,00	2,75	26	3,50	1,50	38	5,25	0,75
3	−5,25	1,25	15	−1,50	0,50	27	1,00	1,25	39	0,00	2,00
4	5,50	2,00	16	−1,00	1,00	28	3,25	2,00	40	1,25	1,00
5	−0,50	2,75	17	5,00	1,25	29	3,00	2,50	41	6,50	1,50
6	−5,00	0,75	18	2,50	1,75	30	−0,50	1,50	42	2,50	1,50
7	−1,25	0,50	19	5,00	1,50	31	2,50	1,00	43	10,00	2,50
8	3,00	1,50	20	6,50	2,00	32	−1,00	1,50	44	4,50	2,00
9	3,50	2,25	21	−3,00	1,50	33	1,50	1,00	45	−3,00	0,75
10	−2,25	0,75	22	4,00	1,50	34	3,50	1,75	46	3,50	2,50
11	4,00	2,00	23	7,50	2,50	35	3,00	1,25	47	1,25	2,00
12	2,00	1,50	24	2,00	1,00	36	−0,50	1,00	48	6,75	0,25

Tabelul 2

Nr. crt.	n	r	Nr. crt.	n	r	Nr. crt.	n	r	Nr. crt.	n	r
1	17	0,6434	9	25	0,6222	17	33	0,5893	25	41	0,5058
2	18	0,6474	10	26	0,6200	18	34	0,5916	26	42	0,5058
3	19	0,6308	11	27	0,6198	19	35	0,5850	27	43	0,5489
4	20	0,6438	12	28	0,6168	20	36	0,5915	28	44	0,5549
5	21	0,6191	13	29	0,6145	21	37	0,5912	29	45	0,5726
6	22	0,6128	14	30	0,5991	22	38	0,5384	30	46	0,5700
7	23	0,6514	15	31	0,5961	23	39	0,5178	31	47	0,5615
8	24	0,6389	16	32	0,5932	24	40	0,5172	32	48	0,5598

Din examinarea tabelului 2 se constată că valorile coeficientului de corelaţie variază între 0,5058 şi 0,6514. Pentru determinarea valorii celei mai probabile s-a stabilit densitatea de repartiţie a valorilor obţinute (fig. 3).

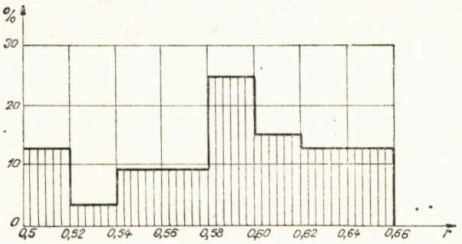


Fig. 3

Valoarea cea mai probabilă a coeficientului de corelaţie se află între 0,58 şi 0,6, determinată pentru 30 ... 37 perechi de valori ale mărimilor X şi Y.

Calculele numerice ale coeficientului de corelaţie s-au efectuat pe un calculator „Programma 101".

5. Concluzii

Coeficientul de corelaţie al mărimilor luate în studiu, avînd o valoare medie probabilă între 0 şi 1, permite să se afirme că între vibraţiile arborelui principal de la maşinile de rectificat exterior şi neuniformitatea mişcării sale de rotaţie există o interdependenţă.

Existenţa acestei interdependenţe sau a efectului Sommerfeld la rectificarea exterioară poate constitui una din cauzele formării ondulaţiilor de pe periferia pietrelor de rectificat. Evidenţierea efectului Sommerfeld justifică recomandarea consemnată în lucrările [1], [5] privind micşorarea ondulaţiilor de pe periferia pietrelor de rectificat şi, deci, atenuarea vibraţiilor datorate acestora, prin variaţia periodică a vitezei principale de aşchiere. Cercetarea teoretică şi experimentală a efectului Sommerfeld creează premisele adoptării celor mai eficiente măsuri de atenuare a consecinţelor ondulaţiilor menţionate asupra parametrilor calitativi ai pieselor rectificte şi comportării sistemului dinamic al maşinilor de rectificat exterior.

Catedra de maşini unelte
Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bartalucci, B., Lisini G., Verardi M.* Contribution a l'étude de l'instabilité en rectification. Annals of the C.I.R.P., 16, nr. 4, 1968.
2. *Ghelfeld, O. M., Berman, A. M.* Statisticeskie svoistva nekotorîh istocinikov dinamiceskih vozdeistvii v şlifovalnîh stankov. Stanki i instrument, nr. 6, 1970.
3. *Inazaki Iohiro, Yonetsu Sakae.* Surface Waves Generated on the Grinding Wheel. Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineering, 11, nr. 49, 1968.
4. *Korn G., Korn T.* Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. New York — Toronto — London, Mc Graw — Hill Book Company inc., 1961.
5. *Kudinov V. A., Teodorov, N.T.* Zaconomernosti razvitia colebanii i volnistosti cruga i izdelia pri vreznom şlifovanii. Stanki i instrument, nr. 2, 1970.
6. *Maslov E. N.*, Mehanizm raboti abrazivnogo zerna pri şlifovanii. V sbornike, „Osnovnie voprosî visokoproizvoditelnogo şlifovania". Moskva, Maşghiz, 1960.
7. *Panovko I. G., Gubanova I. I.* Ustoicivosti i kolebania uprughih sistem. Moskva, Izdatelstvo Nauka, 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.96

APLICAREA CODIFICĂRII LA ALEGEREA OPERATIVĂ A REGIMULUI DE AȘCHIERE LA STRUNJIRE*

A. BRĂGARU, A. VLASE, C. STĂNCESCU

În industria constructoare de mașini, producția de serie mică și unicat ocupă o pondere foarte mare datorită diversității mari a produselor. Este cunoscut faptul că, în cazul acestei producții, documentația tehnologică cuprinde în majoritatea cazurilor doar succesiunea operațiilor, fără a se mai indica regimul de așchiere. Astfel, în majoritatea întreprinderilor, regimurile de așchiere se stabilesc direct la mașina-unealtă de către muncitor, în mod cu totul subiectiv, potrivit experienței fiecăruia. Nu se poate vorbi în această situație de un regim de așchiere economic.

În multe cazuri există tendința să se folosească regimuri de așchiere rapide pentru a se obține o cantitate de piese cît mai mare într-un schimb de lucru, fără a se ține cont de cantitatea de scule consumate. În aceste cazuri se lucrează neeficient, necunoscîndu-se regimurile de așchiere economice.

Pe de altă parte, pentru acest tip de producție, nu ar fi economic să se stabilească regimul de așchiere pentru fiecare operație prin metoda clasică.

Cea mai rapidă metodă de stabilire a vitezei de așchiere, aplicată în prezent, este alegerea ei din tabele pentru anumite condiții de lucru etalon și corectarea acestei viteze cu aproximativ 13 coeficienți de corecție pentru diferite condiții de lucru.

Astfel, viteza economică v_{ec} se calculează cu relația :

$$v_{ec} = v_{tab} K_T K_{CS} K_{ST} K_C K_S K_\gamma K_\alpha K_\varkappa K_{\varkappa_1} K_r K_q K_\omega$$

unde :

v_{tab} este viteza din tabel normativ;
K_T — coeficient de corecție care depinde de durabilitatea cuțitului;
K_{CS} — coeficient de corecție care depinde de calitatea semifabricatului;
K_{ST} — coeficient de corecție care depinde de starea semifabricatului;
K_C — coeficient de corecție care depinde de starea suprafeței de prelucrat;
K_S — coeficient de corecție care depinde de calitatea sculei așchietoare;
K_γ — coeficient de corecție care depinde de unghiul de degajare al sculei;
K_α — coeficient de corecție care depinde de unghiul de așezare al sculei;
$K_\varkappa$ — coeficient de corecție care depinde de unghiul de atac principal al sculei;
$K_{\varkappa_1}$ — coeficient de corecție care depinde de unghiul de atac secundar al sculei;

* Manuscris predat redacției la data de 20 decembrie 1973

K_r — coeficient de corecție care depinde de raza de rotunjire a tăișului sculei;
K_q — coeficient de corecție care depinde de aria secțiunii corpului cuțitului;
K_h — coeficient de corecție care depinde de uzura cuțitului;
K_ω — coeficient de corecție care depinde de lichidul de așchiere utilizat.

Normativele în vigoare indică anumite durabilități economice pentru sculele așchietoare de secțiune normală, și anume 60 minute pentru cuțitele din oțel rapid și 90 minute pentru cuțitele armate cu plăcuțe din carburi metalice.

Pentru aceste durabilități au fost calculate vitezele de așchiere și centralizate în tabele. Numai în cazuri speciale, cînd se lucrează cu mai multe scule simultan, se fac corecții pentru anumite durabilități. De asemenea, rareori se fac corecții funcție de unghiul de degajare și anume, atunci cînd se lucrează cu regimuri grele, cu șocuri, folosindu-se unghiuri de degajare negative.

Ținînd cont de aceste considerente și metodici de stabilire a vitezei de așchiere, se constată că volumul de lucru cel mai mare constă în corectarea vitezei luate din tabel.

Prin codificarea regimului de așchiere — metodă propusă de autori — se reduce substanțial acest volum de lucru.

Codul [tab. 1] este alcătuit din 6 ranguri răspunzînd cazurilor posibile de stabilire a regimului de așchiere.

Primele două ranguri indică regimul de așchiere pentru anumite condiții de lucru etalon. Cifrele de cod corespunzătoare acestor ranguri se stabilesc în funcție de felul suprafeței de prelucrat și de cuplul semifabricat — sculă. Pentru atribuirea acestor cifre, s-au întocmit 5 tabele.

Următoarele trei ranguri determină un singur coeficient de corecție global, care ține cont de calitatea și rezistența la rupere a semifabricatului, starea semifabricatului și calitatea părții active a sculei. Pentru alegerea acestui coeficient autorii au alcătuit două tabele.

La stabilirea rangului V, dacă scula este din oțel rapid se înscrie cifra zero.

Ultimul rang dă coeficientul global de corecție privind parametrii geometrici ai sculei așchietoare. Pentru alegerea acestui coeficient autorii au alcătuit 8 tabele.

În acest articol sînt prezentate doar 4 tabele din cele 16 întocmite.

După cum se observă, în vederea stabilirii valorii corecte a vitezei de așchiere, vor trebui să se efectueze doar două înmulțiri. În aceasta constă marele avantaj al codificării propuse de autori. În mod obișnuit, am arătat că, după alegerea vitezei de așchiere din normativ, urma corectarea acesteia cu aproximativ 13 coeficienți de corecție; deci, trebuiau efectuate tot atîtea înmulțiri.

În concluzie, după metoda propusă, viteza economică se calculează cu relația:

$$v_{ec} = v_{tab} \cdot K_{III-IV-V} \cdot K_{VI}$$

Tabelul 1

Rangul / Cifra	Felul suprafeței de prelucrat	Cuplu		Starea mater. semifabr.	Calitatea materialului semifabricatului				Calitatea carburii metalice	Parametrii geometrici ai sculei aşchietoare					
		Semifabr.	Sculă		Oţel carbon σr	Fontă HB	Aliaje neferoase HB			Semifabr.		Sculă		Felul prel.	
										Oţel	Fontă Aliaje nefer.	Oţel	carb. met.	degr.	finis.
	I	II		III	IV				V	VI					
1	Cilindrică exterioară	Oţel	Oţel rapid	Laminat	45	140–160	Bronzuri	75	P. 30	○		○		○	
2	Cilindrică interioară	Oţel	Carbură metalică	Forjat	55	160–180		90	P. 20	○		○			○
3	Frontală	Fontă	Oţel rapid	Turnat nerecopt	65	180–200		120	P. 10	○			○	○	
4	Canale şi retezare	Fontă	Carbură metalică	Turnat recopt	75	200–220	Alame	40–80	P.01	○			○		○
5	Profilate	Aliaje neferoase	Oţel rapid	Cu crustă şi nisip	85	220–240		80–120	K. 30		○	○		○	
6		Aliaje neferoase	Carbură metalică	Cu întreruperi	95	240–260	Aliaje de aluminiu	40	K. 20		○	○			○
7					105			60	K. 10		○		○	○	
8					115			80–100			○		○		○
9								110–130							

Exemplu de calcul

Natura prelucrării : strunjire exterioară de degroșare (fig. 1)

Date :

— Materialul semifabricatului : fontă HB 150
— Starea semifabricatului : turnat nerecopt
— Materialul cuțitului : carbură K 20

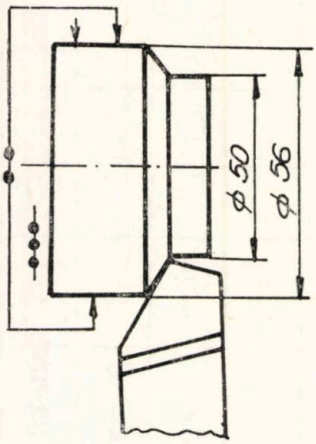


Fig. 1

-- Parametrii geometrici ai cuțitului :

$\varkappa = 75°$; $\alpha = 8°$; $r = 3$ mm ;

$\varkappa_1 = 20°$; $\gamma = 10°$; $q = 30 \times 30$ (secțiunea cuțitului)

Metoda clasică

— Adîncimea de așchiere : $t = \frac{D - d}{2} = \frac{56 - 50}{2} = 3$ mm

— Avansul : $s = (0{,}6 - 1{,}0)$ mm/rot pentru degroșare.

Se adoptă din caracteristicile mașinii-unelte (SN400) $s = 0{,}8$ mm/rot.

— Viteza de așchiere :

$$v_{ec} = v_{tab} K_T K_{CS} K_{ST} K_C K_S K_\gamma K_\alpha K_\varkappa K_{\varkappa 1} K_r K_h K_q K_\omega$$

$v_{tabel} = 57$ m/min.

$K_{CS} = 1{,}51$; $K_{ST} = 0{,}80$; $K_S = 1{,}20$; $K = 0{,}83$; $K_1 = 0{,}96$;

$K_r = 1{,}05$; $K_q = 1{,}02$

Ceilalți coeficienți de corecție au valoarea 1,00.

Deci,

$$v_{ec} = 57 \cdot 1{,}51 \cdot 0{,}80 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}83 \cdot 0{,}96 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}02 = 70{,}6 \text{ m/min}$$

Metoda propusă

Rangul	I	II	III	IV	V	VI
Codul	1	4	3	1	6	7

Codul s-a format utilizînd sistemul de codificare din tabelul 1

Pe baza acestui cod se stabilesc :

$v_{14} = 57$ m/min (din tabelul 2)
$K_{316} = 1{,}45$ (din tabelul 7)
$K_7 = 0{,}85$ (din tabelul 15)

Deci :

$$v_{ec} = 57 \cdot 1{,}45 \cdot 0{,}85 = 70{,}4 \text{ m/min}$$

Tabelul 2

Rugozitatea Ra mm			1,6		3,2			6,3			12,5		50					
s mm/rot / t mm	I	II	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,2	1,4	1,6
0,50	1	1	153	133	118	110	105	101	81									
		2																
		3	46	37	33	31	29	28	26									
		4		124	114	108	103	98	94	89	85							
		5	167	142	123	112	100	90										
		6	278	236	205	186	166	150										
1,0		1	141	115	100	92	86	78	68	58								
		2		295	265	253	240	232	210	195								
		3	41	32	29	28	27	26	25	23								
		4		116	107	101	97	92	87	83	79							
		5	148	118	112	102	91	82	73									
		6	246	196	186	170	152	136	122									
1,5		1	134	105	92	83	77	71	60	51	45							
		2		270	250	233	225	217	195	180	168							
		3	37	30	28	27	26	25	24	22	21	20	19					
		4		111	102	96	92	38	63	79	76							
		5	140	115	105	100	87	79	69	65								
	1	6	233	191	175	166	145	132	115	108								
2		1	125	98	83	77	71	66	55	47	41	37	33					
		2		255	238	225	216	206	186	172	162	153	145	140	136			
		3	35	29	27	26	25	24	23	21	20	19	18	17	16	15		
		4		108	99	93	89	86	81	76	73							
		5	130	113	99	92	82	75	65	59								
		6	216	188	165	153	136	125	109	98								
3		1		80	75	70	65	60	50	42	37	34	31	28	26			
		2		237	225	208	200	190	172	158	150	143	135	130	126	118	112	
		3	32	28	26	25	24	23	22	20	19	18	17	16	15	14	13	12
		4			94	88	84	80	75	69	64	59	57	52	48	45	43	41
		5	122	107	94	87	76	72	63	56	51	49						
		6	203	178	157	145	127	120	105	93	85	82						
4		1		75	69	66	60	55	46	38	35	31	29	26	24	22		
		2		227	212	200	190	180	163	152	142	135	125	121	117	113	107	
		3	30	27	25	24	23	22	21	19	18	17	16	15	14	13	12	11
		4			87	82	78	75	71	65	60	56	54	49	46	43	40	38
		5		100	90	85	76	70	61	54	49	46	42	41	38			
		6		166	150	142	127	117	102	90	82	77	70	68	63			

Tabelul 7

OȚEL										FONTA							
III	IV								V	III	IV						V
	1	2	3	4	5	6	7	8			1	2	3	4	5	6	
1	1,35	1,00	0,79	0,63	0,52	0,42	0,38	0,33	0	3	1,21	0,97	0,80	0,68	0,58	0,50	0
	0,87	0,65	0,51	0,41	0,34	0,27	0,25	0,21	1		1,21	0,97	0,80	0,68	0,58	0,50	5
	1,08	0,80	0,63	0,50	0,42	0,34	0,30	0,26	2		1,45	1,16	0,96	0,82	0,69	0,60	6
	1,35	1,00	0,79	0,63	0,52	0,42	0,38	0,33	3		1,81	1,41	1,20	1,02	0,86	0,75	7
	2,02	1,5	1,18	0,94	0,78	0,63	0,57	0,49	4	4	1,51	1,21	1,00	0,85	0,72	0,63	0
2	1,15	0,85	0,69	0,53	0,44	0,36	0,32	0,28	0		1,51	1,21	1,00	0,85	0,72	0,63	5
	0,75	0,55	0,45	0,34	0,29	0,23	0,21	0,18	1		1,81	1,45	1,20	1,02	0,86	0,75	6
	0,92	0,68	0,55	0,42	0,35	0,29	0,26	0,22	2		2,26	1,81	1,5	1,27	1,08	0,94	7
	1,15	0,85	0,69	0,53	0,44	0,36	0,32	0,28	3	5	0,76	0,60	0,50	0,42	0,36	0,31	0
	1,72	1,27	1,04	0,79	0,66	0,54	0,48	0,42	4		0,75	0,60	0,50	0,42	0,36	0,31	5
3	1,08	0,80	0,63	0,50	0,42	0,34	0,30	0,26	0		0,90	0,72	0,60	0,51	0,43	0,37	6
	0,70	0,52	0,41	0,32	0,27	0,22	0,19	0,17	1		1,13	0,90	0,75	0,63	0,54	0,47	7
	0,86	0,64	0,50	0,40	0,34	0,27	0,24	0,21	2	6	1,06	0,85	0,70	0,60	0,50	0,44	0
	1,08	0,80	0,63	0,50	0,42	0,34	0,30	0,26	3		1,06	0,85	0,70	0,60	0,50	0,44	5
	1,62	1,20	0,94	0,75	0,63	0,51	0,45	0,39	4		1,27	1,02	0,84	0,71	0,60	0,52	6
4	1,21	0,90	0,71	0,57	0,47	0,38	0,34	0,30	0		1,58	1,27	1,05	0,89	0,76	0,66	7
	0,79	0,58	0,46	0,37	0,31	0,25	0,22	0,19	1								
	0,97	0,72	0,57	0,46	0,38	0,30	0,27	0,24	2								
	1,21	0,90	0,71	0,57	0,47	0,38	0,34	0,30	3								
	1,81	1,35	1,07	0,85	0,70	0,57	0,51	0,45	4								
5	0,67	0,50	0,39	0,31	0,26	0,21	0,19	0,16	0								
	0,44	0,32	0,25	0,20	0,17	0,14	0,12	0,10	1								
	0,54	0,40	0,31	0,25	0,21	0,17	0,15	0,13	2								
	0,67	0,50	0,39	0,31	0,26	0,21	0,19	0,16	3								
	1,01	0,75	0,58	0,46	0,39	0,31	0,28	0,24	4								
6	0,94	0,70	0,55	0,44	0,36	0,29	0,27	0,23	0								
	0,61	0,45	0,36	0,29	0,23	0,19	0,18	0,15	1								
	0,75	0,56	0,44	0,35	0,29	0,23	0,22	0,18	2								
	0,94	0,70	0,55	0,44	0,36	0,29	0,27	0,23	3								
	1,41	1,05	0,82	0,66	0,54	0,43	0,40	0,34	4								

Observație:
În cazul strunjirii oțelurilor rapide se vor corecta vitezele de așchiere cu coeficientul $K=0,62$

Tabelul 15

Secțiunea transversală a cuțitului [în mm²]	Unghiuldeatacesecundar x, [grade]	Unghiul de atac principal x [în grade]																								
		30°					45°					60°					75°					90°				
		Raza la vîrf a cuțitului [în mm]																								
		0,5	1	1,5	2	3	0,5	1	1,5	2	3	0,5	1	1,5	2	3	0,5	1	1,5	2	3	0,5	1	1,5	2	3
6 × 6	10	0,91	0,96	1,02	1,07	1,12	0,75	0,80	0,84	0,89	0,93	0,66	0,70	0,74	0,78	0,82	0,62	0,66	0,70	0,74	0,77	0,55	0,58	0,62	0,65	0,68
	20	0,85	0,90	0,96	1,00	1,05	0,70	0,75	0,79	0,83	0,87	0,62	0,66	0,69	0,73	0,77	0,58	0,62	0,66	0,69	0,72	0,52	0,54	0,58	0,61	0,64
	45	0,79	0,83	0,88	0,93	0,97	0,65	0,70	0,73	0,77	0,81	0,57	0,61	0,64	0,68	0,71	0,54	0,57	0,61	0,64	0,67	0,48	0,50	0,54	0,56	0,59
10 × 10	10	0,95	1,00	1,07	1,12	1,17	0,78	0,84	0,88	0,93	0,97	0,69	0,73	0,77	0,81	0,86	0,65	0,69	0,73	0,77	0,80	0,57	0,61	0,65	0,68	0,71
	20	0,89	0,94	1,00	1,04	1,10	0,73	0,78	0,82	0,87	0,91	0,65	0,69	0,72	0,76	0,80	0,61	0,65	0,69	0,72	0,75	0,54	0,56	0,61	0,64	0,67
Φ10	45	0,83	0,87	0,92	0,97	1,02	0,68	0,73	0,76	0,80	0,85	0,60	0,64	0,67	0,71	0,74	0,56	0,60	0,64	0,67	0,70	0,50	0,52	0,56	0,58	0,62
12 × 12	10	0,97	1,03	1,08	1,14	1,20	0,81	0,85	0,90	0,95	1,00	0,71	0,75	0,80	0,84	0,87	0,67	0,71	0,75	0,79	0,83	0,59	0,63	0,66	0,69	0,73
10 × 16	20	0,93	0,98	1,04	1,09	1,15	0,78	0,82	0,86	0,91	0,95	0,68	0,72	0,76	0,81	0,85	0,65	0,67	0,71	0,76	0,80	0,57	0,60	0,63	0,67	0,70
Φ 12	45	0,88	0,95	0,99	1,04	1,09	0,74	0,79	0,83	0,87	0,91	0,66	0,68	0,75	0,77	0,81	0,62	0,66	0,68	0,72	0,76	0,54	0,58	0,61	0,64	0,67
16 × 16	10	0,99	1,05	1,11	1,15	1,22	0,82	0,88	0,92	0,97	1,02	0,73	0,77	0,81	0,85	0,89	0,69	0,73	0,77	0,80	0,84	0,60	0,64	0,67	0,71	0,75
12 × 20	20	0,95	1,00	1,06	1,12	1,17	0,80	0,83	0,89	0,93	0,98	0,70	0,74	0,78	0,82	0,86	0,65	0,69	0,73	0,78	0,82	0,58	0,61	0,64	0,68	0,72
Φ 16	45	0,90	0,97	1,01	1,07	1,12	0,76	0,80	0,84	0,87	0,93	0,67	0,71	0,75	0,79	0,82	0,63	0,67	0,70	0,74	0,78	0,55	0,59	0,62	0,65	0,68
20 × 20	10	1,00	1,06	1,12	1,18	1,24	0,83	0,88	0,93	0,98	1,03	0,73	0,77	0,82	0,86	0,90	0,70	0,73	0,77	0,81	0,85	0,61	0,65	0,68	0,72	0,75
16 × 25	20	0,96	1,01	1,07	1,13	1,19	0,80	0,84	0,89	0,93	0,99	0,70	0,71	0,73	0,83	0,87	0,67	0,70	0,73	0,78	0,82	0,59	0,62	0,65	0,69	0,73
Φ 20—25	45	0,91	0,98	1,02	1,08	1,13	0,76	0,81	0,85	0,90	0,94	0,65	0,72	0,75	0,79	0,83	0,64	0,68	0,71	0,74	0,78	0,56	0,60	0,63	0,66	0,69
20 × 30	10	1,02	1,08	1,14	1,20	1,26	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	0,75	0,79	0,84	0,88	0,92	0,71	0,75	0,79	0,83	0,87	0,62	0,66	0,69	0,73	0,77
25 × 25	20	0,98	1,03	1,09	1,15	1,21	0,82	0,86	0,91	0,96	1,01	0,72	0,75	0,80	0,85	0,89	0,69	0,71	0,75	0,80	0,84	0,60	0,63	0,66	0,70	0,74
Φ 30	45	0,93	1,00	1,04	1,10	1,15	0,78	0,83	0,87	0,92	0,96	0,69	0,73	0,77	0,81	0,85	0,65	0,69	0,72	0,76	0,80	0,57	0,61	0,64	0,67	0,70
30 × 30	10	1,04	1,10	1,16	1,22	1,29	0,87	0,92	0,97	1,02	1,07	0,73	0,80	0,85	0,90	0,94	0,72	0,76	0,80	0,85	0,89	0,63	0,67	0,70	0,74	0,78
25 × 40	20	1,00	1,05	1,11	1,17	1,23	0,83	0,88	0,93	0,95	1,03	0,73	0,77	0,82	0,87	0,91	0,69	0,72	0,76	0,82	0,85	0,61	0,64	0,67	0,71	0,75
Φ 40	45	0,95	1,02	1,05	1,12	1,17	0,79	0,85	0,89	0,94	0,98	0,70	0,74	0,78	0,83	0,87	0,66	0,70	0,73	0,77	0,82	0,58	0,62	0,65	0,68	0,71
30 × 45	10	1,06	1,10	1,12	1,25	1,31	0,92	0,93	0,99	1,04	1,09	0,78	0,82	0,84	0,91	0,96	0,74	0,78	0,82	0,86	0,90	0,64	0,69	0,72	0,76	0,80
40 × 40	20	1,02	1,07	1,13	1,20	1,25	0,85	0,89	0,95	1,00	1,05	0,75	0,79	0,84	0,88	0,92	0,71	0,74	0,78	0,83	0,87	0,62	0,65	0,68	0,73	0,77
Φ 40	45	0,97	1,04	1,08	1,14	1,20	0,81	0,86	0,90	0,96	1,00	0,72	0,76	0,80	0,84	0,88	0,67	0,72	0,75	0,79	0,83	0,59	0,63	0,66	0,70	0,73
40 × 60	10	1,08	1,14	1,21	1,27	1,34	0,90	0,95	1,01	1,06	1,11	0,80	0,87	0,89	0,93	0,97	0,75	0,79	0,84	0,88	0,92	0,66	0,70	0,73	0,77	0,82
	20	1,04	1,09	1,18	1,22	1,28	0,87	0,91	0,96	1,02	1,07	0,76	0,81	0,85	0,90	0,94	0,72	0,75	0,79	0,85	0,89	0,64	0,67	0,70	0,74	0,78
Ø 60	45	0,98	1,06	1,12	1,17	1,22	0,83	0,88	0,92	0,97	1,02	0,73	0,77	0,82	0,86	0,90	0,69	0,73	0,76	0,80	0,85	0,60	0,65	0,68	0,71	0,74

Concluzii

— Aplicarea codificării la alegerea regimului de aşchiere la strunjire reduce substanţial volumul de muncă al proiectantului de tehnologie datorită considerentelor arătate (Au fost înlocuite 13 operaţii de înmulţire prin numai două).

— Se înlătură subiectivismul în alegerea regimurilor de aşchiere prin apreciere, în cazul producţiei de unicat.

— Se reduce substanţial numărul de tabele din normative. În cazul strunjirii au fost înlocuite 80 de tabele din normative cu un număr de 16 tabele.

— Codificarea se poate extinde şi pentru celelalte procedee de prelucrare mecanică.

— Sistemul de codificare nu este un sistem limitat, ca dovadă faptul că au rămas multe poziţii libere în tabloul de codificare, urmînd să se completeze atunci cînd se vor calcula regimurile de aşchiere şi la alte tipuri de materiale.

— Codul conţine un număr mic de ranguri (6), uşurînd astfel mult metodica de alegere a regimului de aşchiere economic.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.96

ASUPRA PRECIZIEI DE ORIENTARE A CUȚITELOR PE STRUNGURI ȘI MAȘINI DE RABOTAT

IOAN POPESCU

1. Introducere

O modalitate de punere matematică a problemelor orientării și fixării sculelor aşchietoare și de rezolvare a acestora în cazul cel mai general este prezentată în lucrarea [1]. Relaţiile respective se referă la calculul erorii de orientare (ε_o), eroare componentă a erorii totale de orientare și fixare ($\varepsilon_{o,f}$) :

$$\varepsilon_{o,f} = k\sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_o^2 + \varepsilon_f^2 + \varepsilon_{s,u}^2 + \varepsilon_v^2} \qquad (1)$$

În relaţia (1) : k este un coeficient funcţie de abaterea de la legea normală de distribuţie a erorilor parţiale, ε_a— eroarea de aşezare, ε_o— eroarea de orientare (bazare), ε_f— eroarea de fixare, $\varepsilon_{s,u}$— eroare datorită subiectivismului operatorului uman, ε_v— eroare specifică metodei și mijlocului de verificare a preciziei de orientare și fixare.

În lucrarea de faţă se tratează problema precizici de orientare (erorile de orientare ε_o) pentru cuţitele prismatice utilizate la prelucrări prin aşchiere pe strunguri și maşini de rabotat, pe baza relaţiilor generale din lucrarea [1]. Referirile se vor face la suporţii port cuţit de construcţie clasică [2] utilizaţi pe maşinile cu comandă convenţională și vor fi extinse asupra celor utilizaţi pe maşinile cu comandă numerică.

2. Orientarea și precizia orientării cuţitelor prismatice pe maşini de strunjit și de rabotat

Orientarea cuţitelor în sistemul de referinţă fix al maşinii unelte $O_{M.U.}\ X_{M.U.}\ Y_{M.U.}\ Z_{M.U.}$ (fig. 1) se realizează prin intermediul dispozitivului de prindere a cuţitelor numit curent suport port cuţit, încadrat într-un sistem de referinţă de origine $O_{D,P.Sc.}$ Cuţitul prismatic cu secţiunea zonei de prindere $b \times h$ este menţinut în contact cu baza de aşezare de greutatea proprie și cu baza de ghidare de o forţă de reglare aplicată de operatorul uman F_U, iar fixarea se face printr-o forţă de fixare S, realizabilă prin citeva şuruburi. Această modalitate de orientare și fixare prezintă inconveniente legate de asigurarea unor parametrii ridicaţi de precizie, rigiditate, pro-

* Manuscris predat redacţiei la data de 16 martie 1973

ductivitate ale prinderii [2]. Cu toate acestea, mai este încă larg utilizată chiar şi pentru strungurile cu comandă numerică.

Pentru claritatea tratării problemei în cele ce urmează este necesar să precizăm că prin orientarea cuţitului, pentru vîrful acestuia, se asigură două categorii de cote de reglare : C_{RX}, C_{RY}, C_{RZ}—în raport cu sistemul de referinţă al strungului şi C'_{RX}, C'_{RY}, C'_{RZ} — în raport cu sistemul de referinţă al dispozitivului de prindere al cuţitului (suportul port cuţit). Pentru strungurile cu comandă numerică, ultima categoriie de cote de reglare se asigură prin prereglarea pe un stand de prereglare. Dată fiind interdependenţa celor două categorii de cote de reglare, se poate scrie că :

$$\Delta C_{R_{X,Y,Z}} \equiv \Delta C'_{R_{X,Y,Z}}. \tag{2}$$

adică variaţia cotelor de reglare în raport cu sistemul de referinţă al strungului este identică cu variaţia cotelor de reglare în raport cu sistemul de referinţă al dispozitivului de prindere a cuţitului.

Tratarea problemei pe baza poziţiei relative ale originilor sculei (O_{Sc}), dispozitivul de prindere a sculei ($O_{D.P.Sc}$) şi maşini unelte ($O_{M.U.}$) (fig. 2) este convenabilă din punct de vedere tehnic. Relaţia (3) exprimă legătura dintre vectorii caracteristici celor trei origini [1]:

$$\vec{r}_1 = \vec{r} + \vec{r}_2 \tag{3}$$

Practic, în ceea ce priveşte precizia orientării vîrfului cuţitului (aici considerat identic cu originea $O_{Sc.}$) interesează cele trei coordonate pe direcţiile X, Y, Z, : $C_{R_{X,Y,Z}}$ sau $C'_{R_{X,Y,Z}}$. (În fig. 1 O'_{DPSc} reprezintă proiecţia originii O_{DPSc} pe planul $O_{M,U.}X_{M,U.}Z_{M,U.}$).

În vederea deducerii relaţiilor de dependenţă dintre aceste coordonate şi elementele geometrice ale sculei, dispozitivul de prindere a sculei, care le influenţează, vectorii de poziţie care intră în relaţia generală (3) au fost proiectaţi pe planele YOZ (fig. 3), XOZ (fig. 4) şi XOY (fig. 5).

Din fig. 3 se poate deduce relaţia care dă valoarea cotei de reglare pe direcţia $Y(C_{RY})$, printr-o ecuaţie de proiecţii pe axa Y:

$$C'_{R_Y} = \text{pr.}(\vec{r}_{2_{YZ}})_Y = \sum_{j=1}^{k} h_j = f\,(h_j)_{j=1\cdots k} \tag{4}$$

în care: $(\vec{r}_{2_{YZ}})_Y$ este vectorul de poziţie al originii sculei O_{Sc} faţă de originea dispozitivului de prindere a sculei proiectat pe planul YOZ şi apoi pe axa Y iar h_j reprezintă dimensiunile caracteristice elementelor lanţului de dimensiuni pe direcţia $Y(h_1$ — înălţimea suportului port cuţit, h_2 distanţa de la baza de aşezare a cuţitului la vîrful său).

Precizia de orientare pe direcţia Y este dată de variaţia maximă a cotei de reglare pe direcţia Y, $\Delta C'_{R_Y}$:

$$\Delta C'_{RY} = \sum_{j=1}^{k} \Delta h_j = f(\Delta h_j)_{j=1\cdots k} \tag{5}$$

în care Δh_j reprezintă dimensiunile h_j. Astfel spus eroarea de orientare pe direcţia y :

$$\varepsilon_{o_Y} = \sqrt{\sum T^2_{h_j}} \tag{6}$$

în care Th_j reprezintă toleranţele dimensiunilor h_j [1].

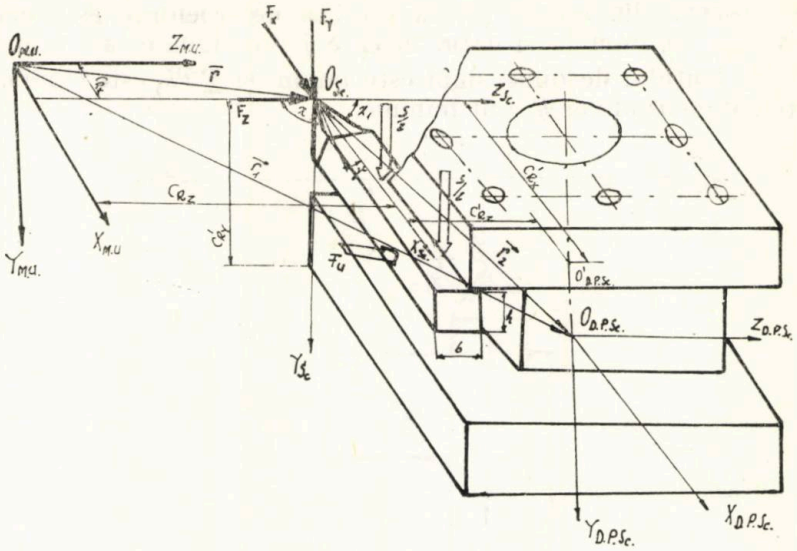


Fig. 1

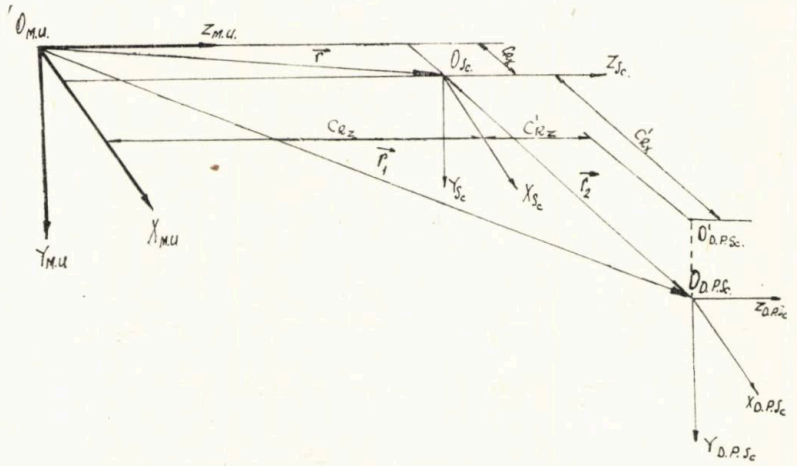


Fig. 2

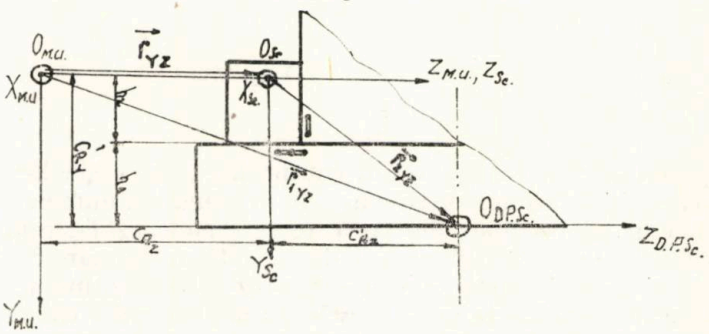


Fig. 3

Se observă din relaţia (6) că precizia de orientare este maximă, respectiv ε_{o_Y} — minim în situaţia în care j este minim, adică numărul elementelor lanţului de dimensiuni este minim şi $\sum Th_j$ este minim, adică toleranţele dimensiunilor h_j sînt minime.

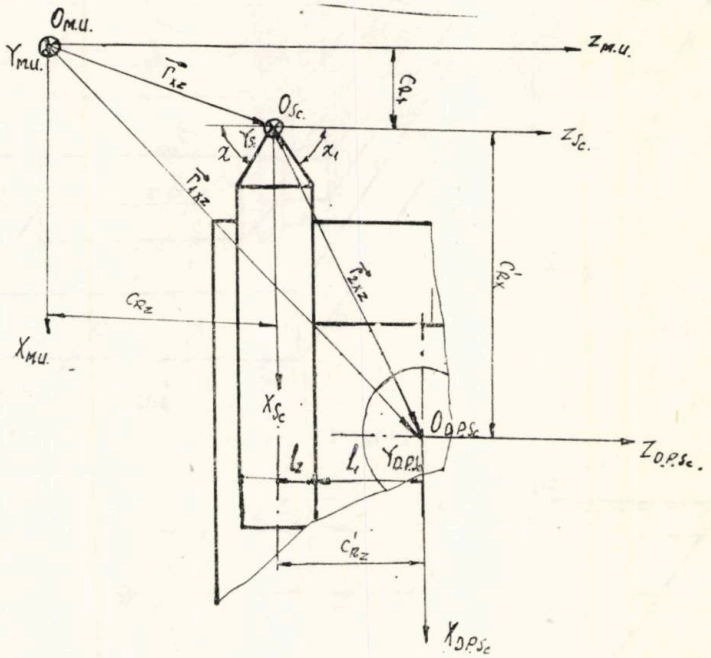


Fig. 4

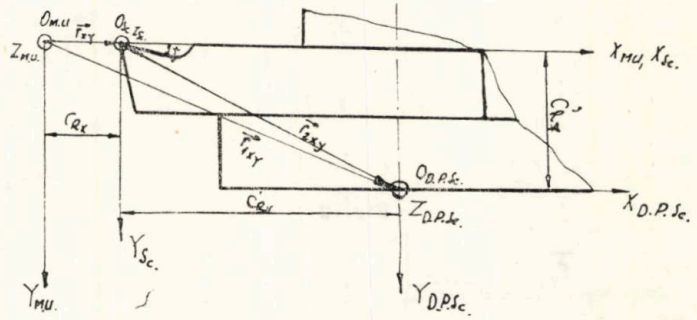


Fig. 5

Din punct de vedere tehnic sînt confirmate aceste concluzii teoretice prin aceea că spre exemplu pentru maşinile cu comandă numerică singurele elemente ale lanţului de dimensiuni pe direcţia y sînt h_1 şi h_2, renunţîndu-se la adaosurile de reglare, iar toleranţele de execuţie referitoare la elementele amintite sînt reduse. Această rezolvare este rezolvatea optimă din punct de vedere tehnic în vederea asigurării atît a unei precizări ridicate cît şi a unei rigidităţi şi productivităţi superioare [2].

Din fig. 4 se poate deduce relația care dă valoarea cotei de reglare pe direcția Z, C'_{R_z} [1]:

$$C'_{R_z} = pr\ (\vec{r}_{2xz})_z = f(l_j)_{j=1,2....} \tag{7}$$

în care l_j reprezintă dimensiunile caracteristice elementelor lanțului de dimensiuni pe direcția Z(l_1 — pentru suportul port cuțit, l_2 — pentru cuțit)

Precizia de orientare pe direcția Z este dată de variația maximă a cotei de reglare pe direcția Z, $\Delta C'_{R_z}$:

$$\Delta C'_{R_Z} = f(\Delta l_j)_{j=1,2...} \tag{8}$$

în care Δ_{l_j} reprezintă variațiile dimensiunilor l_j.

Similar relației 6 se poate scrie:

$$\varepsilon_{o_z} = \sqrt{\sum T^2_{l_j}} \tag{9}$$

Concluziile pe baza relației (6) pot fi extrapolate și în situația de față, dar cu cîteva observații și anume:

— în calculul erorii conform relației (9) vor intra și jocurile funcționale atunci cînd legăturile dintre elemente sînt de tipul ajustajelor cilindrice (dorn — bucșă), iar suporții port cuțit sînt interschimbabili.

— dacă numărul elementelor lanțului de dimensiuni poate fi redus la minimum, practic toleranțele la cele două dimensiuni, din considerente tehnologice și de reglaj, nu pot fi reduse oricît. De regulă și suporții port cuțit și cuțitele, referitor la dimensiunile care interesează în cazul de față, au toleranțe foarte largi, ceea ce atrage după sine o precizie a orientării pe direcția Z — destul de redusă [2]. Trebuie să adaugăm în plus faptul că contactul lateral al cuțitului cu suportul depinde direct de forța de reglare F aplicată de operatorul uman. Prin urmare natura acestei scheme de orientare [2] determină atît o precizie de orientare redusă pe direcția Z, cît și o productivitate redusă a reglajului.

Rezolvarea dată de tehnica actuală acestei probleme o constituie introducerea a două șuruburi de reglare pe partea laterală a cuțitului și stabilirea unei poziții precise a vîrfului cuțitului prin utilizarea unei aparaturi optice, optico-mecanice sau mecanice de reglare. Această soluție nu este soluția optimă, menținîndu-se inconveniente importante privitor la productivitatea, (timpul de reglare), intervenția subiectivismului operatorului uman, necesitatea unei aparaturi speciale de reglare, ocuparea unui personal special cu această activitate etc. [2].

Din fig. 5 se poate deduce că precizia de orientare a cuțitului pe direcția X este foarte redusă, practic neexistînd un sprijin pe această direcție, iar poziția cuțitului depinzînd direct de subiectivismul operatorului uman.

Se poate scrie:

$$\Delta C'_{R_X} = m, \tag{10}$$

sau:

$$\varepsilon_{o_X} = m$$

în care m reprezintă variația posibilă a poziției cuțitului cuprinsă între zero și cîteva milimetri sau toleranța la lungimea cuțitului, în cazul sprijinirii axiale.

Acest inconvenient existent la mașinile cu comandă convențională, a fost înlăturat pentru mașinile cu comandă numerică printr-o soluție similară celei pentru reglajul pe direcția Z cu dezavantaje similare.

Relațiile (6), (9), (10), care exprimă matematic precizia orientării cuțitelor pe direcțiile Y, Z, X și pot fi verificate experimental. Standardele în vigoare (STAS 6310 — 61; 6541—72) prevăd pentru dimensiunile care intră în relațiile (6), (9), (10), toleranțe foarte mari — zecimi de milimetru — pînă la milimetru [8]. Din această cauză erorile de orientare asigurate de construcțiile respective pot avea valori foarte mari.

Este evident că în afara preciziei cotelor de reglare C_{R_Y}, C_{R_Z}, C_{R_X} interesează și precizia unghiurilor pasive $\bar{\varkappa}$, $\bar{\varkappa}_1$, $\bar{\alpha}$, $\bar{\gamma}$ etc. ale muchiilor active ale cuțitului, problemă de care literatura de specialitate se ocupă în mod nejustificat în mai mică măsură, deși importanța ei este deosebită în asigurarea calității prelucrării. Variațiile acestor unghiuri, respectiv precizia respectării lor pot fi deduse analitic cu ușurință pe baza schemelor din fig. 3, 4, 5.

3. Concluzii

Analiza matematică a preciziei de orientare a cuțitelor pe strunguri și mașini de rabotat confirmă situația practică a preciziei de orientare reduse a cuțitelor pe direcțiile X Y și Z pentru mașinile cu comandă convențională. Această situație este cauzată în principal de natura schemei de orientare și fixare a cuțitelor, de o concepție a construcției lor care persistă cîteva sute de ani. Se poate afirma că dintre toate sculele existente, cuțitele de strung sînt sculele a căror construcție asigură cea mai redusă precizie a orientării.

Modificarea schemei generalizate de orientare și fixare a cuțitelor sub aspect cinematic cu consecințele corespunzătoare asupra construcției cuțitelor și dispozitivelor lor de prindere se impune ca o soluție de rezolvare a deficiențelor semnalate. Creșterea performanțelor de precizie, productivitate și economicitate ale exploatării ansamblului suport port cuțit-cuțit, în destul de multe situații s-ar putea să fie mai avantajoasă nu prin „suporți interschimbabili", ci prin „cuțite interschimbabile" cu precizie adecvată și prereglare pe o singură direcție.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Popescu, I.* Sui problemi della precizione di orientamento e fissaggio degli utensili che lavorano con asportazione di truciolo În Macchine — Italia, 1973, nr. 11, p. 501—505
2. *Popescu, I.* — Considerații asupra preciziei, rigidității și productivității prinderii cuțitelor în suporți port cuțit pe strunguri și mașini de rabotat. — Invenții și inovații 1973, nr. 4, p. 137—141
3. *** Scule aşchietoare (Standarde și comentarii) Editura tehnică București, 1973

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREŞTI

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 530.17

O DEMONSTRAŢIE A TEOREIEI A II-A A SIMILITUDINII*

MIHAI IORDACHE

I. Introducere

Una din cele mai importante teoreme ale similitudinii este teorema a II-a, care în literatura de specialitate [1], [2], [3] mai este cunoscută sub denumirea de teorema π sau teorema lui Buckinghan.

Importanţa deosebită a acestei teoreme în teoria similitudinii şi modelării proceselor şi fenomenelor fizice constă în faptul că permitei reducerea determinării experimentale a legăturii dintre cele „n" mărimi fizice dimensionale, de care se presupune că depind procesele (fenomenele) examinate, la determinarea experimentală a legăturii dintre „$n - p$" termeni complecşi adimensionali (criterii de similitudine) unde „p" reprezintă numărul mărimilor fizice independente dimensional din cele „n" mărimi de care depinde fenomenul (procesul) examinat, lucru care uşurează considerabil executarea lucrării experimentale şi prelucrarea corespunzătoare a rezultatelor.

Demonstraţiile diverşilor autori ([2], [3]) date acestei teoreme au condus la numeroase discuţii, acestea în majoritatea cazurilor purtîndu-se în jurul rigurozităţii matematice.

În prezenta lucrare se expune o demonstraţie riguros matematică a acestei teoreme plecînd de la independenţa structurală a fenomenelor fizice de alegerea unităţilor de măsură ale mărimilor fundamentale care intervin în structura fenomenelor.

II. Demonstraţia teoremei

În cele ce urmează vom nota prin x mărimea fizică iar prin x^* unitatea sa de măsură (făcînd abatere de la notaţia consacrată [x]).

Definiţie: Oricare ar fi mărimile fizice $x_1, x_2, \ldots, x_p$ exprimate într-un anumit sistem de unităţi de măsură ele se zic independente dimensional dacă are loc echivalenţa.

$$x_1^{*\alpha_1} \cdot x_2^{*\alpha_2} \ldots x_p^{*\alpha_p} = 1 \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_p = 0. \qquad (1)$$

* Manuscris predat redacţiei la data de 8 martie 1973

Rezultă că $x_1, x_2, \ldots, x_p$ sînt dependente dimensional dacă :

$$(\exists)\alpha_k \neq 0,\ 1 \leqslant k \leqslant p \text{ astfel încît } x_1^{*\alpha_1} \cdot x_2^{*\alpha_2} \ldots x_p^{*\alpha_p} = 1.$$

Fie acum un fenomen fizic descris de ecuaţia

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{2}$$

unde $y, x_1, x_2 \ldots, x_n$ sînt mărimile fizice care caracterizează fenomenul dat, exprimate într-un anumit sistem de unităţi de măsură. Se presupune funcţia f cu derivate parţiale de ordinul 2 continue în raport cu toate variabilele. Condiţia de omogenitate dimensională ([2]) expusă pentru prima dată de Fourier arată că raportul dintre valoarea unei mărimi fizice măsurată cu o unitate de măsură şi valoarea aceleiaşi mărimi măsurată cu o altă unitate de măsură, este constant.

Presupunem $x_1, x_2, \ldots, x_n$ independente dimensional.

Teorema I-a. În condiţiile de mai sus funcţia f se exprimă unic pînă la o constantă multiplicativă sub forma :

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{C_1} x_2^{C_2} \ldots x_n^{C_n}, \text{ cu } C_i (1 \leqslant i \leqslant n) \text{ constante reale.}$$

Demonstraţie. Fie două stări diferite ale fenomenului studiat. Prima stare este caracterizată de valorile $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ale mărimilor $x_1, x_2, \ldots, x_n$ iar a doua de valorile $b_1, b_2, \ldots, b_n$ ale aceloraşi mărimi, în sistemul de unităţi ales. Se consideră o schimbare a unităţilor de măsură ale mărimilor $x_1, x_2, \ldots, x_n$, corespunzător acestor schimbări $x_1^* x_2^*, \ldots, x_n^*$ se vor multiplica cu coeficienţii $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Obţinem pentru valorile corespunzătoare ale celor două stări :

$$f(\lambda_1 a_1, \lambda_2 a_2, \ldots, \lambda_n a_n) \overset{\text{not.}}{=} f_1(\lambda_i ; a_i)\ 1 \leqslant i \leqslant n \text{ şi} \tag{4}$$

$$f(\lambda_1 b_1, \lambda_2 b_2, \ldots, \lambda_n b_n) \overset{\text{not.}}{=} f_2(\lambda_i ; b_i)\ 1 \leqslant i \leqslant n. \tag{5}$$

Din condiţia de omogenitate dimensională rezultă că raportul

$$\frac{f(a_1, a_2, \ldots, a_n)}{f(b_1, b_2, \ldots, b_n)} = \frac{f_1(\lambda_i ; a_i)}{f_2(\lambda_i ; b_i)}, \tag{6}$$

trebuie să fie independent de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Făcînd derivata parţială în raport cu λ_k şi anulînd-o se obţine :

$$a_k f'_{1k}(\lambda_i ; a_i) f_2(\lambda_i ; b_i) - b_k f_1(\lambda_i ; a_i) f'_{2k}(\lambda_i ; b_i) = 0, \tag{7}$$

unde $f'_{1k}(\lambda_i ; a_i)$ este derivata parţială a funcţiei $f_1(\lambda_i ; a_i)$ în raport cu variabila $\lambda_k\ a_k$.

Din (7) rezultă că rapoartele

$$\frac{a_k f'_{1k}(\lambda_i ; a_i)}{f_1(\lambda_i ; a_i)} = C_k, \quad 1 \leqslant k \leqslant n, \tag{8}$$

nu depinde de a_i, $1 \leqslant i \leqslant n$.

Avem în general :

$$\frac{x_k f'_{1k}(\lambda_i ; x_i)}{f_1(\lambda_i ; x_i)} = C_k, \quad 1 \leqslant k \leqslant n. \tag{8'}$$

Pentru λ_i fixați introducem în expresia diferențialei totale a funcției f_1 derivatele parțiale explicitate în (8'). Rezultă :

$$df_1 = \sum_{k=1}^{n} f'_{1k}(\lambda_i x_i)\ \lambda_k\, dx_k = \sum_{k=1}^{n} f_1 \lambda_k C_k \frac{dx_k}{x_k} \tag{9}$$

sau

$$\frac{df_1}{f_1} = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k C_k \frac{dx_k}{x_k} \tag{9'}$$

Integrînd (9') se obține expresia funcției $f_1(\lambda_i ; a_i)$

$$f_1(\lambda_i ; x_i) = a_1^{\lambda_1 C_1} x_2^{\lambda_2 C_2} \ldots x_n^{\lambda_n C_n}, \tag{10}$$

abstrație făcînd de o constantă multiplicativă. Pentru $\lambda_i = 1$, $1 \leqslant i \leqslant n$, rezultă :

$$f_1(1 ; x_i) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{C_1} x_2^{C_2} \ldots X_n^{C_n}. \tag{11}$$

Arătăm că $C_1, C_2, \ldots, C_n$ sînt unic determinante. Presupunem prin absurd că există $C'_1, C'_2, \ldots, C'_n$ astfel încît

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{C'_1} x_2^{C'_2} \ldots x_n^{C'_n}. \tag{12}$$

Înlocuind în (11) și (12) mărimile $x_1, x_2, \ldots, x_n$ prin unitățile lor de măsură și împărțim cele două egalități membru cu membru obținem :

$$x_1^{*C_1 - C'_1}\, x_2^{*C_1 - C'_2} \ldots x_n^{*C_n - C'_n} = 1 \tag{13}$$

Dar $x_1, x_2 \ldots, x_n$ sînt independente dimensional deci relația (13) este echivalentă cu

$$C_k - C'_k = 0 \quad 1 \leqslant k \leqslant n \Leftrightarrow C_k = C'_k \quad 1 \leqslant k \leqslant n. \tag{14}$$

Trecem acum la cazul general în care $x_1, x_2 \ldots, x_n$ nu sînt independente dimensional. În acest caz se poate enunța teorema următoare:

Teorema a II-a: Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nu toate independente dimensional și p ($p \leqslant n$) numărul maxim de mărimi independente dimensional dintre ele. Fie acestea $x_1, x_2, \ldots, x_p$. Atunci funcția f care descrie fenomenul studiat este de forma:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p} \varphi(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}), \tag{15}$$

cu

$$\pi_i = \frac{x_{p+i}}{x^{b_{i1}} x_2^{b_{i2}} \ldots x_p^{b_{ip}}}, \tag{15'}$$

unde b_{ik} $1 \leqslant k \leqslant p$ verifică relația:

$$x^*_{p+i} = x_1^{*b_{i1}} x_2^{*b_{i2}} \ldots x_p^{*b_{ip}}. \tag{16}$$

Demonstrație

Conform ipotezei orice grup de mărimi $\{x_1, x_2, \ldots, x_p, x_{p+i}\}$, $1 \leqslant i \leqslant n-p$ este dependent dimensional. Atunci unitățile de măsură x^*_{p+i} $1 \leqslant i \leqslant n-p$ se pot exprima astfel:

$$x^*_{p+i} = x_1^{*b_{i1}} x_2^{*b_{i2}} \ldots x_p^{*b_{ip}} \quad 1 \leqslant i \leqslant n-p. \tag{17}$$

Notăm

$$\pi_i = \frac{x_{p+i}}{x_1^{b_{i1}} \ldots x_p^{b_{ip}}}, \quad 1 \leqslant i \leqslant n-p \tag{18}$$

și construim funcția $F(x_1, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})$ astfel încît

$$F(x_1, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

oricare ar fi mărimile

$$x_1, x_2, \ldots, x_n. \tag{19}$$

Fie o schimbare a unităților de măsură ale mărimilor $x_1, x_2, \ldots, x_p$ și fie $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ coeficienții cu care se vor multiplica respectiv $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_p^*$.

Se observă că această schimbare a unităților de măsură nu schimbă în conformitate cu relațiile de definiție (18), valorile lui $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}$, altfel spus $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}$ sînt *variabile adimensionale* (criterii de similitudine).

Din condiția de omogenitate dimensională rezultă că raportul

$$\frac{F(\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \ldots, \lambda_p x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})}{F(x_1, x_2, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})} = K(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p) \tag{20}$$

nu depinde de valorile $x_1, x_2, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p}$.

Permutînd în (20) variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_p$ cu $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ se obține:

$$K(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p)\, F(x_1, x_2, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p}) =$$

$$= K(x_1, x_2, \ldots, x_p)\, F(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})$$

sau

$$\frac{F(x_1, x_2, \ldots, x_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})}{K(x_1, x_2, \ldots, x_p)} = \frac{F(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p, \pi_1, \ldots, \pi_{n-p})}{K(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p)}. \quad (21)$$

Independența lui $x_1, x_2, \ldots, x_p$ și a lui $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ arată că raportul $\frac{F}{K}$ este independent de aceste variabile

$$\frac{F}{K} = \varphi(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}). \quad (22)$$

Conform teoremei 1 K are forma (23)

$$K(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p}. \quad (23)$$

Prin urmare funcția f se exprimă astfel:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p}\, \varphi(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}). \quad (24)$$

Astfel teorema 2 s-a demonstrat. Notăm

$$\pi_y = \frac{y}{x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p}}; \quad (25)$$

Se vede că π_y este adimensional, deoarece φ este a dimensională, atunci rezultă că funcția care descrie un fenomen fizic oarecare poate fi adusă la forma

$$\pi_y = \varphi(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-p}). \quad (26)$$

sau astfel spus:

Orice ecuație completă a unui fenomen fizic, scrisă într-un anumit sistem de unități, poate fi prezentată sub forma unei relații dintre criteriile de similitudine, adică de rapoarte adimensionale alcătuite cu mărimile fizice ce intră în ecuație.

III. Exemplu

În această lucrare se expune un exemplu simplu din domeniul circuitelor electrice.

Se consideră un circuit electric simplu, liniar cu parametrii concentrați (fig. 1), care la momentul $t = 0$ se conectează la o sursă, de tensiune electromotoare constantă în timp E, prin închiderea întrerupătorului K.

Sistemul de ecuaţii diferenţiale care descrie funcţionarea acestui circuit în regimul tranzitoriu ce apare după închiderea întrerupătoruluiK, [6], are forma matricială (27)

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{du_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

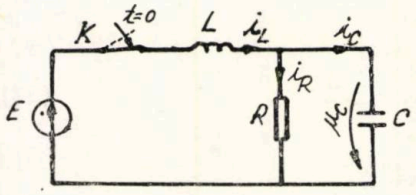


Fig. 1

cu condiţiile iniţiale de zero.

Funcţia implicită ce descrie acest regim tranzitoriu al circuitului din fig. 1 are forma (28)

$$f(E, i_L, u_C, R, L, C, t) = 0. \tag{28}$$

În continuare se vor determina criteriile de similitudine necesare şi suficiente pentru ca două circuite de forma celui prezentat în fig. 1 să fie similare în regim tranzitoriu şi se va deduce ecuaţia (26) numită în literatură ([1], [2], [7]) şi ecuaţia criterială, ecuaţie de invarianţi sau ecuaţie generalizată.

Există mai multe metode care permit determinarea criteriilor de similitudine ([2], (7]), în acest exemplu se va folosi metoda analizei dimensionale ([2], [7]), adoptînd sistemul de unităţi internaţionale S. I.

Se aleg ca mărimi fundamentale, mărimile E, R, şi t şi se scrie matricea dimensională astfel încît primele trei coloane să fie ocupate cu aceste mărimi

$$\begin{array}{c} \\ kg \\ s \\ A \\ m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} E & R & t & i_L & u_C & L & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 1 & 0 & -3 & -2 & 4 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \end{array}. \tag{29}$$

Determinantul principal al matricei dimensionale este minorul de ordinul trei format din primele trei linii şi primele trei coloane are valoarea 1

Cu ajutorul liniilor matricei dimensionale a variabilelor se poate forma sistemul de ecuaţii algebric liniar şi omogen ce conţine ca necunoscute seriile de exponenţi, care dau complecşi adimensionali (criteriile de similitudine) exprimaţi prin ecuaţia (30) care este o retranscriere sub o altă formă a relaţiei (15′)

$$\pi = E^{x_1} \cdot R^{x_2} \cdot t^{x_3} \cdot i_L^{x_4} \cdot u_C^{x_5} \cdot L^{x_6} \cdot C^{x_7}. \tag{30}$$

Ecuațiile sistemului au ca coeficienți liniile matricei dimensionale a variabilelor. În cazul exemplului considerat aceste ecuații sînt :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -x_5 - x_6 + x_7 \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 = 3x_5 + 2x_6 - 4x_7 \\ -x_1 - 2x_2 = -x_4 + x_5 + 2x_6 - 2x_7 \\ 2x_1 + 2x_2 = -2x_5 - 2x_6 + 2x_7 \end{cases} . \tag{31}$$

Considerînd că sistemul algebric liniar și omogen (31) variabilele x_1, x_2, x_3 ca variabile principale și aplicînd regula lui Cramer se obține

$$\begin{cases} x_1 = -x_4 - x_5 \\ x_2 = x_4 - x_6 + x_7 . \\ x_3 = -x_6 - x_7 \end{cases} \tag{32}$$

Atribuind succesiv necunoscutele secundare x_4, x_5, x_6, x_7 valorile 0 și 1 se obține matricea soluțiilor (33)

$$\begin{array}{c} \\ \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccc} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} . \tag{33}$$

și folosind formula (30) rezultă expresiile criteriilor de similitudine (34)

$$\pi_1 = \frac{R \cdot i_L}{E}, \quad \pi_2 = \frac{u_C}{E}, \quad \pi_3 = \frac{L}{R \cdot t}, \quad \pi_4 = \frac{R \cdot C}{t}, \tag{35}$$

Ecuația criterială (26) devine în acest caz

$$\pi_1 = \varphi(\pi_2, \pi_3, \pi_4) \tag{36}$$

sau

$$\frac{Ri_L}{E} = \varphi\left(\frac{u_C}{E}, \frac{L}{Rt}, \frac{RC}{t}\right). \tag{37}$$

IV. Concluzii

Teoria similitudinii, care permite analiza și sinteza fenomenelor experimental la scară redusă, a căpătat în ultimii ani o importanță și dezvoltare deosebită.

Studiind problemele care privesc efectuarea experiențelor pe modele materiale și prelucrarea rezultatelor acestor experiențe, analiza dimensională și teoria similitudinii îmbrățișează absolut toate domeniile științei.

Studiul experimental pe modele este foarte avantajos pentru că permite studierea fenomenelor în laborator, unde posibilităţile de încercare şi măsurare a mărimilor fizice de care depind fenomenele examinate sînt evident mai accesibile şi mai eficiente decît cele efecutate pe obiectele în mărime naturală. De asemenea studiul pe modele permite şi măsurători repetate care constituie chezăşia că eroarea comisă în interpretarea rezultatelor obţinute este minimă.

În lucrare s-a prezentat o demonstraţie exactă a teoremei a II-a a similitudinii plecînd de la independenţa structurală a fenomenelor fizice de alegere a unităţilor de măsură ale mărimilor fundamentale care intervin în structura fenomenelor examinate. Ecuaţia (26), care reprezintă expresia matematică a teoremei a II-a a similitudinii are o importanţă deosebită în teoria modelării, deoarece permite studierea fenomenelor folosind această ecuaţie în locul ecuaţiei (2), lucru ce facilitează considerabil executarea lucrării experimentale şi prelucrarea corespunzătoare a datelor.

În literatura de specialitate ([1], [2], [3]), se găsesc numeroase exemple din domenii de cercetare diferite care reliefează utilizarea şi eficienţa deosebită a teoremei a II-a a similitudinii în studiul fenomenelor şi proceselor fizice pe model.

Catedra de electrotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Venilov V. A.* Aplicarea teoriei similitudinii şi modelării în electroenergetică, traducere din limba rusă completată. Editura Tehnică Bucureşti — 1972.
2. *Vasilescu Al. A.* Analiza dimensională şi teoria similitudinii Editura Academiei Republi ii Socialiste România Bucureşti 1969.
3. *Langhaar H. L.* Analyse dimensionelle et théorie des maquettes (Traducere din limba Engleză de C. Charcosset) 1956.
4. *Răduleţ Remus* şi *Timotin Al.* Raţionalizarea în electromagnetism şi interpretările ei. Studii şi cercetări de energetică 3, anul IX, 1956.
5. *Sena L. A.* Units of Physical Quantities and Their Dimensions Mir Publishers Moscow 1972.
6. *Preda M.* Bazele electrotehnicii, vol. II, Editura didactică şi pedagogică Bucureşti — 1969.
7. *Iordache M.*, Modelarea prin similitudine, Învăţămîntul profesional şi tehnic nr. 10 — 1972 pag. 25 — 31.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621—52

METODE DE ANALIZĂ A CIRCUITELOR DE CORECȚIE PNEUMATICE *

V. GĂBURICI I. CATANĂ

1. Considerații generale

Ca orice element de transmitere și prelucrare a informației, sistemele pneumatice sînt alcătuite prin interconectarea unor elemente active și pasive de circuit.

Din punct de vedere funcțional circuitele pneumatice pasive sînt alcătuite din rezistențe, capacități, inductanțe. Prin modul de interconectare a rezistențelor, inductanțelor și capacităților ce obțin diverse funcții pentru circuite, cerute de necesitățile de corecție a regulatoarelor pneumatice.

În literatura tehnică de specialitate definirea elementelor pasive de circuit se face folosind o analogie electropneumatică : $Q \sim i\,;\, p \sim u$.

Rezistența, capacitatea și inductanța (fig. 1), în condițiile unei funcțiuni liniare (curgeri cu viteze scăzute și deci numere *Re* mici), sînt definite de relațiile :

$$R = \frac{\Delta p}{q} = \frac{128\, l\, \gamma \nu}{d^2\, g\, \rho} \tag{1}$$

cu :

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$C = \frac{q}{\frac{\mathrm{d}p}{dt}} \tag{2}$$

de unde :

$$C = \frac{V}{P} \tag{3}$$

$$L = \frac{p}{\frac{\mathrm{d}q}{dt}} \tag{4}$$

* Manuscris predat redacției la data de 1 februarie 1973

de unde :

$$L = \frac{4\,\rho\,l}{\pi\,d^2} \tag{5}$$

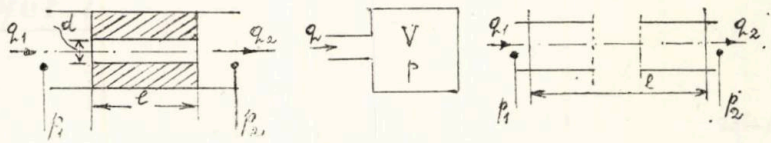


Fig. 1

Vom menţiona că inductanţele intervin rar în circuite întrucît avem de a face, aici, cu linii scurte.

2. Metode de analiză a circuitelor pneumatice de corecţie

Analiza şi sinteza unui circuit pneumatic, în general, şi a unui circuit de corecţie, în particular, se face cu metodele de studiu proprii sau folosind analogia electropneumatică sau electromecanică în ipoteza liniarizării circuitelor, adoptînd metodele utilizate la studiul circuitelor electrice.

2.1. *Metoda schemelor bloc*

Principiul metodei constă în împărţirea circuitului pneumatic în elemente independente pentru care se poate defini o funcţie de transfer în sensul celor precizate de teoria sistemelor automate şi care să accepte regulile algebrei schemelor bloc.

Cea mai reprezentativă combinaţie între elementele de circuit pneumatice este formată dintr-o rezistenţă şi o capacitate (fig. 2).

Din ecuaţiile operaţionale cunoscute care caracterizează funcţionarea lor, obţinem funcţia de transfer :

$$H(s) = \frac{1}{1 + Ts} = \frac{p_2(s)}{P_1(s)} \tag{6}$$

unde $T = RC$ reprezintă constanta de timp a circuitului.

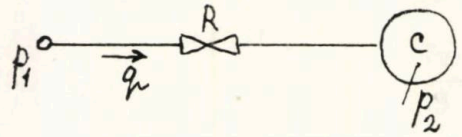


Fig. 2

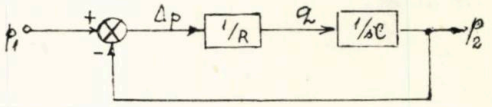


Fig. 3

Avînd în vedere cele prezentate anterior, acestui circuit i se poate asocia o schemă funcţională ca în figura 3 care dă aceeaşi funcţie de transfer ca în (6).

Dacă avem nevoie de un element de întîrziere de ordinul întîi cu un factor de amplificare diferit de unitate vom face următorul montaj (fig. 4) în care ieșirea este deplasarea vîrfului burdufului. Schema bloc asociată va fi cea din figura 5.

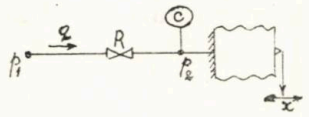


Fig. 4

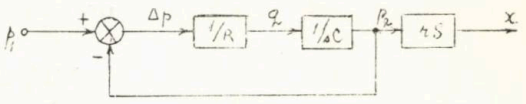


Fig. 5

Rezultă funcția de transfer :

$$H(s) = \frac{X(s)}{P_1(s)} = \frac{rS}{1 + Ts} \tag{7}$$

unde : $T = RC$ este constanta de timp a circuitului ; r-suplețea burdufului ; S-suprafața efectivă a burdufului ; C-capacitatea burdufului și capacitatea suplimentară, montată în circuit.

Pentru realizarea unui circuit derivativ cu o întîrziere de ordinul doi vom folosi circuitul pneumatic din figura 6 cu două burdufuri identice. Schema bloc se prezintă în figura 7.

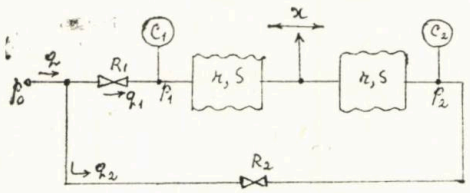


Fig. 6

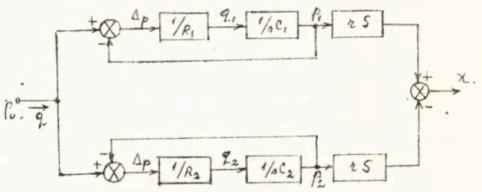


Fig. 7

Folosind regulile algebrei schemelor bloc vom găsi funcția de transfer.

$$H(s) = rS \frac{(T_2 - T_1)s}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \tag{8}$$

În figura 8 am reprezentat două elemente de întîrziere de ordinul întîi cuplate în lanț, cu schema funcțională asociată din figura 9.

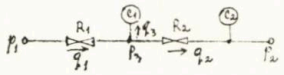


Fig. 8

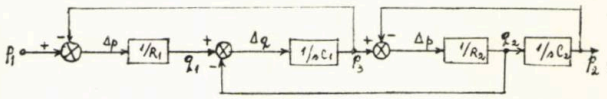


Fig. 9

Din schema bloc se găsește funcția de transfer :

$$H(s) = \frac{1}{1 + s(T_1 + T_2 + T_3) + s^2 T_1 T_2} \tag{9}$$

unde : $T_1 = R_1 C_1$; $T_2 = R_2 C_2$; $T_3 = R_1 C_2$.
Se observă interferența celor două elemente cuplate în lanț reflectată în constanta de timp T_3.

2.2. *Metoda grafelor de semnal*

Metoda constă în analiza circuitelor pneumatice bazată pe studiul topologiei schemelor de principiu ale dispozitivelor pneumatice. Pe această cale se obține graful asociat circuitului pentru care se poate calcula transmitanța totală, respectiv funcția de transfer, aplicînd formula lui Mason :

$$G = \frac{\sum_{k=1}^{n} G_k \, \Delta k}{\Delta} \tag{10}$$

unde :

G_k este transmitanța căii directe k obținută ca produsul transmitanțelor tuturor laturilor care formează traseul dintre nodul sursă și nodul receptor ;

$\Delta = 1 - \Sigma L_{i1} + \Sigma L_{i2} - \Sigma L_{i3} + - - -$ reprezintă determinantul grafului ;

L_{i2}, L_{i3} — produsul transmitanțelor buclelor neadiacente luate cîte două, cîte trei, — — — — — etc ;

Δk — determinantul subgrafului neadiacent căii directe k.

Să ilustrăm metoda grafelor de semnal printr-un exemplu.

Considerăm circuitul din figura 10 utilizat la regulatoarele de tip PID. Graful asociat va fi din figura 11.

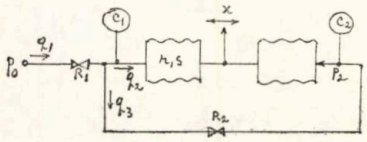


Fig. 10

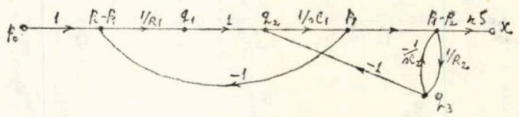


Fig. 11

Elementele formulei lui Mason vor fi :

$$L_{11} = -\frac{1}{sT_1}, L_{21} = -\frac{1}{sT_3} \cdot L_{31} = -\frac{1}{sT_2}, L_{12} = \frac{1}{sT_1} \cdot \frac{1}{sT_2}$$

$$\Delta = 1 + \frac{1}{sT_1} + \frac{1}{sT_2} + \frac{1}{sT_3} + \frac{1}{s^2 T_1 T_2}$$

$$\Delta_k = rS \frac{1}{sT_1}$$

În aceste condiții, funcția de transfer are forma :

$$H(s) = rS \frac{\frac{1}{sT_1}}{1 + \frac{1}{sT_1} + \frac{1}{sT_2} + \frac{1}{sT_3} + \frac{1}{s^2 T_1 T_2}} =$$

$$= rS \frac{\frac{1}{sT_1} s^2 T_1 T_2}{s^2 T_1 T_2 T_3 + s(T_2 T_3 + T_1 T_3 + T_1 T_2) + T_3}$$

$$H(s) = rS \frac{sT_2}{s^2 T_1 T_2 + s(T_1 + T_2 + T_4) + 1} \tag{11}$$

unde :

$$R_1 = R_1 C_1; \quad T_2 = R_2 C_2; \quad T_3 = R_2 C_1; \quad T_4 = \frac{T_1 T_2}{T_3} = R_1 C_2.$$

2.3. *Metode matriciale de analiză a circuitelor pneumatice*

Principiul metodei constă în prezentarea elementelor pasive de circuit sub formă de cuadripoli la care valorile presiunilor de intrare și de ieșire (p_1, p_2) sînt luate față de un nivel de referință = presiunea atmosferică.

Astfel, rezistența R prezentată în figura 1 se reprezintă în cuadripol ca în figura 12.

Se vor putea scrie relațiile : $p_1 = p_2 + Rq_2$ și $q_1 = q_2$, de unde ecuația matriceală :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{12}$$

unde $[A] = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ se numește matricea de lanț a cuadripolului. Rezistența pneumatică R mai poate fi legată în circuitul pneumatic și ca în figura 13. În acest caz relațiile care se stabilesc : $p_1 = p_2$ și $q_1 = \frac{1}{R} p_2 + q_2$ permit scrierea ecuației matriceale :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

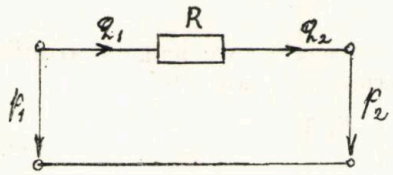


Fig. 12

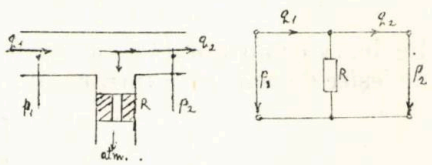


Fig. 13

Capacitatea pneumatică din figura 14 nu poate fi reprezentată ca un cuadripol decît transversal (legată la masă).

Ecuația matricială a cuadripolului va fi :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Pentru inductanţa pneumatică modelul descris de ecuaţiile : $p_1 = p_2 + sLq_2$; $q_1 = q_2$ va fi cel din figura 15.

Ecuaţia matricială în acest caz are forma :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & sL \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

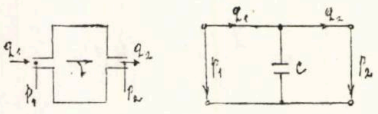


Fig. 14

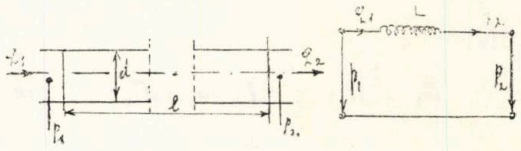


Fig. 15

Circuitele de corecţie sînt formate şi din elemente cu piese în mişcare, pneumo-mecanice. În această categorie, burdufurile ocupă un loc însemnat.

Utilizînd analogia electromecanică potrivit căreia tensiunii u îi corespunde forţa F iar curentului viteza v, atunci analogul masei este inductanţa, a frecării este rezistenţa iar a supleţii (elasticităţii) este capacitatea :

$$U \sim F \quad L \sim m \quad r \sim C \quad i \sim v \quad \mu \sim R$$

În aceste condiţii, considerînd masa, frecarea şi elasticitatea, un burduf (fig. 16) este echivalent cu trei cuadripoli C_1, C_2, C_3 legaţi în lanţ (fig. 17).

Ecuaţiile circuitelor C_1, C_2, C_3 sînt :

$$C_1 : \begin{cases} F_1' = F_1 - m\dfrac{dv_1}{dt} \\ v_1' = 0 \cdot F_1 + v_1 \end{cases} : \quad C_2 : \begin{cases} F_1'' = F_1' + 0 \cdot v_1' \\ v_1'' = -\dfrac{1}{\mu} F_1' + v_1' \end{cases} : \quad C_3 : \begin{cases} F_2 = F_1'' - \dfrac{1}{r}\int v_1'' \, dt \\ v_2 = 0 \cdot F_1'' + v_1'' \end{cases} \tag{16}$$

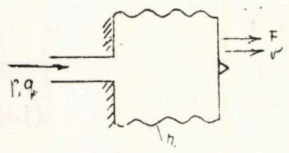


Fig. 16

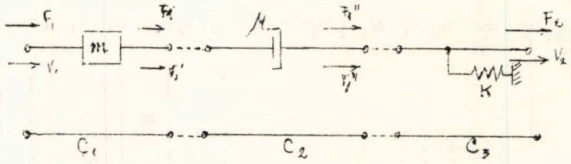


Fig. 17

Pe baza ecuaţiilor (16) se scriu ecuaţiile matriciale care leagă mărimile de ieşire de cele de la intrare cu ajutorul matricelor de lanţ $[B]$

$$C_1 : \begin{bmatrix} F_1' \\ v_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -ms \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$C_2 : \begin{bmatrix} F_1'' \\ v_1'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{\mu} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1' \\ v_1' \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$C_3 : \begin{bmatrix} F_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{1}{rs} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1'' \\ v_1'' \end{bmatrix} \tag{19}$$

Pentru întregul lanț de cuadripoli, adică pentru burduf, ecuația matricială se va scrie ca mai jos :

$$\begin{bmatrix} F_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = [B] \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

unde :

$$[B] = [B_1] \cdot [B_2] \cdot [B_3] = \tag{21}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -ms \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\mu} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{rs} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ms}{\mu} & -\frac{1}{rs} - ms - \frac{m}{\mu r} \\ -\frac{1}{\mu} & \frac{1}{\mu rs} + 1 \end{bmatrix}$$

Mărimile de intrare în burduf sînt p și q. Va trebui să le transformăm în F_1 și v_1.

Dacă notăm cu S suprafața burdufului pe care se aplică presiunea p, atunci : $F_1 = p \cdot S$. Din ecuația de continuitate se scrie că $v_1 = \frac{q}{S}$: Cu acestea avem :

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \tag{22}$$

Mărimea de ieșire din burduf care interesează într-un circuit de corecție este deplasarea h, or matricile ne dau o forță și o viteză. Deplasarea h poate fi găsită fie din expresia forței, fie din cea a vitezei, astfel : $F_2 = m \frac{d^2h}{dt^2}$, $v_2 = \frac{dh}{dt}$. Din ultimele două relații rezultă :

$$\begin{bmatrix} h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{ms^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \tag{23}$$

În final :

$$\begin{bmatrix} h \\ h \end{bmatrix} = [B_0] \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \tag{24}$$

unde :

$$[B_0] = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 + \frac{m}{\mu} s ; & -\frac{1}{rs} - ms - \frac{m}{r\mu} \\ -\frac{1}{\mu} & \frac{1}{\mu rs} + 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{ms^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \tag{25}$$

Matricea $[B_0]$ poate fi adusă la o formă mai simplă dacă se neglijează masa şi frecarea burdufului ($m = 0$, $\mu = 0$).

Metoda matricială poate fi aplicată şi la circuite mai complexe, în care caz trebuie să se ţină seama de modul de legare a cuadripolilor echivalenţi.

Catedra de automatică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Găburici*, Probleme privind interconectarea unor elemente fluidice folosite în circuituele logice de calcul. Comunicare la sesiunea IPB Institutul politehnic Bucureşti noiembrie 1968.
2. *V. Găburici*, Introducerea în tratarea matricială a interconexiunii elementelor fluidice „Buletinul — Institututului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti nr. 3, 1970.
3. *V. Găburici*, Circuite pneumatice formate din elemente pasive şi active cu piese în mişcare Comunicare la sesiunea Institutului politehnic Bucureşti, aprilie 1971.
4. *S. Florea V. Găburici*, Metode matriciale folosite în studiul elementelor pneumatice şi fluidice Automatica şi Electronica nr. 2, 1972.
5. *S. Florea V. Găburici*, Matrix Method for Studying Pneumatic and Fluidic Devices Fluidika nr. 5, 1972 (R. S. Cehoslovacă).
6. *V. Găburici I. Catană*, Metode de analiză a circuitelor pneumatice de corecţie. Comunicare la prima sesiune ştiinţifică pe ţară privind Aplicarea în industrie a elementelor fluidice şi pneumatice de automatizare, 23—26 noiembrie 1972 Ploieşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

C.Z.: 681

REZULTATELE UNOR MĂSURĂTORI DE PERFORMANȚE EFECTUATE ASUPRA SISTEMULUI DE CALCUL FELIX C-256 *

F. MORARU, L. STOICESCU

1. Introducere

Un sistem de calcul modern, cum este Felix C—256, reprezintă un complex de echipament și programe al căror cost total de proiectare, realizare, întreținere și exploatare atinge valori importante. De aici rezultă și interesul crescînd manifestat în rîndul constructorilor și utilizatorilor pentru optimizarea performanțelor acestor sisteme, justificarea eforturilor de evaluare și îmbunătățire a performanțelor.

Măsurarea performanțelor sistemelor de calcul este necesară atît pentru detectarea posibilităților de îmbunătățire a acestor performanțe, cît și pentru stabilirea efectului acțiunilor de optimizare întreprinse.

Preocupările de evaluare, măsurare și optimizare a performanțelor sistemului de calcul Felix C-256 au început, cu rezultate practice, încă de la sfîrșitul anului 1973 la Catedra de Calculatoare a Institutului Politehnic din București.

Articolul de față prezintă rezultatele unei prime etape de măsurători efectuate asupra sistemului Felix C-256 de la Centrul de Calcul al I. P. B. împreună cu concluziile ce se desprind din interpretarea acestor rezultate.

2. Obiectivele studiului întreprins

Prin studiul de evaluare efectuat ne-am propus :

a- măsurarea performanțelor sistemului Felix C-256, exploatat cu sistemul de operare Siris 2 versiunea 13, în vederea depistării posibilităților de utilizare mai eficientă a sistemului ;

b- determinarea cît mai exactă a profilului aplicațiilor și a sarcinii sistemului Felix C-256 de la I.P.B. în scopul adaptării sistemului de operare la acest profil ;

c- crearea și experimentarea unor metode de determinare a performanțelor sistemului de calcul Felix C-256 de utilitate generală.

Datele obținute sînt de asemenea utile pentru validarea unor modele analitice ale sistemului și pentru simularea sa cu intenția de a estima unele variante neimplementate.

* Manuscris predat redacției la data de 29 martie 1974

Cu ajutorul instrumentelor de măsurare puse la punct se poate stabili exact efectul unor modificări aduse sistemului de operare sau configurației de echipamente asupra performanțelor.

În sfîrșit, datele sintetice furnizate de programul prezentat, împreună cu caracteristicile individuale ale lucrărilor prelucrate, permit personalului de exploatare al unui centru de calcul să cunoască atît încărcarea componentelor sistemului cît și caracterul programelor rulate, informații utile pentru un control eficace al utilizării sistemului, pentru mărirea productivității acestuia.

3. Metoda de obținere a cifrelor de performanță

Sistemul de operare Siris 2 asigură colectarea automată a unor date privind consumul de timp și de materiale pe lucrări și faze de lucrare, date necesare pentru evidența lucrărilor prelucrate și pentru repartizarea costurilor de exploatare pe beneficiari. Aceste date sînt înregistrate într-un fișier disc al sistemului, numit fișer de contabilizare al lucrărilor.

Ideea este de a utiliza aceste date de evidență și printr-o prelucrare corespunzătoare a lor să se obțină unele mărimi reprezentative pentru performanțele globale ale sistemului și pentru caracterul aplicațiilor ce constituie sarcina sistemului.

În acest scop am scris un program de prelucrare selectivă a fișierului de contabilizare și de raportare a parametrilor statistici și distribuților calculate, avînd în vedere că mărimile ce prezintă interes sînt de fapt variabile aleatoare.

În mod normal programul se află catalogat sub formă direct executabilă în biblioteca utilizator standard a sistemului și este apelat la sfîrșitul fiecărei zile de lucru.

Menționăm în continuare cîteva dintre valorile calculate și imprimate de către acest program:

Timpul efectiv de lucru al sistemului, obținut prin însumarea duratei lucrărilor serie, raportat la perioada de măsurare ne dă indicații asupra modului de operare și exploatare a sistemului de calcul dar și asupra calității sistemului de operare.

— Numărul de lucrări executate într-o perioadă de timp și durata medie a unei lucrări este o măsură a productivității sistemului de calcul și a eficienței sale. Histograma repartiției lucrărilor pe diferite durate caracterizează însă tipul de aplicații.

— Numărul de faze pe lucrare, cu valorile sale medie, minimă și maximă și prin distribuția sa pe diferite lucrări, ne arată atît conținutul lucrărilor prelucrate cît și procesul erorilor grave din compilare sau editare.

— Ponderea fazelor de compilare, editare și execuție în cadrul timpului total de lucru este determinată atît de specificul lucrărilor prelucrate cît și de performanțele programelor de sistem.

— Coeficientul global de utilizare al unității centrale este o măsură a calității sistemului de operare și a programelor de aplicații.

— Coeficientul de utilizare al memoriei pe fiecare fază ne arată în ce măsură este utilizată această resursă a sistemului de către programele de sistem și de aplicații.

— Numărul total de cartele citite și de linii imprimate la compilare și execuție ne arată gradul de ocupare a celor două periferice, iar numărul mediu pe faze de lucrări este o caracteristică a programelor prelucrate.

Procedeul de determinare a performanțelor și profilului exploatării unui sistem de calcul pe baza datelor din fișierul de contabilizare are avantajul simplității în aplicare și furnizează unele informații deosebit de prețioase, dar prezintă și unele limitări. Aceste limitări nu restrîng însă aplicabilitatea metodei, ci recomandă îmbunătățirea și completarea sa cu alte procedee de măsurare.

4. Analiza rezultatelor obținute

Dintre cifrele de performanță obținute unele sînt specifice unui centru de calcul cu profil de învățămînt și cercetare cum este cel al I.P.B. Există însă o serie de indici de performanță independenți de condițiile particulare ale sistemului măsurat și care caracterizează eficiența sistemului de operare, permițîndu-se unele concluzii de valabilitate generală.

Este interesant de observat că o mare parte a cifrelor obținute prezintă o bună stabilitate în jurul unor valori, deși a existat o variabilitate destul de mare a lucrărilor rulate în perioada cînd s-au efectuat măsurătorile.

Datele analizate au fost culese pe o perioadă de 4 săptămîni și se referă la peste 6000 de lucrări efectuate în această perioadă.

Diversitatea mare a lucrărilor, ilustrată prin abaterea standard mare în raport cu media a unor mărimi ca durata lucrării, numărul de cartele citite și de linii imprimate, timpul de execuție, se explică prin proveniența lor de la beneficiari diverși : studenți începători în programare, studenți avansați, cadre didactice și beneficiari externi.

În condițiile Centrului de Calcul al I. P. B. productivitatea sistemului de calcul Felix C-256 lucrînd în monoprogramare este de circa 240 de lucrări în 12 ore, ceea ce revine la cca. 3 minute durata medie a unei lucrări. În realitate timpul mediu pe lucrare măsurat este de cca. 2 minute, diferența explicîndu-se prin timpul de inactivitate al sistemului între lucrări și prin alte operații necontabilizate : inițializări ale sistemului, crearea loturilor de lucrări etc.

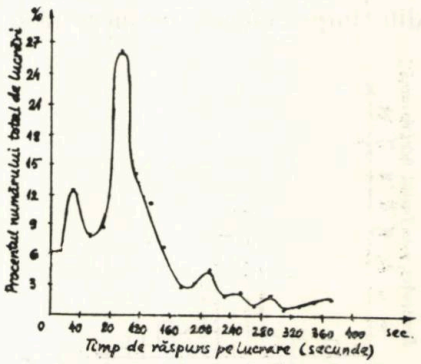


Fig. 1 Funcția de frecvență a timpului de răspuns pe lucrare

Numărul mediu de faze pe lucrare de cca. 2,2 și distribuția acestui parametru — cca. 40% din lucrări au o singură fază, cca. 45% din lucrări au 3 faze — dovedește pe de-o parte faptul că marea majoritate a lucrărilor constau din fazele de compilare, editare, execuție, iar pe de altă parte că o bună parte dintre programe conțin erori sintactice și nu depășesc faza de compilare.

Timpul de lucru al sistemului este împărțit astfel între cele 3 faze : 40—42% compilări, 20—22% editări, 33—35% execuții ale programelor de aplicații. Rezultă de aici o concluzie importantă și anume că circa două treimi din timpul total de lucru este consumat în fazele de sistem, adică în executarea programelor de compilare și editare.

Ponderea relativ mică a editării de legături se explică prin faptul că multe lucrări nu ajung în această fază și nu prin durata redusă a fazei de editare ; într-adevăr timpul mediu de editare este în jur de 45 sec. față de un timp mediu de compilare între 50 și 60 sec.

Numărul de cartele citite la compilare este o măsură a lungimii programelor sursă și el se află în jurul valorii de 120, ceea ce reflectă lungimea relativ mică a programelor studențești și faptul că ele sînt scrise într-un limbaj evoluat (Fortran).

Volumul de memorie internă cerut de către programele de aplicații are o valoare medie mai mare de 22 koct deoarece ele provin în majoritate din compilări Fortran. Peste 20% din programe necesită peste 40 koct de memorie, ceea ce este important în eventualitatea trecerii la exploatarea în multiprogramare a sistemului cu cei 64 koct memorie totală, dintre care 42 k disponibili utilizatorilor.

O concluzie numai în parte specifică sistemului măsurat este aceea a încărcării foarte neuniforme a echipamentelor periferice, a gradului scăzut de utilizare a unor periferice (benzi magnetice și discuri) în raport cu suprasolicitarea discului pe care se găsește sistemul.

O serie de cifre caracterizează calitatea sistemului de operare Siris 2 și nu depind de faptul că ele au fost determinate în condițiile Centrului de Calcul de la Politehnică.

Astfel, timpul mediu de răspuns pe lucrare nu scade niciodată sub 6—7 secunde și foarte rar sub 9 sec., activitate neproductivă a sistemului de operare care reprezintă cca 7,5% din durata medie a unei lucrări și deci din timpul efectiv de lucru al sistemului la I. P. B.

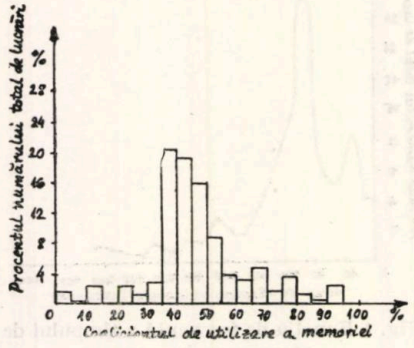


Fig. 2. Funcția de frecvență a lungimii programelor

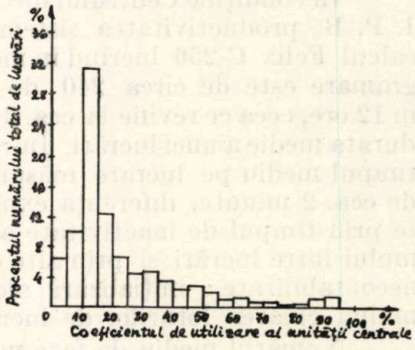


Fig. 3 Funcția de frecvență a utilizării unității centrale

Utilizarea principalelor resurse fizice ale calculatorului — unitatea centrală și memoria — de către programele de sistem este redusă, și anume factorul de utilizare al unității centrale de prelucrare are o valoare medie globală de 20—22%, fiind 22% la compilare și 12% la editare. Valorile

maxime ale acestui coeficient ating la compilare 55—65%, dar la editare nu depășesc niciodată valoarea de 15—16%. Avînd în vedere că în faza de editare nu se citesc cartele și că se imprimă cîteva rînduri (40—50), această utilizare redusă a unității centrale se explică prin activitatea intensă a discului sistem în timpul editării de legături.

Timpul minim de compilare este de 16 sec., iar timpul minim de editare este de 20—25 sec., valori destul de mari în raport cu viteza de calcul ridicată a unității centrale.

Timpul de editare este destul de constant pentru lucrări diverse, dar timpul de compilare are o variație aproximativ liniară în funcție de lungimea programelor compilate.

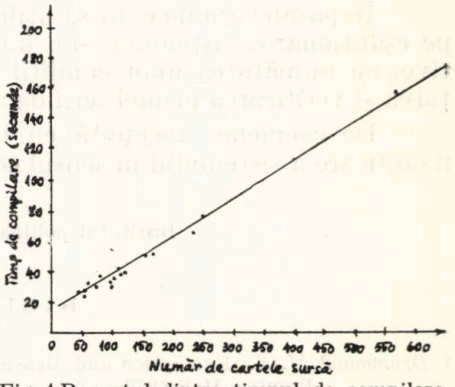


Fig. 4 Raportul dintre timpul de compilare și lungimea programelor

Coeficientul de utilizare al memoriei la compilare și editare are valori constante egale cu 52,4% și respectiv 66,6%, iar pe ansamblu o valoare medie de 55% în cazul memoriei de 64 koct.

Explicația acestei utilizări reduse a memoriei este aceea că programele de sistem sînt segmentate ca pentru memorie minimă de 48 koct, avînd ramura maximă de 22—24 koct și nu se adaptează la volumul disponibil de memorie.

5. Concluzii asupra căilor de îmbunătățire a performanțelor

Avînd în vedere ponderea mare a fazelor de sistem în timpul total de lucru rezultă că trebuie să intervenim în primul rînd asupra acestor programe. O scădere de 30% a duratei compilării și editării ar putea conduce la o creștere a productivității totale de 20%, ceea ce reprezintă o valoare importantă.

Tot din rezultatele măsurătorilor tragem concluzia că o asemenea creștere este posibilă, prin modificarea programelor de sistem în sensul utilizării mai complete a unității centrale și memoriei, cu reducerea corespunzătoare a timpului de lucru cu discul sistem. Rămînînd la exploatarea în monoprogramare se poate modifica structura de segmentare a programelor de sistem sau se poate mări dimensiunea zonelor de I/E pentru reducerea numărului de operații cu discul.

O altă soluție, mai ușor de implementat, este acea a reorganizării fișierelor de pe discul sistem, eventual cu repartizarea lor pe două discuri, pentru reducerea deplasărilor brațului de acces.

Teoretic exploatarea în multiprogramare conduce la creșterea productivității sistemului de calcul printr-o utilizare mai completă a memoriei și unității centrale ; în condițiile sistemului măsurat: memorie internă mică, sistem de operare cu posibilități reduse de multiprogramare, o singură imprimantă, considerăm că nu este recomandată trecerea la multiprogramare și că trebuie îmbunătățită exploatarea în monoprogramare.

6. Direcţii de continuare a lucrării

O primă direcţie este cea a perfecţionării metodei de măsurare prezentate pentru obţinerea de informaţii suplimentare.

În paralel am început să utilizăm şi alte medode de măsurare, bazate pe eşantionarea sistemului sau interceptarea unor evenimente semnificative, cu numărarea unor condiţii sau stări, metode care permit completarea şi verificarea primei serii de rezultate.

De asemenea începută cu rezultate promiţătoare este acţiunea de modificare a sistemului în sensul concluziilor prezentate.

Catedra de calculatoare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1 *Drummond M. E.*, Evaluation and Measurement Techniques for Digital Computer System Prentice Hall 1973
2 *Lucas H. C.*, Performance Evaluation and Monitoring Computing Surveys, vol. 3, no. 3, sept. 1971, p. 80—91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 1
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z.: 629. 113

INFLUENȚA FENOMENULUI DE STICK-SLIP ASUPRA PARAMETRILOR SISTEMULUI DE ANTRENARE AL VEHICULULUI DE TRACȚIUNE *

ION SEBEȘAN

În studiul fenomenelor mecanice legate de sistemul de antrenare a osiei motoare a vehiculului de tracțiune s-au obținut o mulțime de rezultate experimentale în legătură cu existența unor alunecări intermitente între roată și cale mai ales în perioada demarajului cînd forța de tracțiune poate depăși forța limitată de aderență. S-au făcut numeroase încercări pentru explicarea teoretică a rezultatelor experimentale ajungîndu-se la punerea în evidență a fenomenelui de stick-slip.

Oscilațiile de stick-slip apar ca un efect secundar al influenței frecării de alunecare asupra mișcării sistemului de antrenare; forța de frecare fiind o funcție neliniară a vitezei relative a punctelor în contact.

Se cercetează teoretic fenomenul prin intermediul unui sistem oscilant cu trei mase aflate pe două axe legate printr-un angrenaj, sistem care poate fi considerat ca model mecanic. Prin aplicarea teoriei stabilității se obțin condițiile necesare pentru evitarea oscilațiilor staționare de stick-slip .și de asemenea concluzii legate de concepția constructivă a sistemului de antrenare a osiei motoare a vehiculului.

Pentru studiul teoretic este necesară exprimarea printr-o funcție cu mai mulți parametri a curbei experimentale care exprimă dependența coeficientului de frecare de viteza de alunecare. Valorile acestor parametri se vor alege convenabil printr-o metodă de interpolare astfel încît, funcția să reprezinte cît mai exact curba experimentală. Pentru aceasta vom folosi funcția cu cinci parametri de forma:

$$(1) \qquad \mu(v_{ri}) = \left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{1 + \lambda |v_{ri}|} + \mu_1\right) \operatorname{sign} v_{ri} + \alpha_1 v_{ri} + \beta_1 v_{ri}^3$$

unde viteza relativă $v_{ri} = R\dot{\varphi}_i - V$; V este viteza vehiculului; $\varphi_i (i=1,2)$ viteza unghiulară a roții „i" și R raza acesteia. În relația (1) $\operatorname{sign} v_{ri} = +1$ în cazul mișcărilor cvaziarmonice.

Sistemul de antrenare al vehiculului este format din rotorul motorului electric de tracțiune, arborele elastic al acestuia, angrenaj .și osia motoare. care este acționată asimetric.

* Manuscris predat redacției la data de 9 iulie 1973.

Alunecarea roţii pe cale datorită depăşirii forţei limitată de aderenţă de către forţa de tracţiune, apare mai întîi la osia cea mai descărcată. La demarajul vehiculului atunci cînd roţile nu alunecă pe cale repartiţia momentului motor M_m pe cele două porţiuni de osie este diferită rezultînd din relaţiile :

$$M_m u = M_1 + M_2$$

(2)

$$\frac{M_1}{c_1} = \frac{M_2}{c_2} = \varphi$$

în care c_1, c_2 reprezintă rigidităţile celor două porţiuni de osie ; u raportul de transmisie al angrenajului ; φ_3 deformaţia unghiulară a osiei în dreptul coroanei angrenajului. Din relaţiile ( ) rezultă :

$$M_1 = M_m \frac{c_1}{c_1 + c_2}$$

(3)

$$M_2 = M_m \frac{c_2}{c_1 + c_2}$$

Forţele de tracţiune corespunzătoare celor două roţi vor fi :

$$F_1 = \frac{M_m u}{R} \frac{c_1}{c_1 + c_2}$$

(4)

$$F_2 = \frac{M_m u}{R} \frac{c_2}{c_1 + c_2}$$

Patinajul apare mai întîi la roata pentru $F_i > \mu_a Q$ forţa de tracţiune depăşeşte forţa limitată de aderenţă, μ_a fiind coeficientul de aderenţă. Deoarece o dată cu apariţia patinajului coeficientul de frecare scade sub valoarea limitată de aderenţă, $\mu(v_{ri}) < \mu_a$, are loc o redistribuire a momentului motor care duce la creşterea forţei de tracţiune pe cealaltă roată şi deci la patinarea osiei motoare.

Mişcarea sistemului va fi caracterizată de ecuaţiile diferenţiale neliniare :

$$J\ddot{\varphi}_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_3) = -\mu(\dot{\varphi}_1) \cdot Q \cdot R$$

(5)

$$J_r\ddot{\varphi}_4 + c_r(\varphi_4 - u\varphi_3) = M_m(\dot{\varphi}_4)$$

$$J\ddot{\varphi}_2 + c_2(\varphi_2 - \varphi_3) = -\mu(\dot{\varphi}_2)\, Q \cdot R.$$

în care J, J_r — momentul de inerţie al roţii respectiv al rotorului ; c_r — rigiditatea arborelui rotorului ; φ_1, φ_2. φ_4 deplasările unghiulare ale roţilor şi rotorului şi Q sarcina pe roată.

Sistemul (5) este completat de ecuația de legătură:

$$c_r u(\varphi_4 - u\varphi_3) = c_1(\varphi_3 - \varphi_1) + c_2(\varphi_3 - \varphi_2) \tag{6}$$

valabilă în ipoteza neglijării maselor ce compun elementele angrenajului. Deoarece la demarajul vehiculului au loc și oscilații ale cutiei se vor produce oscilațiile boghiurilor și motoarelor electrice de tracțiune avem:

$$\begin{aligned} ma &= \mu_a(V_d' + V_d'' + 2m_b g) - R_m - R_t \\ m_c \ddot{h}_c &= V_d' + V_d'' - m_c g \\ J_c \ddot{\alpha} &= [\mu_a(V_d' + V_d'' + 2m_b g) - m_b a - R_m](h - H) + \\ &\quad + (V_d' - V_d'')\, l + (m_t a + R_t)(h_c - H) \end{aligned} \tag{7}$$

unde V_d', V_d'' sînt reacțiunile dinamice ale boghiurilor asupra cutiei; a — accelerația; m — masa vehiculelor; m_c — masa cutiei vehiculului motor; J_c — momentul de inerție al cutiei față de centrul de greutate; m_b masa boghiului; m_t — masa vehiculelor tractate. R_m — rezistența de rulare a vehiculului motor; R_t — rezistența de rulare a vehiculelor tractate; h_c — înălțimea centrului de greutate al cutiei; h înălțimea punctului de transmitere a forței de tracțiune de la boghiu de cutie α — unghiul de rotație al cutiei în plan longitudinal; l — ampatamentul cutiei și H înălțimea cîrligului de tracțiune. Introducînd rigiditatea c_c a suspensiei cutiei pe boghiu, reacțiunilor boghiurilor vor fi:

$$\begin{aligned} V_d' &= c_c(h_0 - h_c - l\alpha) \\ V_d'' &= c_c(h_0 - h_c + l\alpha) \end{aligned} \tag{8}$$

h_0 fiind înălțimea centrului de greutate al cutiei pentru resorturi libere. Introducînd relațiile (8) în ecuațiile (7) se obține:

$$\begin{aligned} ma &= \mu_a[2c_c(h_0 - h_c) + 2m_b g] - R_m - R_t \\ m_c \ddot{h}_c &= 2c_c(h_0 - h_c) - m_c g \\ J_c \ddot{\alpha} &= \{\mu_a[2c_c(h_0 - h_c) + 2m_b g] - 2m_b a - R_m\}(h - h_c) - \\ &\quad - 2c_c l^2 \alpha + (m_t a + R_t)(h_c - H) \end{aligned} \tag{9}$$

ecuațiile (9) arată că datorită greutății proprii a cutiei se va produce o coborîre statică a centrului de greutate cu valoarea:

$$h_s = h_0 - \frac{m_c g}{2c_c} \tag{10}$$

Deci vom obţine ecuaţia diferenţială a oscilaţiilor cutiei de forma:

$$(11) \quad J_c\ddot{\alpha} + 2c_c l^2 + (m_c + m_t + R_t)(h_c - h) - (m_t a + R_t)(h_c - H) = 0$$

a cărei soluţie este de forma:

$$(1\ ) \quad \alpha = \alpha_0(1 - \cos \omega t)$$

în care:

$$(13) \quad \alpha_0 = \frac{1}{2c_c l^2}[(m_c + m_t + R_t)(h - h_c) + (m_t a + R_t)(h_c - H)]$$

este noua poziţie de echilibru a cutiei în jurul căreia are loc oscilaţia cu pulsaţia proprie dată de relaţia:

$$(14) \quad \omega = \sqrt{\frac{2c_c l^2}{J_c}}$$

Pulsaţiile proprii ale mişcării sistemului de antrenare se obţin luînd soluţiile ecuaţiilor de mişcare sub formă de oscilaţii armonice de aceeaşi pulsaţie şi fază. Rezultă determinantul care dă ecuaţia pulsaţiilor:

$$(15) \quad \Delta = \begin{vmatrix} -Jp^2 + c_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & -Jp^2 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_r u & -J_r p^2 + c_r \\ -c_1 & -c_2 & c_1 + c_2 - c_r u^2 & -c_r u \end{vmatrix} = 0$$

ale cărui rădăcini dau cele trei pulsaţii proprii $p_j (j = 1, 2, 3)$ ale sistemului. Calculele numerice au arătat că $p_j \gg \omega$ de unde rezultă că nu se poate produce fenomenul de rezonanţă, sarcina Q pe roată putînd fi considerată constantă.

Deoarece la demaraj în momentul apariţiei patinajului avem:

$$M_m(\dot{\varphi}_4) > [\mu(v_{r1}) + \mu(v_{r2})]\frac{QR}{u}$$

părţile componente ale sistemului de antrenare vor avea o mişcare de rotaţie uniform accelerată pînă la egalizarea momentului motor cu momentul redus la arborele motorului al forţelor de frecare. Vitezele unghiulare vor deveni în acest moment constante:

$$(16) \quad \dot{\varphi}_{10} = \dot{\varphi}_{20} = \dot{\varphi}_{30} = \frac{1}{u}\dot{\varphi}_{40} = p = \text{const}$$

de unde:

$$(17) \quad \varphi_{10} = \varphi_{20} = pt.$$

și din ecuația de legătură dintre arborele motorului și osie rezultă:

$$\varphi_{30} = pt + \frac{M_{m0}\, u}{c_1 + c_2} \tag{18}$$

în care:

$$M_{m0} = M_m(\dot{\varphi}_{40})$$

$$\varphi_{40} = put + \frac{M_{m0}}{c_r} + \frac{M_{m0}\, u^2}{c_1 + c_2}; \tag{19}$$

Oscilațiile de stick-slip se vor suprapune peste această mișcare. Pentru studiul lor se face în sistemul (5) (6) schimbarea de variabile:

$$q_i = \varphi_i - \varphi_{i0} \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{20}$$

prin care ecuațiile de mișcare devin:

$$\begin{aligned}
J\ddot{q}_1 + c_1(q_1 - q_3) &= -\mu(\dot{q}_1 + p)\, QR + M_{m0}\, u \frac{c_1}{c_1 + c_2} \\
J_r\ddot{q}_4 + c_r(q_4 - uq_3) &= M(\dot{q}_4 + p) - M_{m0} \\
J\ddot{q}_2 + c_2(q_2 - q_3) &= -\mu(\dot{q}_2 + p)\, QR + M_{m0}\, u \frac{c_2}{c_1 + c_2} \\
c_r u(q_4 - uq_3) &= c_1(q_3 - q_1) + c_2(q_3 - q_2)
\end{aligned} \tag{21}$$

Dezvoltînd în serie Taylor funcțiile $\mu(\dot{\varphi}_i)$ și $M_m(\dot{\varphi}_4)$ în jurul punctului staționar de funcționare obținem:

$$\mu(\dot{\varphi}_i) = \frac{M_{m0}}{QR} \frac{c_1}{c_1 + c_2} + k_\mu(\dot{\varphi}_i - p) + \mu_n(\dot{\varphi}_i - p); \quad i = 1,2 \tag{22}$$

$$M_m(\dot{\varphi}_4) = M_{m0} + k_m(\dot{\varphi}_4 - pu) + M_n(\dot{\varphi}_4 - pu) \tag{23}$$

în care:

$$k_\mu = \left(\frac{d\mu}{d\dot{\varphi}_i}\right)_{\dot{\varphi}=p} < 0 \text{ și } k_m = \left(\frac{dM}{d\dot{\varphi}_4}\right)_{\dot{\varphi}_4 = pu} < 0;\ k_m < k_\mu \tag{24}$$

Termenii neliniari avînd expresiile:

$$\mu_n(\dot{\varphi}_i - p) = \mu_n(\dot{q}_i) = \sum_{J=1}^{\infty} \frac{1}{j!}\left(\frac{d^J\mu}{d\dot{\varphi}_i}\right)_{\dot{\varphi}_i = p} \dot{q}_i^J; \quad i = 1, 2 \tag{25}$$

$$M_n(\dot{\varphi}_4 - pu) = M_n(\dot{q}_4) = \sum_{J=2}^{\infty} \frac{1}{j!}\left(\frac{d^J M_m}{d\dot{\varphi}_4}\right)_{\dot{\varphi}_4 = pu} \dot{q}_4^J \tag{26}$$

Înlocuind (2) (3) în (1) ecuaţiile de mişcare devin :

$$
\begin{aligned}
&J\ddot{q}_1 + k_\mu QR\dot{q}_1 + c_1(q_1 - q_3) = \mu_n(\dot{q}_1)\, QR \\
&J_r\ddot{q}_4 + k_m\,\dot{q}_4 + c_r(q_4 - uq_3) = M_n(\dot{q}_4) \\
&J\ddot{q}_2 + k_\mu QR\dot{q}_2 + c_2(q_2 - q_3) = \mu_n(q_2)\, QR \\
&C_r u\,(q_4 - uq_3) = c_1(q_3 - q_1) + c_2(q_3 - q_2)
\end{aligned}
\tag{27}
$$

Studiul stabilităţii mişcării se poate face cu o aproximaţie suficientă prin neglijarea termenilor neliniari $\mu_n(\dot{q}_i)$ şi $M_n(\dot{q}_4)$ din ecuaţiile (7). Ecuaţia caracteristică a sistemului în acest caz va fii de forma :

$$\lambda^6 A_7 + \lambda^5 A_6 + \lambda^4 A_5 + \lambda^3 A_4 + \lambda^2 A_3 + \lambda A_2 + A_1 = 0$$

în care coeficienţii $A_i (i = 1, \ldots 7)$ au expresiile :

$$
\begin{aligned}
A_1 &= 2(c_1 + c_2)\, c_1 c_2 c_r \\
A_2 &= (c_1 + c_2)^2\, c_r k_\mu\, QR + (c_1^2 + c_2^2)\, c_r k_\mu QR + c_1 c_2 c_r\, u^2\, k_m - \\
&\quad - 2c_1 c_2 (c_1 + c_2)\, k_m \\
A_3 &= (c_1 + c_2 - c_r u^2)\,[c_1 c_2\, J_r - (c_1 + c_2)\, k_\mu k_m\, QR] + \\
&\quad + (c_1 + c_2)^2\, c_r J + (c_1 + c_2)\,(c_r\, k_\mu^2\, QR^2 + c_1 c_2\, J_r) - \\
&\quad - (c_1^2 + c_2^2)\,(c_r J - k_m\, k_\mu\, QR) \\
A_4 &= (c_1 + c_2 - c_r u^2)\,[(c_1 + c_2)\,(k_\mu\, QR\, J_r - k_m J) - k_m k_\mu^2\, Q^2 R^2] + \\
&\quad + 2(c_1 + c_2)\, c_r J\, k_\mu\, QR + (c_1^2 + c_2^2)\,(J_r k_\mu\, QR - k_m J) \\
A_5 &= (c_1 + c_2 - c_r u^2)\,[J_r k_\mu^2\, Q^2 R^2 + J J_r (c_1 + c_2) - 2J k_\mu\, k_m QR] + \\
&\quad + (c_1 + c_2)\, c_r J^2 + (c_1^2 + c_2^2)\, J J_r \\
A_6 &= J(c_1 + c_2 - c_r u^2)\,(\, J_r\, k_\mu\, QR - J k_m) \\
A_7 &= J^2 J_r (c_1 + c_2 - c_r\, u^2)
\end{aligned}
\tag{28}
$$

După Liapunov mişcarea sistemului este stabilă dacă ecuaţia caracteristică (6) are rădăcini reale negative sau rădăcini complex conjugate care au părţile reale negative. Aceste condiţii se obţin dacă toţi coeficienţii

$A_i (i = 1, \ldots, 7)$ sînt pozitivi și dacă sînt îndeplinite condițiile necesare și suficiente impuse de criteriul Routh-Hurwitz referitoare la determinanții formați cu coeficienții ecuației caracteristice.
Rezultă deci condițiile de stabilitate:

$$A_i > 0 \qquad (i = 1, \ldots, 7)$$
$$D_J > 0 \qquad (J = 1, \ldots 6) \tag{28}$$

în care determinanții D_J sînt de forma:

$$D_1 = A_2;\ D_2 = \begin{vmatrix} A_2 & A_1 \\ A_4 & A_3 \end{vmatrix};\ \ldots;\ D_6 = \begin{vmatrix} A_2 & A_1 & 0 & \ldots & 0 \\ A_4 & A_3 & A_2 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & A_7 \end{vmatrix}$$

În felul acesta se obțin condițiile ce trebuesc îndeplinite de parametrii sistemului de antrenare pentru evitarea instabilității oscilațiilor staționare de stick-slip.

Concluzii

Prin acest studiu s-a căutat o fundamentare teoretică a problemelor legate de mișcarea sistemului de antrenare a osiei motoare a vehiculului de tracțiune în perioada demarajului cînd, datorită faptului că forța de tracțiune depășește forța limitată de aderență, apare alunecarea roților pe cale.

Măsurătorile experimentale efectuate în ultimul timp au arătat că alunecarea nu este uniformă ci este însoțită de o autooscilație suprapusă cu efecte negative asupra solicitărilor din sistemul de antrenare și asupra transmisiei vehiculului.

Studiul mișcării arată deci că și la vehiculele de tracțiune apare fenomenul de stick-slip, explicîndu-se în felul acesta și rezultatele experimentale.

Deoarece demarajul vehiculului este însoțit și de oscilații ale cutiei acestuia, care duc la variații dinamice ale sarcinilor pe roți, s-a făcut un studiu al acestor oscilații din care a reieșit că nu se poate produce fenomenul de rezonanță cu oscilațiile proprii ale sistemului de antrenare și deci fenomenul de stick-slip poate fi studiat independent. Au fost neglijate frecările din sistem, masele elementelor angrenajului și amortizarea dată de transmisia vehiculului deasemenea s-a studiat numai cazul vitezelor de alunecare mari. Condițiile necesare de evitare a stick-slipului instabil au fost obținute cu ajutorul criteriului de stabilitate Routh-Hurwitz. Din aceste condiții se pot trage concluzii asupra concepției constructive a sistemului de antrenare și a eventualelor dispozitive de antipatinaj.

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ion Sebeşan* Study of ,,Stick-slip'' Phenomenon of the Locomotive Drive System. IV Vedecka Konferencia vysokej skoly dopravnej v Ziline, sept. 1973.
2. *Ion Sebeşan* Studiul fenomenului de ,,stick-slip'' al sistemului de antrenare a osiei motoare a locomotivei. Comunicare susţinută la sesiunea ştiinţifică IPB, dec. 1972.
3. *Ion Sebeşan.* Contribuţii la studiul fenomenului de stick-slip la vehiculele de tracţiune Rev. Transporturilor nr. 1 1975.
4. *Von Friedrich Böhm* Der Schleudervorgang beim Anfahren und Rangieren mit diesel hydraulischen Kardanwellengebriebenen Lokomotiven. Glasers Annalen, Heft 6, Juni 1960.
5. *D . Pavelescu* Dependence of Friction and Stick-slip on the Main Wear Factors. Rev. Roum. Sci. Tehcn. Mec. Appl. 13, 1, 1968.
6. *H. Kauderer* Nichtlineare Mechanik Springer, Berlin, 1958.
7. *Pflanz, K.* Rad und Schiene als Reibungsgetriebe. El. Bahnen 20; Nr. 1/2, 1944.
8. *Curtius E. Kniffler A.* Neue Er Kenntnisse uber die Haftung zwischen Treibrad und Schiene. El Bahnen Nr. 3, 1950.
9. *Metzkow, J.* Vorlauf und Ausnutzung des Haftwertes zwischen Rad und Schiene bei electrischen Triebfahrzeugen. El Bahnen 16, nr. 12, 1940.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

БЮЛЛЕТЕНЬ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА „ГЕОРГЕ ГЕОРГИУ-ДЕЖ" БУХАРЕСТ

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно -исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel q'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informația" c. 694

40320

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVIII NUMĂRUL 2 ANUL 1976
MAI — AUGUST

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă;* Prof dr. docent ing. *George Bărănescu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Academician Prof. *Emilian Bratu,;* Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan;* Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua;* Prof. dr. *Ion Grădișteanu;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea,* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu;* Prof. ing. *Ștefan Mantea;* Prof. dr. ing. *Marius Preda;* Prof. ing. *Mihai Renert;* Conf. dr. ing. *Mircea Soare;* Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru.*

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper through ILEXIM import export press, 64—66 Griviței st., P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1383

Sumar

MATEMATICA

Rodica Tomescu

Asupra unor inegalităţi între entropiile unor cîmpuri finite 7

Tatiana Stănăşilă

Asupra unor ecuaţii cu coeficienţi aleatori 11

C. Radu

Asupra încovoierii unei grinzi din straturi polimere 15

FIZICA

Diana Moisil, A. Sfarti

Metoda numerică de determinare a parametrilor sistemului film absorbant pe substrat transparent din date elipsometrice 23

N. N. Ceauşescu, Vl. Doicaru, Cl. Niculescu

Sistem de comunicaţii audio monocanal, cu dioda laser 27

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Gherghina Tudorache, Maria Floarea, Gh. Ioniţă

Influenţa gradului de reticulare asupra stabilităţii chimice a unor maşini schimbătoare de cationi puternic acide 33

Lia Blum Lazăr, E. Marcu

Cercetarea proprietăţilor protectoare ale unor pelicule anticorozive prin metode electrochimice 41

Th. Bădescu

Studii asupra organofilizării pigmenţilor anorganici obţinuţi în dispersie apoasă 47

MECANICA

V. Bogdan, Oltea Bogdan

Cercetări asupra stărilor de tensiune şi de deformaţie dintr-un disc neomogen în mişcare de rotaţie 55

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Zătreanu

Cu privire la dinamica segmenţilor de piston 61

ENERGETICA

N. Dănilă, V. Muşatescu, I. Stan

Metode de optimizare în energetică, bazate pe programarea dinamică 67

Julieta Florea, V. Panaitescu

Metoda de studiu a elementelor fluidice pe baza utilizării analogiei între curgerea sub presiune a unui fluid compresibil şi curgerea cu suprafaţa liberă a unui fluid incompresibil 77

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

V. Tache, A. Vlase

Contribuții asupra determinării razei R la vîrf și a razei ρ de ascuțire a tăișului la sculele așchietoare 83

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu

Mecanismul deformării plastice a metalelor printr-o matriță conică activată cu ultrasunete 89

TRANSPORTURI

Ch. Vasiliu, Gh. Anton, N. Nistor

Aplicații ale teoriei sistemelor de așteptare în problemele de trafic 97

METALURGIE

P. Moldovan

Sur la thérmodynamique du système liquide Pb—Zn—Ag dans la zone riche en plomb 107

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU'-DEJ" BUCUREȘTI

Ionescu Dumitru Cezar — Siguranța în funcționare a instalațiilor termodinamice dintr-o centrală termoelectrică.

Dranga Mihai — Contribuții la analiza dinamică a mecanismelor cu una și cu mai multe grade de mobilitate.

Drăgănoiu Gh. — Studiul regimurilor caracteristice de mișcare ale avioanelor D.A.V.

Popescu Iuliu — Contribuții la studiul mecanismelor cu pauze cu aplicații în cinematografie.

Voina Ecaterina — Esteri ai acizilor fosforos și fosforic.

Radu Stelian — Poliazoarileneteri.

Tudorache Elena — Sinteza de produși macromoleculari carbocatenari folosind reacții Fiedel-Crafts.

Crăciun Ruse Maria — Contribuții la stabilitatea hidraulică a sistemelor de rețele termice.

Fazenkaș Ion — Contribuții la tehnologia de deferizare și demagnetizare a apei

Atanasiu Costică — Studiul eforturilor și deformațiilor în plăcile plane perforate supuse acțiunii unor sarcini concentrate și uniform distribuite.

Silard Andrei — Contribuții la teoria proceselor în dispozitive semiconductoare.

Robescu Dan Nicolae — Contribuții teoretice și experimentale la studiul epurării apei.

Stanciu I. Valerius Mihai — Contribuții la teoria circuitelor cu fluide cu aplicații în sinteza regulatoarelor fluidice.

Manea Alexe — Contribuții la studiul caracteristicii de injecție în condițiile apariției golurilor pe traseul pompă-injector.

Tiperciuc Gh. — Studiul de rezistență ale învelișului sferic perforat cu o rețea regulată de găuri circulare.

Varduca Aurel — Utilizarea enzimelor în analiza chimică a apelor uzate.

Gaiginschi Radu — Creșterea stabilității ciclice de funcționare a motoarelor cu aprindere prin scînteie în patru timpi alimentate cu amestecuri sărace.

Neagoe Victor Emil — Sinteza în domeniul timp a unor sisteme optimale cu eșantionarea diferențială pentru transmisiuni în cod de impulsuri.

Tamaș Viorica — Cercetări privind relația între structura chimică și comportarea cromatografică cu aplicații la studiul unor reacții de sinteză din industria de medicamente și la studiul structurii silicagelurilor pentru cromotografie.

Diculescu Ana Sofia — Contribuții teoretice și experimentale la studiul transformatoarelor cu înfășurări din foliee.

Orenștein Ira — Analiza posibilităților de majorare a randamentelor globale ale stațiilor de irigație.

Ciocăzeanu Ion — Caracteristica termocinetică a unor reacții în soluție.

Costea M. Ion — Dispozitive cu avalanșe și timp de tranzit, studiul fenomenului de avalanșă în structuri semiconductoare mesa.

Petec Călin Gh. — Relații dintre valoarea funcțională și fizico-chimică și conformația unor proteine.

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 517

Rodica Tomescu

About Some Inegality betwen the Entropies of Some Finite Fields.

In this is generalisated the sentence 2 (I), talking about the ineguality between the entropy of a finite probability field, conditioned by the finite fields of events, produce of two finite fields and the entropy of the same probability finite field, conditioned by one of the finite fields of events.

It's given a result which says that the entropy of a finite probability field, conditioned by a produced enevts field, is less or equal than the entropy of the same field.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 517

Tatiana, Stănăşilă

On the Equations with Random Coefficients.

In this note one gives an explicit formula for the average nomber of roots of an equation of type (1) in a fixed interval (theorem 1). In this way one generalizes a well-known formula of Kac [3]; one also gives some applications in the normal case.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 517

C. Radu

On the Bending of a Joist of Polymeric Strate.

In the paper they study the joist under the action of uniform pressures of P_1, P_2, crossing force Q and a geven moment M.

Starting from physical, geometrical and equilibrium equations of the theory of particularized elasticity we obtain solution in tension to the problem together with the respective conditions to the limit.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 53

Diana Moisil, Ad. Sfarti

Numerical Method for Determining the Optical Parameters of the Absorbing Film — non Absorbing Substrate System from Ellipsometric Data.

A FORTRAN program for calculating the thickness and the Drude's indices of an absorbing thin layer on a nonabsorbing substrate is given. As input data, experimental values of ψ and Δ, measured in reflected and in transmitted light are used.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 621.375.5.9

N. N. Ceauşescu, Vl. Doicaru, Cl. Niculescu

A Laser Diode in a Monochanel, Audio Communication System

An equipment which was made for the first time in our country, with GaAs laser diode for communications, monochanel audio, using the P.P.M. is presented.

The equipment is handly needs 2,4 W at 12 Vc. c., from electric pilles, and is easy to manipulate.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

C.D. 66

Gherghina Tudorache, Maria Floarea, Gh. Ioniţă

L'influence du degré de la reticulation sur la stabilité chimique des resines échangeuses d'ions.

On a etudié l'influence du degré de la reticulation sur la stabilité chimique des resines échangeuses d'ions en différentes conditions.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 541.138.2

Lia Blum Lazăr, E. Marcu

Research Upon the Protective Properties of Some Anticorrosive Film by Electrochemical Methods.

The protective properties of some coatings formed of primers and anticorrosive paints based on alkyd, epoxy, resin and chlorinated rubber are studied according to the aggressive environment composition and concentration by electrode potential time variation and polarization curve tracing.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

C.D. 621.891.2

Th. Bădescu

Etudes sur l'organiphilisation de pigments inorganiques obtenus en dispersion aqueuse.

Apres une introduction théorique sur les aspects physicochimiques qui dirigent le transfert de la particule du pigment d'un dispersion aqueuse dans un vechicule résineux ou huileux on analyse les résultats d'une étude applicative sur les dispersions aqueuses d'alumine colloidale, noir de fumée et jaune de chrome, soumises au ,,Flushing-process.''

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

Ревюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 531

V. Bogdan, Olteа Bogdan

On the Stress and Strain Fields in a Nonhomogeneous Rotating Disc.

From a potential of displacements, one determines the stress and strain fields in a nonhomogeneous disc made out of steel and tin cylindrical discs, sticked together upon the frontal surfaces. Due to this specific configuration, the normal (σ_z) and schearing (τ_{rz}) stresse produced on the frontal faces of the discs are relatively small as compared to the normal (σ_z) and (σ_θ) stresses.

On the other hand, there is an important decrease of $\sigma\theta_{max}$ stress in the weakest component of the nonhomogenoud disc. The values of σ_r, σ_θ, σ_z, τ_{rz} expressed in nondimensional formulae, are established for a wide range of disc thickness and hole dismeter.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

C.D. 621.48

Gh. Zătreanu

Sur la dynamique des segments du piston

On présente les conditions de stabilité sur les faces des segments du moteur a combustion interne et l'équation différentielle de leur déplacement axial. On propose ensuite un procédé d'intégrer cette équation, adapté aux nécessités du calcul des processus gazodynamiques développés entre le piston et le cylindre.

Le matériel présenté offre la possibilité de mettre en évidence l'influence de la dynamique des segments dans le calcul des processus mentionnés

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

C.D. 621.311

N. Dănilă, V. Mușatescu, N. Stan

Methodes d'optimisation en énergétique basée sur la programmation dynamique.

On présent dans cet article quelques aplications de la méthode de la programmation dynamique pour l'optimisation de la projection et de l'exploatation des centrales thérmiques et nucléaires.

On expose une methode d'étude des éléments fuidiques en utilisant l'analogie entre l'écoulement sous pression d'un fluide compressible et l'écoulement à surface libre d'un fluide incompressible. On effectue les calculs nécessaires à la construction des modèles physiques d'un amplificateur à jet-jet et d'un élement avec l'attachement du jet par effet Coandă.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

Д.К. 621.91.07

В. Таке, А. Власе

Определение радиуса R вершины резца и радиуса ρ заточки режущей кромки у режущих инструментов.

В статье представлен метод измерения и аналитического расчета радиуса R вершины резца и радиуса ρ заточки режущей кромки трех характеристических типов резцов, с большим практическим применением.

Установленные зависимости можно использовать в научных исследованиях в области резания металлов.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 621.3.018.7

N. Atanasiu

The Mechanism of Metal Plastic Deformation through an Ultrasonically Vibrated Conical Die.

The paper described the influence of ultrasound on the behaviour of metals during plastic flow through a conical die.

The theoretical data and experimental rezults show that ultrasound influence the yield limit the coefficient of friction as well as the viscosity coefficient to decrease with increasing ultrasonic intensity.

It has also been observed that the effect of reduction of drawing force obtained by a vibrated die is diminished at greater drawing velocities.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 656.1

Ch. Vasiliu, Gh. Anton, N. Nistor

System Theory Applications in Trafic Problems

In this paper, we have, presented the manner, in which, we can apply theory of queues in solving some problems of road traffic. We have investigated the stochastic processes, first, in very simple circumstances, with a view to showing typical queue-theoretic methodology. Then, we have shown the applicability of the results obtained to road traffic, and to adapt the methodology to several more complicated problems which arise directly from road traffic.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 546.81

P. Moldovan

About Thermodynamic of Liquid System Pb—Zn—Ag in the Lead Corner

The activity of zinc in dilute liquid lead alloys containing small additions of silver has been measured, using a galvanic cell with a fused chloride salt electrolyte, in the range of temperatures 450° — 750°C. The ternary interaction parameter between zinc and Ag (ε Ag/Zn) in the respective temperature ranges was determined.

The results of this investigation have provided a semiquantitative determination of the liquidus phase boundaries in the lead — rich corner of these ternary diagrams.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 2/1976

D.C. 532.58

Julieta Florea, V. Panaitescu

Méthode d'étude des éléments fluidiques par l'utilisation de l'analogie entre l'écoulement sous pression d'un fluide compressible et l'écoulement a surface libre d'un fluide incompressible.

On expose une méthode d'étude des éléments fluidiques en utilisant l'analogie entre l'écoulement sous pression d'un fluide compressible et l'écoulement à surface libre d'un fluide incompressible. On effectue les calculs nécessaires à la construction des modèles physiques d'un amplificateur à jet-jet et d'un élement avec l'attachement du jet par effet Coandă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C. Z.: 517

ASUPRA UNOR INEGALITĂȚI INTRE ENTROPIILE UNOR CÎMPURI FINITE*.

RODICA TOMESCU

Ne propunem o generalizare a unei inegalități între entropia unui cîmp de probabilitate finit, condiționată de un cîmp de evenimente produs, și entropia aceluiași cîmp. Pentru demonstrație, vom folosi două inegalități, care vor fi formulate ca în [1], de unde vom împrumuta și notațiile.

Să considerăm două cîmpuri de probabilitate finite $\mathcal{A}$ n și $\mathcal{B}$ m primul conținînd n evenimente elementare A_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, iar cel de al doilea m evenimente elementare B_k, $1 \leqslant k \leqslant m$. Fie H entropia.

Propoziția 1. ([1]) Dacă r este un număr natural arbitrar astfel ca $1 \leqslant r \leqslant m$, atunci[1]

$$\sum_{i=1}^{n} p(A_i) \cdot \sum_{k=1}^{r} p_{A_i}(B_k) \log p_{A_i}(B_k) \geqslant \sum_{k=1}^{r} p(B_k) \log p(B_k)$$

În cazul particular cînd $r = m$, inegaliatea devine:

$$H(\mathcal{B}_m \mid \mathcal{A}_n) \leqslant H(\mathcal{B}_m) \tag{1}$$

Propoziția 2. ([1]). Oricare ar fi cîmpurile de probabilitate finite $\mathcal{A}_n$, $\mathcal{B}_m$, $\mathcal{C}_s$ conținînd n, m și respectiv s evenimente elementare (n, m, s arbitrari), avem

$$H(\mathcal{C}_s \mid \mathcal{A}_n \times \mathcal{B}_m) \leqslant H(\mathcal{C}_s \mid \mathcal{B}_m) \tag{2}$$

Cu ajutorul acestor propoziții vom demonstra următoarea propoziție:

Propoziție. Oricare ar fi $n + 1$ cîmpuri de probabilitate finite $\mathcal{A}_{k_1}, \mathcal{A}_{k_2}, \ldots \mathcal{A}_{k_n}$ și $\mathcal{B}_m$ conținînd $k_1, k_2, \ldots k_n$, m evenimente elementare (m,

[1] Pentru a nu complica scrierea, în acest articol vom întrebuința aceeași literă p (de cîteva ori q) pentru a desemna probabilitatea, deși avem mai multe cîmpuri de evenimente cu care lucrăm. Din cauza evenimentului care figurează întotdeauna ca argument al probabilității p, se vede cu ușurință pe ce cîmp de evenimente este definită probabilitatea.

* Manuscris predat redacției la data de 8 mai 1974

$k_i \in N$, $i = 1, \ldots n$, arbitrari) avem

$$H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_1} \times \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_n}) \leqslant H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_n}) \tag{3}$$

adică entropia cîmpului de probabilitate finit $\mathfrak{B}_m$ condiționată de cîmpul de evenimente produs $\mathcal{A}_{k_1} \times \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_n}$ este mai mică sau egală decît entropia cîmpului de probabilitate finit $\mathfrak{B}_m$ condiționată de cîmpul de evenimente produs $\mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_n}$
Demonstrăm prin inducție
Verificăm pentru $n = 1$

$$H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_1}) \leqslant H(\mathfrak{B}_m) \text{ conform (1)}$$

Presupunem adevărată propoziție pentru n cîmpuri de probabilitate finite :

$$H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_1} \times \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_{n-1}}) \leqslant H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_{n-1}}) \tag{4}$$

și o demonstrăm pentru $n + 1$ cîmpuri.
Considerăm că în cîmpul $\mathcal{A}_{k_n}$ a avut loc evenimentul A_{l_n},

$1 \leqslant l_n \leqslant k_n$, atunci în cîmpul $\mathcal{A}_{k_1} \times \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_{n-1}} \times \mathfrak{B}_m$,

ne vor interesa probabilitățile condiționate de A_{l_n} ale n-uplurilor

$(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}, B_k)$; $1 \leqslant i_1 \leqslant k_1$, $1 \leqslant j_2 \leqslant k_2, \ldots, 1 \leqslant s_{n-1} \leqslant k_{n-1}$, $1 \leqslant k \leqslant m$.

Notăm :

$$p_{Al_n}(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{s_{n-1}}, B_k) = q(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{s_{n-1}}, B_k)$$

Cîmpurile de probabilitate $\mathcal{A}_{k_i}$ devin $\mathcal{A}'_{k_i}$, $1 \leqslant i \leqslant n-1$, conținînd aceleași evenimente elementare ca $\mathcal{A}_{k_i}$, dar cu probabilitățile

$$p_{Al_n}(A_{k_i}) = q(A_{k_i})$$

Cîmpul $\mathfrak{B}_m$ devine cîmpul $\mathfrak{B}'_m$ cu probabilitățile

$$P_{Al_n}(B_k) = q(B_k)$$

Analog cîmpurile produs $\overset{s}{\underset{i=1}{X}} \mathcal{A}_{k_i}$ devin cîmpurile $\overset{s}{\underset{i=1}{X}} \mathcal{A}'_{k_i}$, $s \leqslant n-1$ cu probabilitățile

$$p_{Al_n}(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{r_s}) = q(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{r_s})$$

$$1 \leqslant i_1 \leqslant k_1, \; 1 \leqslant j_2 \leqslant h_2, \ldots, \; 1 \leqslant r_s \leqslant k_s$$

Avem

$$H(\mathfrak{B}'_m \mid \mathcal{A}'_{k_1} \times \ldots \times \mathcal{A}'_{k_{n-1}}) = -\sum_{i_1, j_2, \ldots s_{n-1}}^{k_1, k_2, \ldots k_{n-1}} q(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{s_{n-1}}) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{m} q_{A_{i_1} A_{j_2} \ldots A_{s_{n-1}}}(B_k) \cdot \log q_{A_{i_1} \cdot A_{j_2} \ldots A_{s_{n-1}}}(B_k) =$$

$$= -\sum_{i_1, j_2, \ldots s_{n-1}}^{k_1, \ldots k_{n-1}} P_{Al_n}(A_{i_1}, \ldots, A_{s_{n-1}}) \times \tag{5}$$

$$\times \sum_{k=1}^{m} P_{A i_1, A j_2 \ldots A s_{n-1} A l_n}(B_k) \log P_{A i_1 \ldots A s_{n-1}, A l_n}(B_k) =$$

$$= \sum_{i_1, \ldots s_{n-1}}^{k_1, \ldots k_{n-1}} P_{Al_n}(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}) \; H(\mathfrak{B}_m \mid (A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}, A_{l_n}))$$

Iar

$$H(\mathfrak{B}'_m \mid \mathcal{A}'_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}'_{k_{n-1}}) = -\sum_{j_2, \ldots, s_{n-1}}^{k_2, \ldots k_{n-1}} q(A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{m} q_{A_{j_2} \ldots A_{s_{n-1}}}(B_k) \log q_{A_{j_2} \ldots A s_{n-1}}(B_k) =$$

$$= \sum_{i_2, \ldots s_{n-1}}^{k_2, \ldots k_{n-1}} p_{Al_n}(A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}) \cdot H(\mathfrak{B}_m \mid (A_{j_2}, \ldots, A_{s_{n-1}}, A_{l_n}))$$

Înlocuind (5) şi (6) în (4) obţinem:

$$\sum_{i_1, j_2, \ldots s_{n-1}}^{k_1, k_2 \ldots k_{n-1}} P_{Al_n}(A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots, A_{s_{n-1}}) \cdot H(\mathfrak{B}_m \mid (A_{i_1}, A_{j_2}, \ldots A_{l_n})) \leqslant$$

$$\sum_{j_2, \ldots s_{n-1}}^{k_2, \ldots k_{n-1}} P_{Al_n}(A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}) \cdot H(\mathfrak{B}_m \mid (A_{j_2}, \ldots A_{s_{n-1}}, A_{l_n}))$$

Înmulţind inegalitatea cu $p(A_{l_n})$ şi însumînd după l_n, $1 \leqslant l_n \leqslant n$, obţinem (3).

Observaţie. Pentru $n = 1$, obţinem propoziţia 1 ([1]), iar pentru $n = 2$, obţinem propoziţia 2 ([1]).

Consecinţă. Folosind inegalităţile (3), (4), (2), (1) se obţine inegalitatea:

$$H(\mathfrak{B}_m \mid \mathcal{A}_{k_1} \times \mathcal{A}_{k_2} \times \ldots \times \mathcal{A}_{k_n}) \leqslant H(\mathfrak{B}_m)$$

care spune că entropia unui cîmp de probabilitate finit condiţionată de

un cîmp de evenimente produs este mai mică sau egală decît entropia aceluiaşi cîmp.

Catedra de matematici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Silviu Guiaşu, Radu Theodorescu*, Teoria matematică a informaţiei, Editura Academiei Republicii Socialiste România Bucureşti 1966.
2. *Corina Reischer, Gabriel Sâmboan, Radu Theodorescu*, Teoria probabilităţilor, Editura didactică şi pedagogică Bucureşti 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 517

ASUPRA UNOR ECUAȚII CU COEFICIENȚI ALEATORI *

TATIANA STĂNĂȘILĂ

În cercetarea zgomotului aleator s-a pus pentru prima oară problema distribuției zerourilor și extremelor unui proces stochastic $F(x, \omega)$ și în acest sens, în lucrarea [4] este studiată probabilitatea ca o curbă aleatoare $y = F(x, \omega)$ să aibă un maxim într-o regiune dată $x_0 \leqslant x \leqslant x_0 + \Delta x$, $y_0 \leqslant y \leqslant y_0 + \Delta y$.

În această lucrare stabilim unele rezultate relativ la media numărului de rădăcini reale ale unei ecuații de tipul (1).

Fie $(\Omega, \mathscr{K}, P)$ un cîmp de probabilitate complet, pe care îl considerăm fix, [2]. În cele ce urmează studiem ecuațiile aleatoare de forma:

$$F(x,\omega) \equiv \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega) \cdot f_k(x) = 0, \tag{1}$$

unde f_k sînt funcții reale de clasă C^1 definite pe un același interval (a, b), iar $a_k : \Omega \to R$ sînt variabile aleatoare, $1 \leqslant k \leqslant p$.

Se extind astfel simultan ecuațiile algebrice cu coeficienți aleatori ($f_k(x) = x^{k-1}$) și ecuațiile trigonometrice aleatoare (în care $F(x, \omega)$ este un polinom trigonometric).

Pentru orice $\omega \in \Omega$ notăm $N_{(a,b)}(\omega)$ numărul de rădăcini ale ecuației (1) și este binecunoscut că $N_{(a,b)}$ este o variabilă aleatoare $\Omega \to R$. Dacă $g(x : s, t)$ este densitatea de repartiție comună a variabilelor aleatoare $\omega \mapsto F(x, \omega)$, $\omega \mapsto F'_x(x, \omega)$, atunci speranța matematică a numărului de rădăcini ale ecuației (1) situate în intervalul (a, b) este dată de

$$M(N_{(a,b)}) = \int_a^b dx \int_{-\infty}^{\infty} |t| \cdot g(x; 0, t)\, dt \text{ conform [3], [4]}), \tag{2}$$

unde integrala improprie este considerată în sensul valorii principale Cauchy.

TEOREMA 1: *Presupunem că în ecuația (1) coeficienții* $a_k(\omega)$, $1 \leqslant k \leqslant p$ *sînt variabile aleatoare independente egal distribuite pe* Ω, *cu funcția caracteristică* φ.

* Manuscris predat redacției la data de 10 octombrie 1974

Atunci

$$M(N_{(a,b)}) = \frac{1}{4\pi^2}\int_a^b dx \int_{R^3} |t|\, e^{-i\mu t} \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x))\, dx\, d\mu\, dt$$

Demonstraţie. Fie pentru x fixat, $\Phi_x(\lambda, \mu)$ funcţia caracteristică a variabilei aleatoare bidimensionale $\Omega \to R^2$, $\omega \mapsto (F(x, \omega), F_x'(x, \omega))$, adică

$$\Phi_x(\lambda, \mu) = \int_\Omega e^{i[\lambda F(x,\omega) + \mu F_x'(x,\omega)]} p(d\omega) =$$

$$= \int_\Omega e^{i \sum_{k=1}^{p} a_k(\omega)[\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x)]} P(d\omega) = \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x)).$$

Pe de altă parte, conform formulei de inversare Fourier [2], avem

$$g(x; s, t) = \frac{1}{4\pi^2}\iint_{R^2} e^{-i(\lambda s + \mu t)}\, \Phi_x(\lambda, \mu) d\lambda d\mu$$

şi teorema rezultă aplicînd formula (2).

Oricărei ecuaţii de tipul (1) i se poate asocia cîmpul vectorial p-dimensional $\bar{v}(t) = f_1(t), \ldots, f_p(t))$, definit pentru $t \in (a, b)$; notăm ca de obicei

$$|\bar{v}(t)| = \sqrt{f_1^2(t) + f_2^2(t) + \ldots + f_p^2(t)};$$

facem ipoteza că $|\bar{v}(t)| \neq 0, (\forall) t \in (a, b)$ (ipoteză realizată în cazul polinoamelor algebrice şi trigonometrice) şi notăm $\bar{\rho}(t) = \dfrac{\bar{v}(t)}{|\bar{v}(t)|}$, versorul lui $\bar{v}(t)$.

Cum f_k sînt funcţii de clasă C^1, are sens şi variază continuu, vectorul $\bar{\rho}(t)$.

Ne situăm în cele ce urmează în cazul cînd coeficienţii $a_k(\omega)$ sînt independenţi şi normal distribuiţi cu media o şi dispersia 1. În acest caz are loc

TEOREMA 2: $M(N_{(a,b)}) = \dfrac{1}{\pi}\int_a^b |\bar{\rho}'(t)|\, dt.$

Demonstraţie. Conform ipotezei, fiecare $a_k(\omega)$, $1 \leqslant k \leqslant p$, are funcţia caracteristică $\varphi(u) = e^{-\frac{1}{2}u^2}$, deci cu notaţiile anterioare

$$\Phi_x(\lambda, \mu) = e^{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{p}[\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x)]^2} = e^{-\frac{1}{2}(\alpha\lambda^2 + 2\beta\lambda\mu + \gamma\mu^2)}$$

unde notăm

$$\alpha = \sum_{k=1}^{p} f_k(x)^2 = |\bar{v}(x)|^2,\quad \beta = \sum_{k=1}^{p} f_k(x) \cdot f_k'(x) = \bar{v} \cdot \bar{v}' \text{ (produs scalar)}$$

$\gamma = \sum_{k=1}^{p} f_k'(x^2) = |\bar{v}'(x)|^2$. Evident, $\alpha\gamma - \beta^2 \geqslant 0$, conform inegalității lui Schwartz. Aplicăm acum teorema 1. Mai întîi calculăm

$$\int_{R^2} e^{-i\mu t} \cdot \prod_{k=1}^{p} \varphi(\lambda f_k(x) + \mu f_k'(x))\, d\lambda d\mu = \int_{R^2} e^{-i\mu t} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\alpha\lambda^2 + 2\beta\lambda\mu + \gamma\mu^2)}\, d\lambda d\mu$$

și folosind relația

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k(x+l)^2}\, dx = \sqrt{\frac{\pi}{k}}$$

pentru $k > 0$ real, rezultă că această integrală va fi

$$\frac{\alpha\pi}{\Delta} e^{\frac{\alpha t^2}{2\Delta^2}}, \quad \Delta = \sqrt{\alpha\gamma - \beta^2}.$$

Conform teoremei 1, va rezulta

$$M(N_{(a,b)}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_a^b dx \int_{-\infty}^{\infty} |t| \cdot \frac{2\pi}{\Delta} e^{-\frac{\alpha t^2}{2\Delta^2}} dt = \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{\Delta}{\alpha} dx.$$

Pe de altă parte, cu notațiile vectoriale precedente, avem

$$\bar{\rho}(t) = \left(\frac{f_k' \cdot |\bar{v}|^2 - f_k (\bar{v} \cdot \bar{v}')}{|\bar{v}|^3} \right)_{1 \leqslant k \leqslant p} = \left(\frac{\alpha f_k' - \beta f_k}{\alpha^{3/2}} \right)_{1 \leqslant k \leqslant p},$$

deci

$$|\bar{\rho}'(t)| = \sqrt{\sum_{k=1}^{p} \frac{\alpha^2 f_k'^2 - 2\alpha\beta f_k f_k' + \beta^2 f_k^2}{\alpha^3}} = \sqrt{\frac{\alpha^2\gamma - 2\alpha\beta + \beta^2\alpha}{\alpha^3}} = \frac{\Delta}{\alpha}$$

și rezultă teorema 2.

COROLAR 1. Pentru o ecuație algebrică de gradul I, $a_1(\omega)x + a_2(\omega) = 0$, avem $M(N_{(a,b)}) = \frac{1}{\pi}(\operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} a)$.

Demonstrație. În acest caz avem $p = 2$, $f_1(t) = t$, $f_2(t) = 1$,

$$\bar{\rho}(t) = \left(\frac{t}{\sqrt{t^2+1}}, \frac{1}{\sqrt{t^2+1}} \right), \quad \bar{\rho}'(t) = \left(\frac{1}{(t^2+1)^{3/2}}, \frac{-t}{(t^2+1)^{3/2}} \right),$$

deci $|\bar{\rho}'(t)| = \frac{1}{t^2+1}$ și corolarul rezultă.

Similar, pentru o ecuaţie de gradul II rezultă

$$M(N_{(a,b)}) = \frac{1}{\pi}\int_a^b \frac{\sqrt{t^4+4t^2+1}}{t^4+t^2+1}\,dt. \tag{3}$$

COROLAR 2. Considerăm ecuaţia

$$\frac{a_0(\omega)}{2} + \sum_{k=1}^{n}(a_k(\omega)\cos kx + b_k(\omega)\sin kx) = 0.$$

În acest caz, avem $M(N_{(0,2\pi)}) = \sqrt{\frac{8}{4n+1}}\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ *şi formula asimptotică* $M(N_{(0,2\pi)}) \simeq \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot n$ (pentru $n\to\infty$).

Demonstraţie. Ecuaţia din enunţ, este caz particular al ecuaţiei (1) cu $p = 2n+1$, $f_1(x) = \frac{1}{2}$, $f_{2k}(x) = \cos kx$, $f_{2k+1}(x) = \sin kx$, $1 \leqslant k \leqslant n$. Deci $\bar{v}(t) = \left(\frac{1}{2}, \cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t .. \cos nt, \sin nt\right)$, $\bar{\rho}(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+n}}\bar{v}(t)$, $\bar{\rho}'(t) = \sqrt{\frac{4}{4n+1}}\bar{v}'(t)$ şi $|\bar{\rho}'(t)| = \sqrt{\frac{4}{4n+1}}\cdot\sqrt{1^2+2^2+\ldots+n^2}$. Corolarul rezultă atunci direct din teorema 2.

Observaţie. În particular, ecuaţia trigonometrică $\frac{a_0(\omega)}{2} + a_1(\omega)\cos x + b_1(\omega)\sin x = 0$ are ($n = 1$) un număr mediu de 1,78 rădăcini reale situate în $(0,2\pi)$.

Notînd $\nu_n = M(N_{(-\infty,\infty)})$, rezultă pentru n par,

$$\nu_n \leqslant \frac{2\sqrt{3}}{3}n \simeq 1{,}15\ n. \tag{5}$$

În [3] este demonstrat că $\nu_n \leqslant \frac{2}{\pi}l_n\, n + \frac{14}{\pi}$, adică $\nu_n \leqslant 1{,}47\ \lg n + 4{,}46$, pentru orice $n \geqslant 2$.

Catedra de matematici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Ibrahimov, N. Maslova* — Numărul mediu de zerouri reale, Teoria veroiatnosti, XVI, 2 (1971), 229—248.
2. *M. Iosifescu, Gh. Mihoc, R. Theodorescu* — Teoria probabilităţilor şi statistică matematică, Ed. Tehnică, 1966.
3. *M. Kac* — On the Average Number of Real Roots of a Random Algebraic Equation — Bull. Am. Math. Soc. 49, 1943, 314—320.
4. *S.O. Rice* — Mathematical Theory of Random Noise — Bell System Tech. J. 25 (1945), 46—156.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 517

ASUPRA INCOVOIERII UNEI GRINZI DIN STRATURI POLIMERE*

CONSTANTIN RADU

1. Se studiază grinda în consolă sub acțiunea unor presiuni uniforme p_1 și p_2, a unei forțe transversale Q și a momentului M (fig. I). Se consideră grinda de lungime l, grosime $2h$ și lățime b care este fixată la capătul $x = 0$. Presupunem de asemenea că materialul este incompresibil în direcție transversală, adică în direcția axei oy. Componentele tensiunii pentru grinda stratificată, [1], [2] raportate

la coordonatele adimensionale $\bar{x} = \frac{x}{l}$ și $\bar{y} = \frac{y}{h}$, sînt date de ecuațiile:

$$\tau_{\bar{y}\bar{x}} = G\left(\frac{1}{h}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{l}\frac{\partial v}{\partial \bar{x}}\right);$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{E_1}{l}\frac{\partial u}{\partial x}; \qquad \sigma_{\bar{y}} = \frac{E_2}{h}\frac{\partial v}{\partial \bar{y}} \tag{1.1}$$

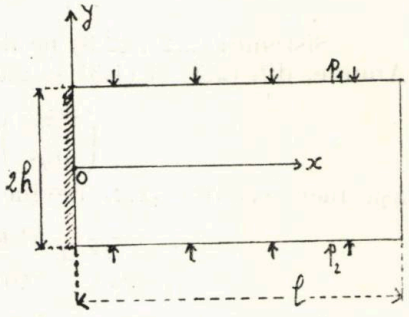


Fig. 1 Schema de încărcare a grinzii

Ecuațiile de echilibru vor fi:

$$\frac{1}{l}\frac{\partial \sigma_{\bar{x}}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{h}\frac{\partial \tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial \bar{y}} = 0 \; ; \quad \frac{1}{l}\frac{\partial \tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{h}\frac{\partial \tau_{\bar{y}}}{\tau \bar{y}} = 0 \tag{1.2}$$

iar condițiile la limită au forma:

$$\tau_{\bar{x}\bar{y}} = 0 \quad \text{și} \quad \sigma_{\bar{y}} = -p_1 \text{ pentru } \bar{y} = 1$$
$$\tau_{\bar{x}\bar{y}} = 0 \quad \text{și} \quad \sigma_{\bar{y}} = -p_2 \text{ pentru } \bar{y} = -1 \tag{1.3}$$

Admitem că $E_1/G \gg 1$ și $\frac{E_1}{E_2} \sim 1$. Cum pentru $E_2 \to \infty$ din a doua egalitate (1.1) rezultă $\frac{\partial v}{\partial \bar{y}} \to 0$, obținem $v = v(x)$; $\sigma_{\bar{y}}$ se determină în acest caz din a doua ecuație de echilibru.

* Manuscris predat redacției la data de 30 noembrie 1973

2. Diferențiind prima ecuație (1.2) în raport cu $\bar{y}$, și a treia ecuație (1.1) de două ori în raport cu $\bar{x}$, obținem :

$$\frac{1}{l}\frac{\partial^2\sigma_{\bar{x}}}{\partial\bar{x}\,\partial\bar{y}}+\frac{1}{h}\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}=0\ ;\quad \frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}=G\left(\frac{1}{h}\frac{\partial^3 u}{\partial\bar{x}^2\partial\bar{y}}+\frac{1}{l}\frac{d^3v}{d\bar{x}}\right) \tag{2.1}$$

Mai departe, avînd în vedere că $\dfrac{\partial^3 u}{\partial\bar{x}^2\partial\bar{y}}=\dfrac{l}{E_1}\dfrac{\partial^2\sigma_{\bar{x}}}{\partial\bar{x}\,\partial\bar{y}}$, din a doua ecuație (2.1), avem,

$$\frac{\partial^2\sigma_{\bar{x}}}{\partial\bar{x}\,\tau\bar{y}}=\frac{h^2E_1}{Gl^2}\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{x}^2}-\frac{h^2E_1}{l^3}\frac{d^3v}{d\bar{x}^3}$$

care introdusă în prima ecuație (2.1) conduce la,

$$\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}+\frac{h^2E_1}{Gl^2}\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{x}^2}=\frac{h^2E_1}{l^2}\frac{d^3v}{d\bar{x}^3} \tag{2.2.}$$

Integrînd ecuația $(1.2)_2$ în raport cu $\bar{y}$ de la -1 la 1 și avînd în vedere condițiile la limită (1.3), obținem,

$$\int_{-1}^{1}\frac{\partial\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{x}}\,d\bar{y}=\frac{l}{h}(p_1-p_2) \tag{2·3}$$

Sistemul (2.2), (2.3) ne determină funcțiile necunoscute $\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ și $v(\bar{x})$. Anume, din (2.3) și (1.3) se găsește,

$$\left(\frac{\tau^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}\right)_{\bar{y}=\pm1}=\frac{h^2E_1}{l^3}\frac{d^3v}{d\bar{x}^3} \tag{2.3}$$

așa încît ecuația (2.2) devine.

$$\frac{\partial\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}+\frac{h^2E_1}{Gl^2}\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{x}^2}=\left(\frac{\partial^2\tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial\bar{y}^2}\right)_{\bar{y}=\pm1} \tag{2.4}$$

Vom rezolva ecuația (2.4) folosind metoda separării variabilelor; anume luînd $\tau_{\bar{x}\bar{y}}\,(\bar{x},\bar{y})=X(\bar{x})Y(\bar{y})$ obținem sistemul,

$$\frac{Y''-c}{Y}=-\frac{E_1h^2}{Gl^2}\frac{X''}{X}=-\lambda^2\quad\text{unde } c=Y''_{|\,\bar{y}=\pm1}$$

sau

$$y''+\lambda^2Y=c;\quad X''-\frac{Gl^2}{Eh^2}\lambda^2X=0 \tag{2.5}$$

Notînd $a^2=\dfrac{E_1h^2}{Gl^2}$ și $l=Y''_{|\bar{y}=\pm1}$ soluțiile generale ale sistemului sînt,

$$X(\bar{x})=C_1e^{\frac{\lambda}{a}\bar{x}}+C_2e^{-\frac{\lambda}{a}\bar{x}}\ \text{în care } C_1=0)\ ; \tag{2.6}$$

$$Y(\bar{y})=A\cos\lambda\bar{y}+B\sin\lambda\bar{y}+\frac{c}{\lambda^2}$$

în care $Y_p=\dfrac{c}{\lambda^2}$ este soluția particulară a ecuației $(2.5)_1$.

Din condiția ca $Y'_{\bar{y}=\pm 1}$ rezultă sistemul,

$$\lambda^2 (A \cos \lambda + B \sin \lambda) = -c\,; \quad \lambda^2 (A \cos \lambda - B \sin \lambda) = -c \tag{2.7}$$

din care se obține,

$$\lambda \sin \lambda = 0$$

sau

$$\lambda_k = k\pi \ (k \in N) \text{ iar } c = -k^2 \pi^2 A \cos \alpha\pi \tag{2.8}$$

Avînd în vedere (2.6) și (2.8) și (2.3) rezultă că soluția generală a ecuației (2.4) are forma :

$$\tau_{\bar{x}\bar{y}}(\bar{x},\bar{y}) = (A_1\bar{x} + A_2)(1 - \bar{y}^2) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k\, e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \sin \pi k\bar{y} +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} C_k e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} (\cos \pi k - \cos \pi k\bar{y}) \tag{2.9}$$

Primul termen al sumei (2.9) corespunde ipotezei secțiunilor plane iar al doilea și al treilea determină starea de tensiune pe frontierele straturilor.

Din (2.3) și (2.9) obținem,

$$\int_{-1}^{1} A_1 (1 - \bar{y}^2)\, dy = \frac{l}{h}(p - p_2) \text{ sau } A_1 = \frac{3l}{4h}(p_1 - p_2) \tag{2.10}$$

Săgeata de încovoiere a grinzii, $v(\bar{x})$, se determină din ecuația $(2.3)_1$ în care ținem cont de egalitatea (2.9).

Anume din (2.9) urmează,

$$\frac{\partial^2 \tau_{\bar{x}\bar{y}}}{\partial \bar{y}^2} = -2A_1\bar{x} - 2A_2 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k \pi^2 K^2 e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \sin\pi\, k\bar{y} +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} C_k \pi^2 k^2 e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \cos \pi\, k\bar{y}$$

așa încît din $(2.3)_1$ obținem,

$$\frac{d^3 v}{dx^3} = \frac{l^3}{h^2 E_1}\left[-2A_1\bar{x} - 2A_2 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \pi^2 k^2 e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \cos \pi k\right] \tag{2.11}$$

Mai departe egalitatea (2.11), prin integrare, devine.

$$v(\bar{x}) = \frac{l^3}{h^2 E_1}\left[-A_1\frac{\bar{x}^4}{12} - A_2\frac{\bar{x}^3}{3} + A_3\frac{\bar{x}^2}{2} + A_4 x + A_s - \right.$$

$$\left. - \frac{a^3}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{C_k}{k} e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \cos \pi k\right] \tag{2.12}$$

unde A_3, A_4, și A_5 sînt constante de integrare.

Ţinînd cont de (2.9), din prima ecuaţie de echilibru (1.2) putem determina tensiunea,

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{l}{h}\Bigg[\ \bar{y}(A_1\bar{x}^2 + 2A_2\bar{x}) + a\sum_{k-1}^{\infty} B_k e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \cos \pi k\bar{y} + \\ + a\sum_{k=1}^{\infty} C_k e^{-\frac{\pi k}{a}\bar{x}} \sin\ k\pi\bar{y} + f_1(\bar{y})\Bigg] \tag{2.13}$$

Valoarea lui σ_x, dată de (2.13), ne permite să determinăm componenta u a deplasării, din $(1.1)_1$ sub forma,

$$u(\bar{x},\bar{y}) = \frac{l^2}{E_1 h}\Bigg[\bar{y}\ (A_1\frac{\bar{x}^3}{3} + A_2\bar{x}^2) - a^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{B_k}{k\pi} e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}} \cos\ k\pi\bar{y} - \\ - a^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{c_k}{k\pi} e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}} \sin k\pi\bar{y} + \bar{x}f_1(\bar{y}) + f_2(\bar{y}) \tag{2.14}$$

Forma funcţiilor arbitrare, $f_1(\bar{y})$ şi $f_2(\bar{y})$ poate fi stabilită din egalitatea (1.1) în care avem în vedere egalităţile (2.9), (2.12) şi (2.14).
Astfel găsim :

$$\left.\begin{aligned} f_1(\bar{y}) &= \frac{E_1h^2}{Gl^2} A_1\left(\bar{y} - \frac{\bar{y}^3}{3}\right) - A_3\bar{y} + A_6\ ; \\ f_2(\bar{y}) &= \frac{E_1h^2}{Gl^2} A_2\left(\bar{y} - \frac{\bar{y}^3}{3}\right) - A_4\bar{y} + A_7) \end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

În fine, componenta $\sigma_{\bar{y}\bar{x}}$ a tensiunii o determină din a doua ecuaţie de echilibru (1.2) substituind $\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ eat de 2.9) şi integrînd în raport cu $\bar{y}$,

$$\sigma_{\bar{y}}(\bar{x},\bar{y}) = -\frac{h}{e}\Bigg[A_1\left(\bar{y} - \frac{\bar{y}^3}{3}\right) - \frac{\pi}{a}\sum_{k-1}^{\infty} k\,B_k e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}}\int_{-1}^{\bar{y}} \sin k\pi\tau d\tau - \\ - \frac{\pi}{a}\sum_{k=1}^{\infty} k\,C_k e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}}\int_{-1}^{\bar{y}} (\cos k\pi - \cos k\pi\tau)\,d\tau + f_3(\bar{x})\Bigg] \tag{6}$$

Luînd în considerare că $\sigma_{\bar{y}}\ (\bar{x}_1 - 1) = p_2$ din (1.3) şi (2.16) avem,

$$-p_2 = \frac{2}{3}A_1\frac{h}{l} - \frac{h}{l}f_3(\bar{x})\ ;\ \text{şi cum } A_1 \text{ este dat de (2.10) rezultă,}$$

$$f_3(\bar{x}) = \frac{l(p_1 + p_2)}{2h} \tag{2.17}$$

S-au construit astfel soluţiile (2.9), (2.12), (2.13), (2.14) şi (2.16) care satisfac identic ecuaţiile (1·1), (1·2) şi (1·3).

Constantele arbitrare B_k, C_k și $A_2 - A_7$ le vom determina din condițiile la limită pe capetele grinzii. Anume, deoarece capătul $x = 0$ este presupus a fi încastrat rigid, avem : $v(\bar{x} = 0) = 0$ și $u(\bar{x} = 0, \bar{y}) = 0$ (2.18)
Din prima ecuație (2.18), în care avem în vedere expresia (2.12) lui $v(x)$, obținem,

$$A_5 = \frac{a^3}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k}{k} \cos k\pi \tag{2.19}$$

A doua condiție (2.18), cu ajutorul lui (2.14) și (2.15) devine.

$$a^2\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{k\pi} \cos k\pi\bar{y} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k}{k\pi} \sin x\pi\bar{y}\right) - \frac{E_1h^2}{Gl^2} A_2\left(\bar{y} - \frac{\bar{y}^3}{3}\right) - A_4\bar{y} + A_7 = 0$$

De aici rezultă, $A_7 = 0$, $A_4 = \dfrac{E_1 h^2}{Gl^2} A_2$ (2.20)

iar $\dfrac{B_k}{k}$ și $\dfrac{C_k}{k}$ sînt coeficienții Fourier din dezvoltarea în serie Fourier a funcției $-\dfrac{\pi E_1 h^2}{a^2 Gl^2} \bar{y}^3$ pe intervalul (-1.1). Așa dar,

$$B_k = 0 \quad C_k = \left(\frac{2E_1h^2}{a^2Gl^2} \frac{k^2\pi^2 - b}{k^2\pi^2} \cos k\pi\right) A_2 \tag{2.21}$$

Constantele A_2, A_3 și A_6 le vom determina din condițiile la limită pe capătul $\bar{x} = 1$. Anume,

$$bh^2 \int_{-1}^{1} \bar{y}\tau_{\bar{x}} \cdot d\bar{y} = M; \quad bh \int_{-1}^{1} \tau_{\bar{x}\bar{y}}(\bar{x},\bar{y}) d\bar{y} = -Q; \; bh \int_{-1}^{1} \tau_{\bar{x}}\, d\bar{y} = 0$$

$$\text{pentru } \bar{x} = 1 \tag{2.22}$$

Înlocuind în (2.22) expresiile (2.9) și (2.13), rezultă,

$$A_3 = \frac{3h}{4h}(p_1 p_2)\left(\frac{4Eh^2}{5Gl^2} - 1\right) - \frac{3}{2bh}\left(Q + \frac{M}{l}\right); \tag{2.23}$$

$$A_2 = -\frac{3}{4}\left[\frac{Q}{bh} + \frac{(p_1 - p_2)l}{h}\right]; \; A_6 = 0$$

Avînd în vedere valorile constantelor date de (2.10), (2.15), (2.17),(2.19= (2.20), (2.21) și (2.23) din (2.12) și (2.14) determinăm componentele deplasării iar din (2.9), (2.13) și (2.16) componentele tensiunii.

în cazul particular în care grinda ar fi solicitată numai de forţa transversală Q pe capătul liber $x = 1$, atunci soluţia problemei are forma :

$$v = \frac{3Ql^3}{4E_1bh^3}\left[\frac{\bar{x}^3}{3} - x^2 - \frac{E_1h^2}{Gl^2}\left(\bar{x} + \frac{2a}{\pi^3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2\pi^2 - b}{k^3}\left(e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}} - 1\right)\cos k\pi\right)\right]$$

$$\tau_{\bar{x}\bar{y}} = -\frac{3Q}{4bh}\left[1 - \bar{y}^2 - \frac{2}{a^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{E_1h^2}{Gl^2}\frac{k^2\pi^2 - b}{k^2\pi^2}\cos k\pi\, e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}}(\cos k\pi - \cos k\pi\bar{y})\right]$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{3Ql}{2bh^2}\left[\bar{y}(1-\bar{x}) + \frac{E_1h^2}{aGl^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2\pi^2 - b}{k^2\pi^2}\cos\pi\sin k\pi\bar{y}\, e^{-\frac{k\pi}{a}\bar{x}}\right] \quad (2.24)$$

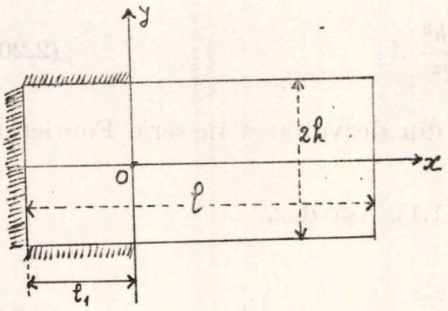


Fig. 2

3. Pentru grinzi din materiale polimere armate îmbinate rigid într-o construcţie, modelul prezentat în paragraful 1 nu mai corespunde, aşa încît vom considera modelul ilustrat de fig. 2. Acest model revine la a găsi soluţia sistemului (1.1) — (1.2) pentru $-\alpha < \bar{x} < 0$ unde $\alpha = \frac{l_1}{l}$.

Admiţînd ipoteza incompresibilităţii materialului în direcţia axei y, pentru $-\alpha \leqslant \bar{x} \leqslant 0$ vom avea :

$$v(\bar{x}) = 0 \quad (3.1)$$

Înlocuind în ecuaţia $(1.1)_1$ pe $\sigma_{\bar{x}}$ şi $\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ daţi de $(1.2)_1$ şi $(1.1)_3$ în care avem în vedere (3.1), obţinem,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\bar{y}^2} + \frac{E_1h^2}{Gl^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\bar{x}^2} = 0 \quad (3.2)$$

unde funcţia necunoscută $u(\bar{x}, \bar{y})$ satisface condiţiile :

$$u(\bar{x}_1,\ \bar{y} = \pm 1) = 0;$$

$$u(\bar{x} = -\alpha,\ \bar{y}) = 0 \quad (3.3)$$

Procedînd ca şi în paragraful 2 soluţia generală a ecuaţiei (3.2), cu condiţiile (3.3), are forma,

$$u(\bar{x},\bar{y}) = \sum_{k=1}^{\infty}\Big[\bar{A}_k(\operatorname{sh}\bar{a}\,\bar{x} + \operatorname{tg}(\bar{a}_k\,\alpha)\operatorname{ch}a_k\bar{x})\cos\frac{\pi}{2}(2k-1)y +$$

$$+ \bar{A}_k(\operatorname{sh}\bar{a}_k x + \operatorname{th}(a_k\,\alpha)\operatorname{ch}\bar{a}_k\bar{x})\sin\pi k\bar{y}\Big] \quad (3.4)$$

unde am notat:

$$a_k = \pi k \frac{l}{h}\sqrt{\frac{G}{E_1}} \text{ și } \bar{a}_k = \frac{\pi}{2}(2k-1)\frac{l}{h}\sqrt{\frac{G}{E_1}} \tag{3.5}$$

Mai departe din $(1.1)_1$ în care ținem cont de (3.4), avem,

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{E_1}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[\bar{A}_k\,\bar{a}_k\,(\operatorname{ch}\bar{a}_k x + \operatorname{th}\bar{a}\alpha\,.\,\operatorname{sh}\bar{a}_k\bar{x})\,\cos\frac{\pi}{2}(2k-1)\,y +$$

$$+\,\bar{A}_k\,a_k\,(\operatorname{ch}a_k\,\bar{x} + \operatorname{th}a_k\alpha\,.\,\operatorname{sh}a_k\bar{x})\,\sin\,\pi k y\Big] \tag{3.6}$$

Pentru porțiunea grinzii în consolă $0 \leqslant \bar{x} \leqslant 1$ condiția $v(\bar{x}=0)=0$ se păstrează.
Atunci din (3.4) și (3.6), pentru $x=0$, obținem,

$$u_0(\bar{y}) = \sum_{k=1}^{\infty}\Big[\bar{A}_k\,th\,(\bar{a}_k\alpha)\,\cos\frac{\pi}{2}(2k-1)\,\bar{y} + A_k\,\operatorname{th}\,(a_k\,\alpha)\,\sin\,\pi\,k\bar{y}\Big]$$

$$\sigma_0(\bar{y}) = \frac{E_1}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[\bar{A}_k\bar{a}_k\cos\frac{\pi}{2}(2k-1)\bar{y} + A_k\,a_k\,\sin\,\pi k\bar{y}\Big] \tag{3.7}$$

Aici funcțiile $\mu_0(\bar{y})$ și $\sigma_0(\bar{y})$ reprezintă deplasarea respectiv tensiunea corespunzătoare porțiunii în consolă a grinzii.

Avînd în vedere că,

$$\operatorname{th}\,a_k\alpha = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{2^{2p}\,(2^{2p}-1)}{(2p)!}\,B_{2p}\,(a_k\alpha)^{2p-1} \tag{3.8}$$

unde B_{2p} sînt numerele lui Bernoulli date de,

$$B_{2p} = \frac{(-1)^{p-1}\,2\,(2p)!}{(2\pi)^{2p}\prod\limits_{p=1}^{\infty}\left(1-\frac{1}{2^{2p}}\right)}$$

din $(3.7)_1$ obținem,

$$u_0(y) = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{2^{2p}\,(2^{2p}-1)}{(2p)!}\,B_{2p}\,\alpha^{2p-1}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[\bar{A}_k\,\bar{a}_k{}^{2p-1}\cos\frac{\pi}{2}(2k-1)\bar{y} +$$

$$+\,A_k\,a_k^{2p-1}\sin\,\pi k y\Big] \tag{3.9}$$

Derivînd egalitatea $(3.7)_2$ de $(2p)$ ori în raport cu $\bar{y}$ avem,

$$\sigma_{0(\bar{y})}^{(2p)} = (-1)^p \left(\frac{E_1 h^2}{Gl^2}\right)^p \frac{E_1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\bar{A}_k \bar{a}^{2p+1} \cos \frac{\pi}{2}(2k\cdot -1)\bar{y} + A_k a_k^{2p+1} \sin \pi k y \right]$$

$$(p = 0, 1, 2, \ldots) \tag{3.10}$$

unde am avut în vedere (3.5). Eliminînd suma în raport cu k între (3.9) și (3.10) obținem condiția la limită în forma :

$$\frac{E_1}{l} u_0(\bar{y}) = \sum_{p=1}^{\infty} C_p \, \sigma_{0(\bar{y})}^{(2p-1)} \qquad \text{(pentru } \bar{x} = 0);$$

unde am notat,

$$C_p = (-1)^{p-1} \frac{2^{2p}(2^{2p} - 1)}{(2p)!} B_{2p} \left(\frac{Gl^2}{E_1 h^2}\right)^{p-1} \alpha^{2p-1} \tag{3.11}$$

Din condiția (3.11) se determină coeficienții A_k și $\bar{A}_k$. Mai departe procedînd ca și la paragraful 2 obținem $\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ și $\sigma_{\bar{y}}$.

Catedra de matematici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Mureșan* Chimia macromoleculelor Ed. Didact. și Pedag. București, (1967).
2. *V. A. Karghin, G. L. Slonimskii* Kratkie ocerki po fiziko-himii polimerov, M, (1960).
3. *C. Radu,* Calcul deplasărilor și tensiunilor pentru un material de formă dreptunghiulară.

Buletinul Institutului Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București
Tom. xxxIV, nr. 3, 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

FIZICĂ

C. Z. : 53

METODA NUMERICĂ DE DETERMINARE A PARAMETRILOR SISTEMULUI FILM ABSORBANT PE SUBSTRAT TRANSPARENT DIN DATE ELIPSOMETRICE*

DIANA MOISIL, A. SFARTI

Introducere

Mărimile care definesc optic un film subțire dezvoltat pe un substrat — grosimea și constantele optice — pot fi determinate din măsurători elipsometrice. Atît grosimea d, cît și indicele de refracție complex $\tilde{n}$ sînt dependente de mărimile elipsometrice ψ și Δ prin ecuația fundamentală a elipsometriei, dar obținerea lor din această ecuație transcendentă nu poate fi făcută decît fie grafic, fie cu ajutorul unui calculator. Aceasta este motivul pentru care zeci de ani s-a lucrat cu formule aproximative; și astăzi încă, formulele aproximative, date de Drude sau Archer, sînt folosite în unele lucrări. Totuși, în ultimii ani se remarcă o bruscă sporire a exigenței elipsometriștilor în ceea ce privește precizia determinării caracteristicilor straturilor subțiri. Îmbunătățirea preciziei nu se obține numai printr-o teorie a instrumentului în care să se țină seama de erorile introduse de diferitele piese care alcătuiesc elipsometrul, ci și prin uilizarea ecuațiilor elipsometrice exacte [1], [2], [3].

Ținînd seama de cerințele impuse de sporirea preciziei, în cele ce urmează se prezintă un algoritm cu care, din ecuațiile exacte, se pot obține mărimile caracteristice unui film subțire.

Definirea sistemului fizic

Sistemul fizic considerat este un strat subțire slab absorbant, de grosime d, situat pe un suport transparent de indice de refracție n_2 (fig. 1). Acest sistem este investigat printr-un fascicul colimat, monocromatic, de lungime de undă în vid λ, care cade sub un unghi φ_0 pe suprafața Σ_1. Stratul subțire, fiind un mediu absorbant, este caracterizat printr-un indice de refracție vectorial [4], [5]:

$$\vec{\tilde{N}} = \vec{N}' - i\vec{N}'' \tag{1}$$

* Manuscris predat redacției de data de 1 august 1974

componenta reală $\vec{N}'$ specificînd propagarea fazei, iar componenta imaginară $\vec{N}''$, specificînd atenuarea undei; unghiul dintre cei doi vectori este unghiul de eterogenitate. Prin introducerea indicelui de refracție vectorial se pune mai bine în evidență caracterul eterogen al undei din mediul 1. În mediul de indice n_2, unda devine din nou omogenă, datorită pe de o parte faptului că acest mediu este transparent, și, pe de altă parte, faptului că cele două suprafețe de separație, Σ_1 și Σ_2, sînt plane și paralele. Planele de egală amplitudine în filmul subțire fiind paralele la interfețele Σ_1 și Σ_2, unghiul de eterogenitate este egal cu unghiul φ_1 dintre direcția de propagare a planelor echifază și normală la Σ_1.

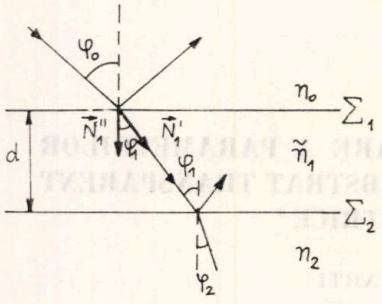


Fig. 1

Atunci:

$$\tilde{\vec{N}}_1^2 = N_1'^2 - N_2''^2 - i2N_1'N_1'' \cos \varphi_1, \tag{2}$$

sau, introducînd indicii optici n_1 și k_1 [6] prin:

$$|\vec{N}_1'| = n_1; |\vec{N}_1''| = k_1 \tag{3}$$

pătratul indicelui de refracție se va scrie:

$$\tilde{\vec{N}}_1^2 = n_1^2 - k_1^2 - i2n_1k_1 \cos \varphi_1 \tag{4}$$

Întrucît unghiul φ_1 este dependent de unghiul de incidență φ_0 conform legii lui Snellius, din (4) rezultă că și indicii optici sînt funcție de unghiul de incidență. Constante de material, independente prin urmare de unghiul φ_0, sînt așadar numai constantele optice $\bar{n}_1$ și $\bar{k}_1$, introduse de Drude, cu ajutorul cărora mediul este definit printr-un indice de refracție scalar:

$$\tilde{n}_1 = \bar{n}_1 - i\bar{k}_1 \tag{5}$$

Din (4) și (5) rezultă relațiile Keteller dintre constantele optice și indicii optici:

$$\begin{aligned} \bar{n}_1^2 - \bar{k}_1^2 &= n_1^2 - k_1^2 \\ \bar{n}_1\bar{k}_1 &= n_1k_1 \cos \varphi_1. \end{aligned} \tag{6}$$

Mărimile caracteristice filmului $\bar{n}_1$, $\bar{k}_1$ și d, care constituie în același timp și necunoscutele problemei, pot fi determinate din ecuația elipsometrică în lumină reflectată:

$$\tilde{\rho} = \operatorname{tg} \psi \exp i\Delta = \frac{\tilde{r}_{1p} + \tilde{r}_{2p} \exp(-i2\delta)}{1 + \tilde{r}_{1p}\tilde{r}_{2p} \exp(-i2\delta)} \cdot \frac{1 + \tilde{r}_{1s}\tilde{r}_{2s} \exp(-i2\delta)}{\tilde{r}_{1s} + \tilde{r}_{2s} \exp(-i2\delta)}. \tag{7}$$

Dar, deoarece din relația (7) se obțin doar două ecuații, iar necunoscutele problemei sînt în număr de trei, ne-am propus și utilizarea ecuației elipsometrice în lumină transmisă :

$$\tilde{\rho}_t = \operatorname{tg} \psi_t \exp i\Delta_t = \frac{\tilde{t}_{1p}\tilde{t}_{2p}}{\tilde{t}_{1s}\tilde{t}_{2s}} \cdot \frac{1 + \tilde{r}_{1s}\tilde{r}_{2s} \exp(-i2\delta)}{1 + \tilde{r}_{1p} \cdot \tilde{r}_{2p} \exp(-2\delta)}. \tag{8}$$

Pentru obținerea unui număr corespunzător de ecuații față de cel al necunoscutelor, alți autori [5], [7], fie reduc numărul de necunoscute prin determinarea cu alte metode a grosimii, fie folosesc două ecuații de tipul (7), obținte din măsurători elipsometrice efectuate în două condiții diferite (de grosime, sau de mediu ambiant sau de incidență). În ecuațiile (7) și (8), ψ, Δ, ψ_t, Δ_t, sînt mărimile elipsometrice măsurate experimental, r_{1p}, r_{2p}, r_{1s} r_{2s}coeficienții Fresnel la reflexie, $\tilde{t}_{1p}$, $\tilde{t}_{2p}$, $\tilde{t}_{1s}$, $\tilde{t}_{2s}$ coeficienții Fresnel la transmisie, iar $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_1 \cos \varphi_1 - ik_1)$.

Expresiile explicite ale coeficienților lui Fresnel complecși se obțin din generalizarea relațiilor obținute pentru undele omogene, ajungîndu-se astfel la formalismul unghiului de refracție complex. Notînd cu $j = 1, 2$ indicii care specifică interfețele Σ_1 și Σ_2, coeficienții Fresnel complecși pentru componentele în planul de incidență, p, respectiv pentru cele într-un plan perpendicular pe acesta, s, au expresiile :

$$\tilde{r}_{jp} = \frac{\tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_j - \tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_{j+1}}{\tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_j + \tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_{j+1}}, \quad \tilde{t}_{jp} = \frac{2\tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_j}{\tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_j + \tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_{j+1}},$$

$$\tilde{r}_{js} = \frac{\tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_j - \tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_{j+1}}{\tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_j + \tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_{j+1}}, \quad \tilde{t}_{js} = \frac{2\tilde{n}_j \cdot \cos\tilde{\varphi}_j}{\tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_j + \tilde{n}_{j+1}\cos\tilde{\varphi}_{j+1}}.$$

Analiza metodei numerice

Relațiile (7) și (8) determină un sistem de patru ecuații cu trei necunoscute, compatibil din considerente fizice. Sistemul fiind neliniar nu se poate afirma, prin considerente matematice, că are o soluție unică. Inversarea ecuațiilor (7) și (8) fiind imposibilă se folosește următoarea metodă numerică (evident se cunosc intervalele în care se găsesc valorile ce urmează a fi determinate), descrisă în fig. 2.

a) Se propun valorile inițiale $\bar{n}_1^0$, $\bar{k}_1^0$, d^0 pentru parametrii $\bar{n}_1$,$\bar{k}_1$, respectiv d.

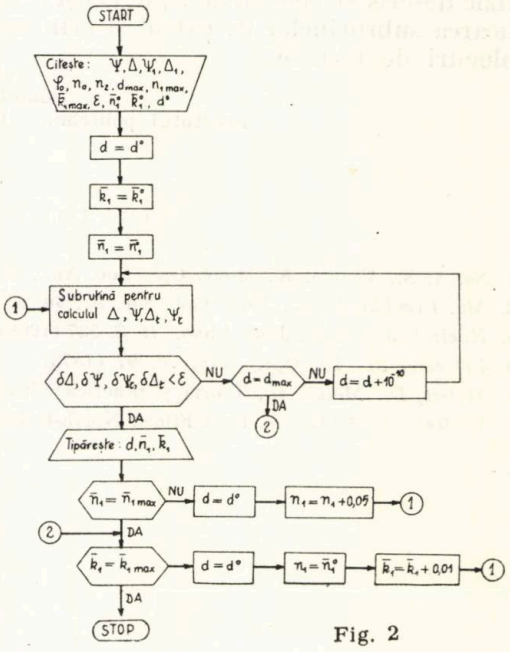


Fig. 2

b) Cu aceste valori propuse se calculează mărimile elipsometrice ψ_{calc}, Δ_{calc}, ψ_{tcalc} și Δ_{tcalc} din relațiile (7) și (8). Se verifică apoi dacă:

$$\left.\begin{aligned} |\Delta_{calc} - \Delta| &< \varepsilon \\ |\psi_{calc} - \psi| &< \varepsilon \\ |\Delta_{tcalc} - \Delta_t| &< \varepsilon \\ |\psi_{tcalc} - \psi_t| &< \varepsilon \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

în care ε este un număr de același ordin ca eroarea experimentală.
c) Dacă se îndeplinesc simultan toate condițiile (9) se tipăresc valorile corespunzătoare ale mărimilor $\bar{n}_1$, $\bar{k}_1$, și d. Dacă vreuna din condițiile (9) nu este îndeplinită, atunci se face un pas în domeniul parametrilor $\bar{n}_1$, $\bar{k}_1$, d. Programul se încheie în momentul în care a fost explorat întregul domeniu de variație a celor trei parametri.

Pentru verificarea programului, datele experimentale de intrare au fost simulate, calculîndu-se mărimile Δ, ψ, Δ_t, ψ_t din valori cunoscute ale parametrilor filmului. Condițiile restrictive de determinare a mărimilor de ieșire $\bar{n}_1$, $\bar{k}_1$ și d au asigurat în final regăsirea valorilor de intrare.

Concluzii

Rezultatele obținute concordă cu datele din literatură, timpul de lucru pe calculator fiind în jur de un minut.

Programul realizat este utilizabil în principiu pentru orice sistem fizic descris de ecuații de tipul (7) și (8) adaptarea lui făcîndu-se prin modificarea subrutinelor de calcul și prin introducerea unui număr adecvat de blocuri de testare.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *So, S. S., Vedam, K.*, Jour. Opt. Soc. Am., *62*, 16 (1972).
2. *Mc. Crackin, F. L.*, Jour. Opt. Soc. A., *60*, 57 (1970).
3. *Kucirek, J.*, Czech. Jour. Phys., *19 B*, 537 (1969).
4. *Lefévère, M—R.*, Opt. Acta, *20*, 97 (1973).
5. *Moisil, D., Moisil, G.*, Teoria și practica elipsometriei, Editura tehnică, București (1973).
6. *Vašicek, A.*, Optics of Thin Films, North-Holland Publ. Cy., Amsterdam, (1960).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C. Z.: 621.375.5.9

SISTEM DE COMUNICAȚII AUDIO, MONOCANAL, CU DIODA LASER*

N. N. CEAUȘESCU, Vl. DOICARU, CL. NICULESCU

1. Introducere

Folosind dioda laser semiconductoare se poate proiecta un sistem de comunicații optice superior din multe puncte de vedere celor existente pe fir sau radio.

În multe aplicații utilizarea acestor diode permite obținerea unui echipament compact, ieftin, eficient și sigur în funcționare, față de unul similar folosind alte tipuri de laseri, cu gaze sau solide.

Diodele laser GaAs, cei mai avansați laseri cu semiconductoare, sînt indicate în special în telecomunicațiile optice.

Față de sistemele clasice, pe fir sau radio, un astfel de sistem are următoarele avantaje [1]:

— nu prezintă pericolul interferențelor radio sau dificultăți de instalare a cablurilor.

— nu necesită alocarea unor frecvențe radio sau aprobarea instalării unor cabluri telefonice.

— directivitatea fasciculului ușurează alinierea și scurtează timpul de luare a legăturii, fiind asigurat și secretul legăturii.

— fasciculul nu poate fi în mod practic bruiat, interceptat sau goniometrat.

— sistemul emisie-recepție cu diodă GaAs are dimensiuni reduse, este ușor de transportat și instalat iar consumul de energie electrică este redus.

— puterea optică în impuls fiind mare, de ordinul zecilor de watti, distanța de luare a unei legături sigure este și ea relativ mare, de ordinul kilometrilor, în ciuda atenuării atmosferice datorită ceții, ploii, fumului sau zăpezii. Practic, o siguranță de luare a legăturii de 99,9% poate fi obținută la 5 km distanță în diverse condiții meteorologice. Această distanță se poate mări folosind fibrele optice ca mediu de transmisie.

Sistemele de comunicații optice cu diode GaAs dau rezultate bune în : locurile unde folosirea undelor radio este dificilă sau în regiunile unde comunicațiile radio sînt împiedicate de interferențe (cum ar fi un oraș mare, o zonă industrială, etc.); acolo unde este neeconomic să se insta-

* Lucrare susținută la sesiunea științifică de comunicări a secției de științe tehnice a Academiei RSR, 24—25 septembrie 1975.

leze cabluri (peste un rîu, o cale ferată, într-un port, etc.); în cazul unor legături confidențiale; cînd este necesar un număr mare de legături într-o zonă de suprafață mică și cînd stațiile de emisie-recepție trebuiesc schimbate des.

2. Descrierea echipamentului de emisie și recepție

Utilizarea unei diode laser GaAs ca generatoare a purtătoarei optice impune alimentarea în impulsuri a acesteia. Dioda laser folosită de noi poate fi modulată numai în impulsuri, ea lucrează la temperatura camerei și are următoarele caracteristici principale: puterea maximă de ieșire $P_0 = 12$ w, pentru un curent în impuls de 40 A; lungimea de undă radiată $\lambda = 905$ nm, cu o lărgime de bandă de 4,5 nm; coeficientul de umplere $D_{max} = 0{,}2\%$, adică o frecvență maximă de repetiție de 20 KHz pentru o durată maximă admisibilă a impulsului de curent $I_{max} = 40$ A de $\tau = 100$ ns ($D = \tau x f_r \; x100$); temperatura maximă admisibilă a joncțiunii 343K.

Rezultă că pentru fiecare tip de diodă laser puterea medie aplicată diodei nu trebuie să depășească o anumită valoare din motive de disipație termică. Alimentarea în impulsuri a diodei laser reprezintă de fapt o modulație a purtătoarei laser și anume o modulație de amplitudine.

Impulsurile care alimentează dioda laser vor fi modulate la rîndul lor de către semnalul care reprezintă informația, folosind modulația lor în poziție. Avem de-a face, astfel, cu o dublă modulație [2], așa cum se vede și în schema bloc a sistemului de transmisiuni laser (figura 1).

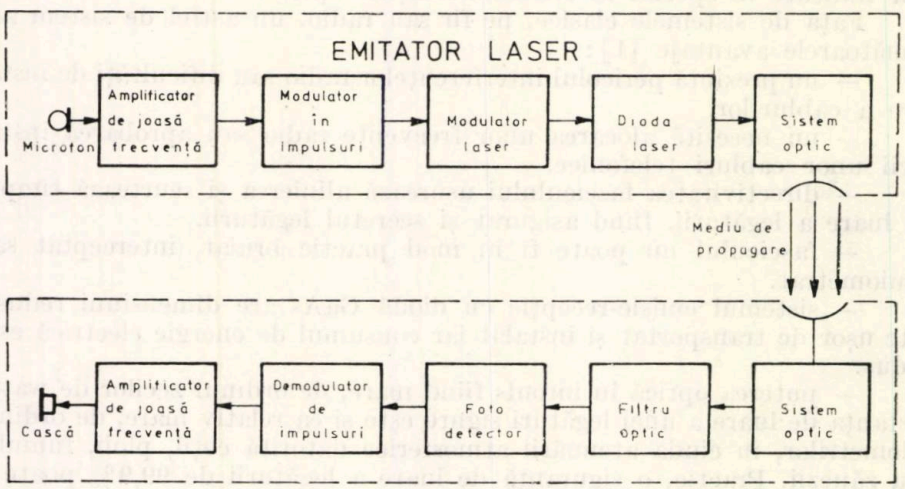


Fig. 1

La recepție, după un filtru optic care lasă să treacă numai frecvențele optice dintr-o bandă îngustă, în jurul frecvenței optice a emițătorului, se face o dublă demodulație și anume: demodularea frecvenței optice cu ajutorul unei fotodiode detectoare PIN în urma căreia se obțin impulsurile modulate și apoi demodularea acestora cu un filtru trece-jos (FTJ) în urma căreia se obține informația audio.

Din punct de vedere constructiv, sistemul de emisie-recepție laser cuprinde completul de emisie (figura 2) și separat completul de recepție.

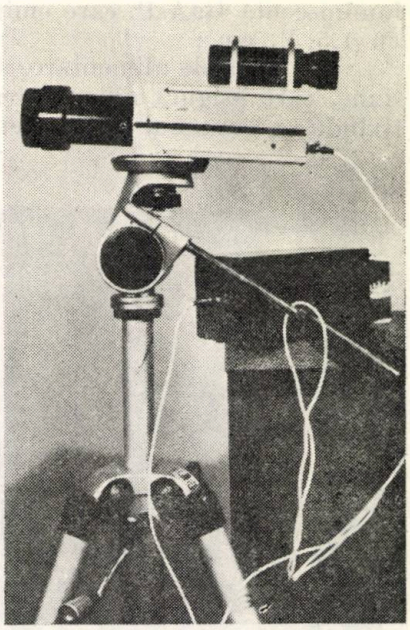


Fig. 2

2.1. *Completul de emisie*

2.1.1. *Emițătorul laser*

a. *Corpul emițătorului* este realizat prin frezarea într-un bloc de dural a patru compartimente (două superioare, unul inferior și unul cilindric frontal), în care intră cele trei blocuri componente principale ale aparatului și telescopul de emisie. Corpul emițătorului este închis cu două capace culisante, unul superior și altul inferior.

Finisarea corpului emițătorului s-a realizat prin eloxare color, acoperită cu lac de cuptor.

În corpul emițătorului în compartimentul cilindric frontal se montează dioda laser. Blocul modulatorului în impulsuri pentru dioda laser este dispus în partea superioară a corpului emițătorului, în imediata apropiere a diodei laser, așa cum se poate vedea în figura 3, care reprezintă o vedere a compartimentelor superioare ale corpului emițătorului.

Tot în figura 3 este vizibilă, în prim plan, placa radiatoare a tiristorului de comandă al diodei laser, executată din dural.

Corpul emițătorului mai cuprinde:

— blocul generatorului de impulsuri modulate în poziție și amplificatorul de joasă frecvență, care este dispus tot în partea superioară a corpului emițătorului, lîngă blocul modulatorului de impulsuri pentru dioda laser:

— blocul alimentator, care se află în partea inferioară a corpului emițătorului (figura 4), sub cele două blocuri anterioare. Ca o particularitate, trebuie menționat că tranzistori de putere ai circuitului convertor de tensiune și ai stabilizatorului de tensiune sînt fixați de corpul emițătorului cu ajutorul unor șuruburi prin care se asigură și transferul de căldură de la acești tranzistori la masa metalică a corpului emițătorului;

— microfonul, care este fixat de corpul emițătorului cu ajutorul unui colier și a unui distanțor de cauciuc care asigură protecția la vibrații și șocuri a microfonului;

— întrerupătorul general de tensiune, situat sub microfon, pe panoul opus compartimentului telescopului;

— dioda luminiscentă, indicatoare a punerii sub tensiune a emițătorului laser, situată lîngă întrerupătorul general. Aceasta este o diodă

luminiscentă GaAsP, care emite în roșu vizibil cînd este polarizată direct cu 1,5 V. c.c.;

— mufa de alimentare, situată lîngă întrerupătorul general de tensiune, care asigură alimentarea cu tensiune a emițătorului laser, în ea fixîndu-se cordonul de alimentare.

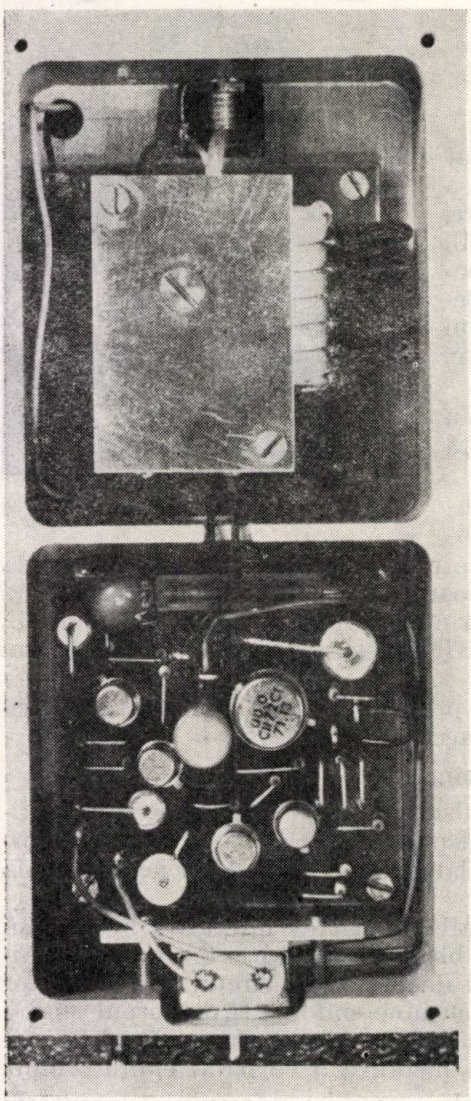


Fig. 3

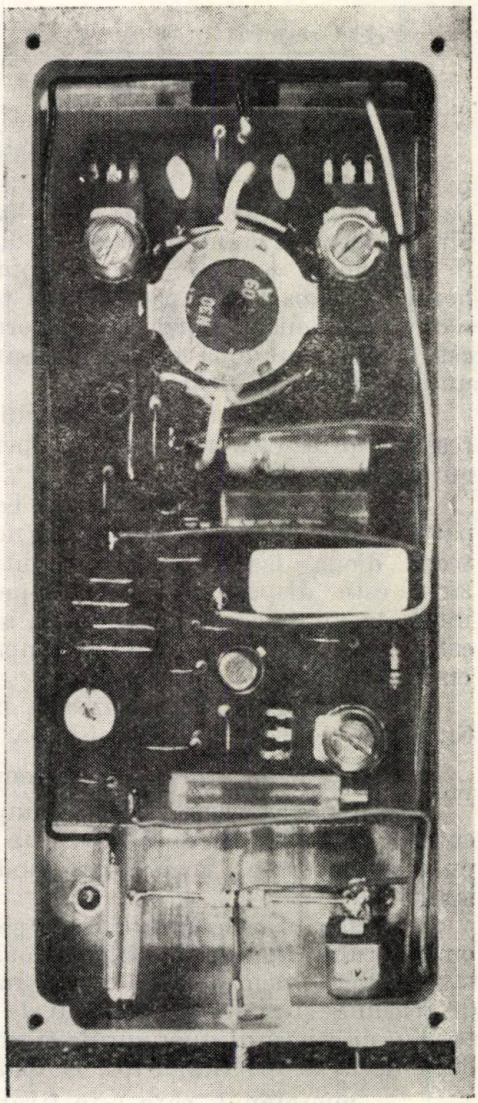


Fig. 4

b. *Telescopul de emisie* este fixat în compartimentul cilindric frontal al corpului emițătorului, în fața diodei laser, așa cum se vede în figura 2.

Lentilele telescopului tip Galilei sînt confecționate din BSC (sticlă Crown Borosilicată), asigurînd o bună transmisie, cu atenuare redusă, a radiației infraroșii de 0,9 μm.

Telescopul de emisie este reglabil, permiţînd obţinerea unui fascicul de radiaţie cvasiparalel, cu divergenţă redusă.

c. *Luneta de vizare* este dispusă pe capacul superior al corpului emiţătorului, prin fixare cu ajutorul a două coliere, reglabile, permiţînd alinierea lunetei de ochire cu telescopul de emisie.

d. *Cutia alimentatoare* conţine 8 baterii R20 de 1,5 V fiecare înseriate pentru obţinerea tensiunii de alimentare de 12 V. c.c.

e. *Cablul de alimentare* are o lungime de 2 m este confecţionat din cablu coaxial teflonat şi este prevăzut cu mufe de conectare la cutia alimentatoare şi la emiţătorul laser propriu-zis.

f. *Trepiedul reglabil* are posibilităţi de reglare în înălţime pînă la 135 cm şi de reglare pe verticală şi orizontală cu ajutorul unor şuruburi de reglaj.

2.2. *Completul de recepţie*

2.2.1. *Receptorul*

a. Corpul receptorului este realizat tot prin frezarea într-un bloc de dural a unui singur compartiment, şi este închis cu un capac fixat în şuruburi. La fel ca şi corpul emiţătorului el este finisat prin eloxare color lăcuită. În corpul emiţătorului se montează fotodioda PIN, de recepţie, circuitul imprimat al receptorului şi cele două perechi de borne, pentru alimentare şi pentru casca de recepţie.

b. *Telescopul de recepţie* este tot de tip Galilei, cu diametrul de intrare de 51 mm, cu lentilele confecţionate din sticlă BSC, cu transmitanţă ridicată în domeniu infraroşu. De el se fixează corpul receptorului prin înşurubare.

2.2.2. *Cutia de alimentare*

Aceasta conţine două baterii normale de 4,5 V. c.c. înseriate şi se fixează de un trepied reglabil similar cu cel al emiţătorului.

2.2.3. *Cablul de alimentare* este bifilar şi face legătura între cutia de alimentare şi corpul receptorului.

2.2.4. *Trepied reglabil*, similar cu cel al emiţătorului.

2.2.5. *Casca de recepţie* este de tipul cu cristal, are o bună caracteristică de frecvenţă şi impedanţă ridicată.

3. Rezultate experimentale. Concluzii

Putem compara, în urma rezultatelor obţinute prin probe în teren, datele tehnice ale sistemului de emisie-recepţie prezentat, cu două instalaţii de emisie-recepţie laser comerciale:

1°. Laser GaAs pentru transmisii vocale şi de date, model 736 al firmei „American Laser Systems" — ALS.

2°. Echipament laser cu un canal TRLM — 1 A al firmei „Nippon Electric Company" — Tokyo.

Datele tehnice principale ale emițătorului laser proiectat și realizat de către autori sînt: puterea optică în impuls experimentată — 5 w; lungimea de undă — 905 nm; divergența unghiului la emisie — 7'.

Sistemul de modulație cuprinde modulație de frecvență a impulsurilor și modulația de intensitate a fasciculului. Banda de frecvențe transmisă este 300...3400 Hz; Alimentarea este autonomă de la baterii sau acumulator 12 V. c. c.; Puterea consumată este de 2,4 w. Emițătorul, inclusiv sistemul optic folosit, are dimensiunile 220 × 60 × 100 mm, iar cutia cu baterii 150 × 70 × 70 mm. Greutatea emițătorului, inclusiv optica, este de 890 g, iar cea a cutiei cu baterii este de 1,3 kg. Distanța de propagare (verificată) este 5 km.

Emițătorul laser proiectat și realizat folosește ca și cele 2 instalații comerciale, o diodă laser GaAs și același sistem de modulație. Frecvența optică de lucru este aceeași.

Față de aceste două instalații străine, emițătorul și receptorul prezentate au dimensiuni și greutăți mai mici. Consumul este de același ordin de mărime cu cel al emițătorului ALS și de 2 ori mai mic decît consumul emițătorului NEC.

Banda de frecvență transmisă este însă mai mare decît la emițătorul ALS, asigurînd o fidelitate mai bună.

Distanța maximă de luare a legăturii depinde în mare măsură de condițiile de propagare. S-au realizat o legătură de bună calitate la distanța de 15 km, noaptea, pe vreme senină și de 5 km. ziua, în condiții de oraș, la orele 12 într-o zi însorită, la o temperatură de 30°C și alte legături la distanțe medii.

În toate aceste experimentări s-a verificat faptul că la înălțimi sub 100 m, față de sol, în oraș, variațiile de temperatură ale mediului și vîntul produc fluctuații ale indicelui de refracție al mediului și deci atenuări puternice prin turbulență. De asemenea, atenuarea datorită dispersiei devine importantă în condiții de ceață, burniță, ploaie, etc.

S-a verificat experimental că și în aceste condiții, legăturile, pentru distanțe pînă la 5 km, sînt perfect realizabile.

În perspectivă, se preconizează perfecționarea sistemului prin folosirea unui circuit hibrid pentru modulatorul diodei laser, integrarea totală a părții de modulație în poziție a impulsurilor, de aici rezultînd o scădere a consumului cît și a dimensiunilor și folosirea unui sistem optic îmbunătățit.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. — *W. Pratt* — Laser Communication Systems, John Wiley Sons, New York, (1969).

2. — *Gh. Cartianu* — Analiza și sinteza circuitelor electrice, Editura Didactică și Pedagogică, București, (1972).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

INFLUENȚA GRADULUI DE RETICULARE ASUPRA STABILITĂȚII CHIMICE A UNOR MAȘINI SCHIMBĂTOARE DE CATIONI PUTERNIC ACIDE *

GHERGHINA TUDORACHE, MARIA FLOAREA, GH. IONIȚĂ

Utilizarea schimbătorilor de ioni pentru diferite aplicații industriale, impune studierea caracteristicilor chimice și fizico-mecanice ale acestora în vederea stabilirii dinainte a domeniilor și a condițiilor de exploatare.

Caracteristicile chimice și fizico-mecanice specifice diferitelor tipuri de schimbători de ioni, depind de natura copolimerului reticulat, de grupările ionogene și de dispunerea acestora în rețeaua macromoleculară.

Ca să fie cît mai eficienți ioniții trebuie să posede următoarele caracteristici:

— capacitate mare de schimb ionic;
— stabilitate chimică și rezistență mecanică;
— proprietăți cinetice bune atît la absorbție cît și la eliberarea ionilor;
— un anumit grad de gonflare;
— stabilitate termică corespunzătoare condițiilor practice de întrebuințare;
— să fie lipsiți de impurități organice și anorganice.

În timpul exploatării datorită procesului de trecere a ionitului de la forma H—R la forma cationică și apoi din nou la forma H-R în urma regenerării, precum și datorită efectului de frecare provocat de tasarea și apoi de afînarea stratului, au loc degradări fizice și chimice ale ioniților, care provoacă pierderea parțială sau totală a capacității lor de schimb.

Acest proces de uzură, concomitent cu degradările mecanice, semnalat în literatură de specialitate sub denumirea de îmbătrînirea ioniților (1), depinde de mai mulți factori, dintre care mai importanți sînt:

— utilizarea de soluții concentrate (acide, alcaline sau oxidante);
— variații bruște de pH;
— exploatarea lor la temperaturi necorespunzătoare;
— adsorbția ireversibilă de substanțe organice.

În urma procesului de degradare al ioniților pot să rezulte substanțe toxice deosebit de periculoase pentru diferite domenii de utilizare ale acestora (industria alimentară sau farmaceutică), de aceea este imperios

* Manuscris predat redacției la data de 13 mai 1974

necesar să se acorde o atenție deosebită alegerii corespunzătoare a tipurilor de schimbători de ioni pentru fiecare domeniu de utilizare (2).

Una din cele mai importante caracteristici chimice ale rășinilor schimbătoare de ioni este stabilitatea chimică care se apreciază:

— după variația capacității totale de schimb a ionitului;
— după oxidabilitatea soluției care a fost în contact cu ionitul;
— după pierderea în greutate a ionitului;

În literatura de specialitate au apărut deja o serie de publicații referitoare la stabilitatea chimică a ioniților în medii apoase, alcaline, alcoolice, acide sau oxidante (3—14)

Partea experimentală

În lucrarea de față s-a studiat stabilitatea chimică a trei cationiți indigeni cu gradele de reticulare diferite (Vionit CS—3X 4, Vionit CS—3X 8 și Vionit CS—3X 13) în medii de acid sulfuric, acid azotic și hidroxid de sodiu, variind concentrația de la 1 N la 15 N.

Stabilitatea chimică s-a apreciat după variația capacității totale de schimb a ionitului și în funcție de oxidabilitatea soluției care a stat în contact cu ionitul.

Pentru comparație s-au studiat și 2 cationiți de import (Lewatit LS—100 și Kastel C—300 lucrîndu-se în aceleași condiții.

Descrierea modului de lucru

Ioniții studiați au fost pregătiți pentru determinări așa cum este indicat în literatura de specialitate (15).

După aceea pentru fiecare determinare, într-un pahar conic de 250 cm^3, s-a introdus o cantitate de ionit în stare uscată (1g) cîntărită la balanța analitică cu o precizie de 0,0001 g și 100 mc^3 de acid sulfuric, sau de acid azotic sau de hidroxid de sodiu, concentrația variind-o de la 1N pînă la 15N. Paharul a fost fixat la un refrigerent ascendent pe baia de apă (adusă la fierbere) și s-a ținut timp de 90 minute la temperatură constantă. Apoi cationitul s-a separat de soluție prin filtrare, pe un filtru cu placă, poroasă G_1. rășina rămasă pe filtru s-a spălat bine cu apă distilată, s-a uscat la temperatura ambiantă și s-a trecut cantitativ într-un pahar conic de 250 cm^3 cu dop șlefuit, pentru determinarea capacității de schimb după contactul cu diferiții reactivi, prin metoda statică. Petru determinarea capacității de schimb în condiții statice s-a folosit clorură de calciu soluție 0,1N.

În aceleași condiții s-au determinat și capacitățile inițiale de schimb ale cationiților studiați.

Stabilitatea chimică s-a calculat cu relația:

$$X\,(\%) = \frac{C'_s}{C_s} \cdot 100$$

în care:

X — stabilitatea chimică, în procente;

Tabela 1

Variația capacității de schimb în soluții de acid sulfurie

Concentrația H_2SO_4	Capacitatea de schimb după contact (C'_s) mech/g.				
	Vionit CS_3-X_4 CS_3X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1*N*	3,8	3,65	3,56	3,59	3,82
3*N*	3,75	3,55	3,55	3,54	3,78
5*N*	3,74	3,54	3,55	3,49	3,74
7*N*	3,65	3,54	3,54	3,49	3,70
9*N*	3,55	3,45	3,54	3,47	3,77
11*N*	3,54	3,41	3,54	3,47	3,60
13*N*	3,50	3,41	3,54	3,46	3,60
15*N*	3,44	3,39	3,54	3,46	3,58

Capacitățile inițiale C_s (mechiv/g)
Vionit $CS_3 - X_4 = 3,87$
Vionit $CS_3 - X_8 = 3,68$
Vionit $CS_3 - X_{12} = 3,58$
Kastel $C_{330} = 3,67$
Lewatit $L_{100} = 3,88$

C'_s — capacitatea de schimb după contact, în mechiv/g;
C_s — capacitatea de schimb inițială, în mechiv/g.
Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelele 1—6.

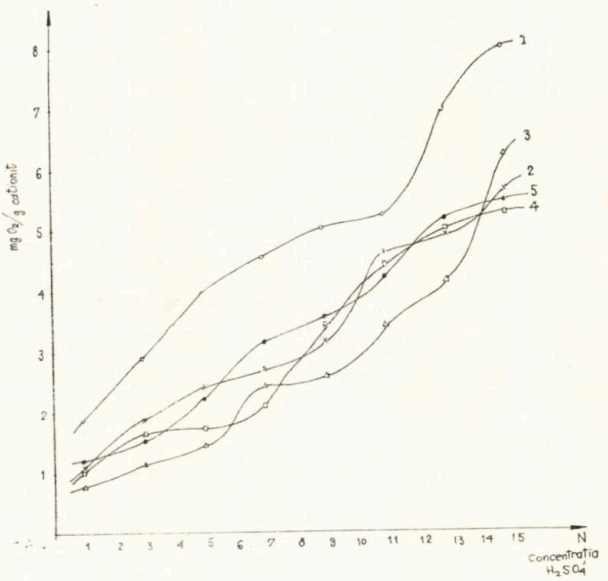


Fig. 1. Variația oxidabilității în mediu de acid sulfuric; 1 — Vionit $CS_3 - X_4$; 2 — Vionit $CS_3 - X_8$; 3 — Vionit CS_3-X_{12}; 4 — Kastel C_{300}; 5 — Lewatit LS_{100}

Determinarea oxidabilității

Oxidabilitatea soluției după contactul cu cationiții s-a determinat astfel :

Într-un pahar conic de 250 cm^3, s-au introdus 20 cm^3 soluție de analizat, 10 cm^3 H_2SO_4 1 :4 și 20 cm^3 $KMnO_4$ 0,01N, apoi paharul s-a ținut pe baia de apă la fierbere timp de 15 minute, după care s-a adăugat 20 cm^3 soluție acid oxalic 0,01N, cînd culoarea roz a soluției a dispărut. Excesul de acid oxalic s-a titrat la cald cu soluție de permanganat de potasiu 0,01N.

Oxidabilitatea ionitului exprimată în mgO_2/g, s-a calculat cu relația:

Oxidabilitatea ionit, $mgO_2/g = (a-b) \cdot 0{,}008.5$

în care :

a — ml. soluție de permanganat de potasiu, 0,01 N ;

Tabela 2

Variația capacității de schimb în mediu de acid azotic

Concentrația HNO_3	Capacitatea de schimb după contact (C'_s) mech/g				
	Vionit CS_3-X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1*N*	3,39	3,38	3,56	3,68	3,59
3*N*	3,39	3,30	3,29	3,68	3,58
5*N*	3,39	3,30	3,26	3,66	3,57
7*N*	3,39	3,30	3,19	3,65	3,49
9*N*	3,36	3,30	3,19	3,59	3,49
11*N*	3,29	3,28	3,11	3,57	3,42
13*N*	3,25	3,28	3,09	3,41	3,34
15*N*	3,21	3,14	2,90	3,02	3,10

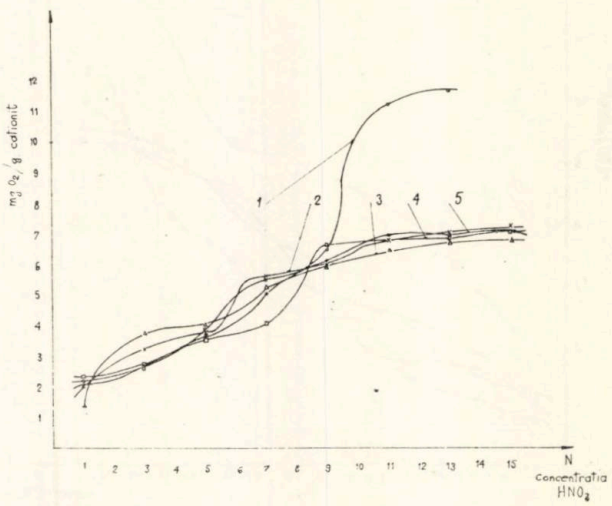


Fig. 2. Variația oxidabilității în mediu de acid azotic; 1 — Vionit CS_3-X_4; 2 — Vionit CS_3-X_8; 3 — Vionit CS_3-X_{12}; 4 — Kastel C_{300}; 5 — Lewatit LS_{100}.

b — ml. soluție de acid oxalic 0.01 N;
0,08 — cantitatea de oxigen care corespunde la 1 ml sol. de permanganat de potasiu 0,01 N în mg.

Rezultatele obținute sînt redate în fig. 1—3.

Interpretarea rezultatelor

Cationiții indigeni Vionit CS—3X 4, Vionit CS—3X 8 și Vionit CS — 3X 12 în soluții de acid sulfuric de diferite concentrații (1—15 N) au o stabilitate chimică bună.

Cu creșterea concentrației soluției de acid sulfuric se constată o creștere a oxidabilității soluției care a stat în contact cu cationitul, variind de la 0,79 mgO_2/g pînă la 7,99 mgO_2/g.

Oxidabilitatea soluțiilor de acid sulfuric după contactarea cu cationiții, scade cu creșterea gradului de reticulare.

Cu creșterea concentrației soluțiilor de acid sulfuric, se remarcă o slabă micșorare a capacității de schimb după contact (tabela 1), ceea ce

Tabela 3.

Variația capacității de schimb a cationiților în soluții de hidroxid de sodiu

Concentrația NaOH	Capacitatea de schimb (C_s') mech/g după contact				
	Vionit CS_3-X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1N	3,30	3,09	2,89	3,28	3,38
3N	3,40	3,18	3,09	3,19	3,29
5N	3,40	3,18	3,18	3,19	3,29
7N	3,30	3,18	3,19	3,19	3,29
9N	3,20	3,18	3,09	3,13	3,29
11N	3,30	3,19	3,10	3,13	3,29
13N	3,30	3,19	3,09	3,19	3,19

determină o ușoară reducere a stabilității chimice a cationiților, care în toate cazurile pînă la concentrația de 13 N, a atins valori peste 85% (tabela 4).

Tabela 4

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de acid sulfuric.

Concentrația H_2SO_4	Stabilitatea chimică (X)%				
	Vionit CS_3-X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1N	98,19	99,18	99,41	97,81	98,45
3N	96,87	96,46	99,16	96,45	97,44
5N	96,64	96,21	99,16	95,09	96,39
7N	94,56	96,21	98,87	95,09	95,36
9N	91,73	93,75	98,87	94,55	95,36
11N	91,47	93,75	98,87	94,55	92,78
13N	90,43	92,30	98,87	94,26	92,78
15N	88,87	91,85	98,87	94,26	92,29

În mediu de acid sulfuric cationiții indigeni (Vionit CS—3X4, Vionit CS — 3X 8 Vionit CS — 3X 12), au o stabilitate chimică apropiată de cea a cationiților de import Kastel C—300 și Lewatit LIS—100, luați pentru comparație.

În mediu oxidant (soluții de acid azotic de concentrație 1 — 15 N) oxidabilitatea soluțiilor după contactarea cu cationiții studiați a fost mai mare, atingînd valori cuprinse între 1,36 mgO_2/g pînă la 12,05 mgO_2/g, iar stabilitatea chimică a fost mai redusă (Fig. 2 și tabela 5).

În soluții de acid azotic cationiții indigeni au o stabilitate chimică comparabilă cu stabilitatea chimică a cationiților Kastel C—300 și Lewatit LS—100.

În mediul alcalin (soluții de hidroxid de sodiu de concentrație 1 — 13 N) oxidabilitatea soluțiilor după contactarea cu cationiții variază în general, relativ puțin, de la 2,27 mgO_2/g la 0,87 mgO_2/g ionit. Din fig. 3 se poate observa că oxidabilitatea scade cu concentrația soluțiilor de hidroxid de sodiu cu care cationitul a fost în contact și pentru aceeași concentrație a soluției de hidroxid scade cu creșterea gradului de reticulare a ionitului. Se remarcă de asemenea mici variații ale capacității de schimb a cationiților după contact, în funcție de gradul de reticulare și concentrația soluției de hidroxid de sodiu, care se reflectă mai accentuat asupra valorii stabilității chimice, calculate în funcție de aceasta (tabela 3 și 6).

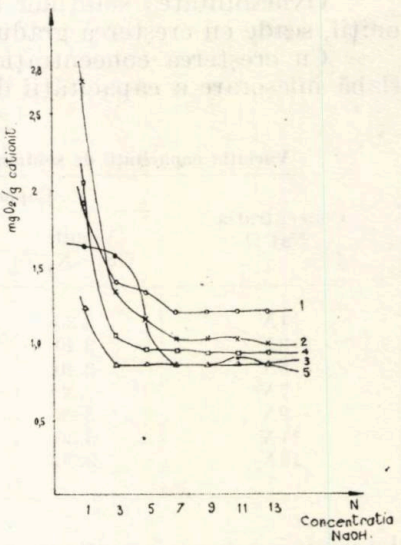


Fig. 3. Variația oxidabilității în mediu de hidroxid de sodiu; 1 — Vionit $CS_3—X_4$; 2 — Vionit $CS_3—X_8$; 3—Vionit $CS_3—X_{12}$; 4—Kastel C_{300}; 5—Lewatit LS_{100}.

Neconcordanța între valorile mici ale oxidabilității soluțiilor ce au stat în contact cu cationiții și stabilitatea lor chimică calculată în funcție de capacitatea de schimb după contact, se poate atribui fie ruperii unor grupe ionogene ($—SO_3H$) din structura ionitului și trecerii lor în soluție sub formă de sare de sodiu, fie blocării lor ireversibile în ionit.

În comparație cu cationiții de import studiați Kastel C—300 și Lewatit LS—100, așa cum se poate vedea din tabela 6 stabilitatea chimică a cationiților indigeni CS — 3X 4, Vionit CS—3X 8 și Vionit CS—3X 12 în mediu de hidroxid de sodiu de diferite concentrații este superioară.

Valorile mici ale oxidabilității arată o foarte bună stabilitate a structurii macromoleculare a cationiților în mediu alcalin, deci o rezistență mecanică bună.

Tabela 5

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de acid azotic

Concentrația HNO_3	Stabilitatea chimică (x)%				
	Vionit CS_3-X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1N	87,67	91,84	97,76	98,14	92,52
3N	87,67	89,67	91,90	98,14	92,01
5N	87,67	89,67	90,22	97,60	92,00
7N	87,67	89,67	98,10	97,33	89,94
9N	86,82	89,67	98,10	95,73	98,94
11N	85,01	89,18	86,81	95,20	88,11
13N	84,00	89,18	86,34	90,93	85,82
15N	82,68	85,32	86,00	80,53	80,05

Tabela 6

Stabilitatea chimică a cationiților în mediu de hidroxid de sodiu

Concentrația NaOH	Stabilitatea chimică (X) %.				
	Vionit CS_3-X_4	Vionit CS_3-X_8	Vionit CS_3-X_{12}	Kastel C_{300}	Lewatit LS_{100}
1N	92,12	88,51	82,80	88,88	87,11
3N	94,95	91,11	88,53	86,47	84,79
5N	94,95	91,11	91,11	86,47	84,79
7N	92,17	91,11	91,40	86,47	84,79
9N	89,38	91,11	88,53	84,82	84,79
11N	92,17	91,40	88,82	84,82	84,79
13N	92,17	91,10	88,53	86,47	82,22

Concluzii

1. Stabilitatea chimică a cationiților studiați crește cu gradul de reticulare în mediu acid, alcalin și oxidant.

2. În mediu de acid sulfuric se remarcă o slabă reducere a stabilității chimice cu creșterea concentrației indiferent de gradul de reticulare, spre deosebire de mediul oxidant, în care reducerea stabilității chimice este mai accentuată.

3. În mediu alcalin se constată o foarte bună stabilitate a structurii macromoleculare a cationiților, în funcție de gradul de reticulare, pusă în evidență de valorile mici ale oxidabilității.

Catedra de tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Tudorache, M. Floarea, Gh. Ioniță.* Bulet. Inst. politehnic—tom. XXXVII, nr. 2, 1975, p. 23.
2. *I. Petrariu, E. Bărbință, A. Carpov, I.G. Poinescu,* Materiale plastice 10, nr. 4, 1973, p.175.
3. *Al. Davidov, G. M. Lisovina,* Kolloid Jurnal, 23, nr. 2 1961. p. 145.
4. *I. Petrariu, colaboratorii,* Revista de Chimie 25, nr. 3, 1974, p. 177.
5. *M. A. Saburov, K. M. Saldaze* Jurnal. priklad. Khim, XXXIX, nr. 1, 1966, p. 106.
6. *A. C. Koniseva. N. M. Morozova* Sintez i svoistva ionoobmenih materialov. Ed. A. N. SSSR, Moscova, 1968, p. 115.
7. *I. Petrariu, S. Drăgan,* Revista de chimie 21, nr. 4, 1970, p. 207.
8. *N. W. Frisch Kunin* Ind. Ing. Chem. 49, nr. 9, 1957, p. 1365.
9. *Moody Thomas* Laboratory Practice, 21 (11), 1972, p. 796—805.
10. *Z. N. Eiriș, M. V. Eiriș, M.V.Vittiș,* Izvestia A. N. Kaz. SSSR seria himiceskaia 1970, nr. 5, p. 32.
11. *R. N. Wiley, E. W. Reich,* J. Polymer Sci. A—1, nr. 11, 1968, p. 3174.
12. *N. V. Bicicov, B. S. Kasperovpci, B. S. Roginskaia,* J. Fiz. Him. 43, nr. 10, 1969, p. 2522.
13. K.*M. Soldatze* Ionoobmenie visocomoleculearnie soedinenia. Goshimizdat Moscova 1960. p. 85—101.
14. *Z. Vasicek, J. Stamberg, O. Dufka.* Coll. Czech. Chema Comm, 36, nr. 5, 1971, p. 1817.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 541.138.2

CERCETAREA PROPRIETĂȚILOR PROTECTOARE ALE UNOR PELICULE ANTICOROZIVE PRIN METODE ELECTROCHIMICE*

LIA BLUM LAZĂR, E. MARCU

Protecția metalelor prin acoperire cu pelicule de lacuri și vopsele pe bază de polimeri sintetici reprezintă una dintre metodele larg răspîndite de combatere a coroziunii.

Acțiunea de protecție a metalului prin vopsire nu se datorește numai formării unei bariere mecanice între metal și mediul agresiv, deoarece aceste straturi acoperitoare nu sînt total impermeabile, ci micșorării vitezei procesului de coroziune sub peliculă prin reducerea accesului către suprafața metalului a depolarizanților și ionilor. În același timp aceste pelicule prezintă și o rezistență electrică ridicată, ceea ce frînează funcționarea pilelor de coroziune pe suprafața metalului.

Pentru determinarea proprietăților protectoare ale acestor acoperiri se folosesc de obicei metode de control care pun în evidență modificările proprietăților fizico-mecanice ale peliculelor în diferite condiții naturale sau accelerate de laborator. Deoarece procesul de coroziune în prezența umidității sau electroliților este de natură electrochimică, se poate ajunge la o interpretare mai completă a fenomenelor care se desfășoară pe metalul protejat în contact cu mediul agresiv prin aplicarea metodelor electrochimice. Cercetările efectuate prin aceste metode [1—10], care se referă la :

— determinarea potențialelor statice de electrod ale metalului protejat ;

— trasarea curbelor de polarizare anodică și catodică ;

— măsurarea rezistenței electrice și a capacității ;

— înregistrarea curentului unei pile galvanice formată dintr-un electrod vopsit și altul neprotejat ; au condus la aprecierea acțiunii protectoare a straturilor de lacuri și vopsele în diferite condiții și au contribuit la lămurirea mecanismului proceselor de coroziune sub peliculă.

În această lucrare se urmărește comportarea la coroziune a unor straturi protectoare formate din grunduri și emailuri în soluții de acid sulfuric și hidroxid de sodiu la diferite concentrații prin :

— determinări asupra variației potențialului de electrod în timp pentru probele imersate continuu în mediul agresiv ;

* Manuscris predat redacției la data de 24 ianuarie 1974

— trasarea curbelor de polarizare.

În paralel cu determinările electrochimice s-au efectuat și determinări asupra proprietăților fizico-mecanice mai importante ca : aderență, duritate, flexibilitate, elasticitate și rezistență la lovire, obținîndu-se valori care corespund condițiilor impuse de norme.

Partea experimentală

Acoperirile protectoare experimentate au fost formate dintr-un strat de grund și unul de email pentru sistemele prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Sistem de acoperire	Pigment	Simbol
Grund alchidic Email albastru, alchidic	Bioxid de titan + albastru de fier	E_{655-6}
Grund epoxidic Email verde, epoxidic	Bioxid de titan + oxid verde de crom	E_{536-9}
Grund epoxidic Email orange, epoxidic	Bioxid de titan + roșu organic	E_{386-5}
Grund clorcauciuc Email alb, clorcauciuc	Bioxid de titan	E_{109-1}

Probele din oțel moale au fost curățate în prealabil cu hîrtie de șmirghel, decapate în soluție acidă și degresate cu carbonat de sodiu. Aplicarea stratului de grund s-a făcut prin pulverizare, urmărindu-se să se obțină o grosime uniformă, care să nu depășească 20 μm. După uscare, s-a depus prin pulverizare stratul de email pînă la o grosime totală de 50—70 μm.

Determinarea potențialelor statice de electrod.

Prin măsurarea potențialului de electrod în timp se poate pune în evidență comportarea activă sau pasivă a metalului protejat în absența unui curent aplicat din exterior.

Electrozii acoperiți cu email au fost fixați în capacul din material plastic al celulei și introduși în soluția corosivă. Potențialele de electrod au fost măsurate cu un potențiometru față de electrodul de calomel saturat (ECS) folosit ca electrod de referință.

S-a urmărit variația potențialului de electrod în timp pentru sistemele acoperitoare menționate utilizînd ca medii agresive soluții de acid sulfuric de concentrații 5% și 10% și soluții de hidroxid de sodiu de concentrații 5%, 10%, 15% și 20% la temperatura de 22°C. Se constată că toate potențialele obținute sînt deplasate spre valori mai pozitive față de potențialul oțelului neacoperit; polarizația reacției anodice este deci superioară polarizației reacției catodice. În primele 50—100 minute de la introducerea probelor în soluție, potențialele se deplasează spre valori negative, ceea ce indică o depolarizare a reacței anodice, apoi variațiile sînt mici timp îndelungat, pentru ca după 20—30 zile să tindă spre valori puternic negative apropiate de potențialul oțelului.

În soluții de acid sulfuric se obțin potențialele cele mai negative pentru metalul acoperit cu email alchidic și cele mai pozitive pentru probele cu email orange, epoxidic (Fig. 1, 2). Rezultă din aceste determinări că rezistența la coroziune a peliculelor protectoare studiate în soluții de

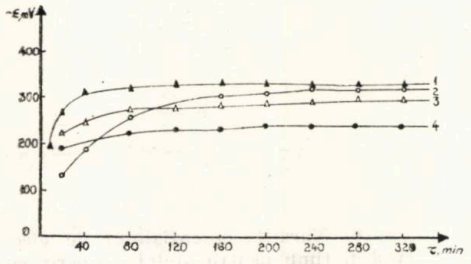


Fig. 1 Variația potențialului de electrod în timp pentru oțelul acoperit cu email în soluție de H_2SO_4 5% : 1. email albastru, alchidic ; 2. email verde, epoxidic ; 3. email, alb, clorcauciuc ; 4. email orange, epoxidic.

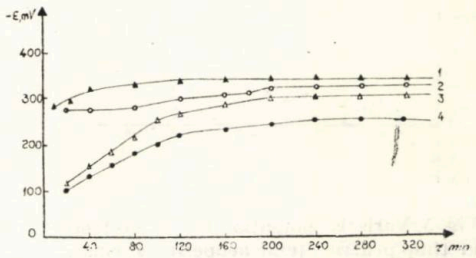


Fig. 2. Variația potențialului de electrod în timp pentru oțelul acoperit cu email în soluție de H_2SO_4 10% : 1. email albastru, alchidic ; 2. email verde, epoxidic ; 3. email alb, clorcauciuc ; 4. email orange, epoxidic.

acid sulfuric de concentrații 5% și 10% se prezintă în ordinea : email albastru, alchidic<email verde, epoxidic<email alb, clorcauciuc<email orange, epoxidic.

În soluții de hidroxid de sodiu la concentrații între 5% și 20%, datorită acțiunii pasivante a acestor soluții se obțin potențiale mai pozitive față de cele obținute în soluțiile de acid sulfuric. În soluții concentrate, polarizația reacției electrochimice este mai redusă, curbele deplasîndu-se spre valori mai pozitive pe măsură ce concentrația scade (Fig. 3, 4, 5). Comparînd comportarea peliculelor în soluții de hidroxid de

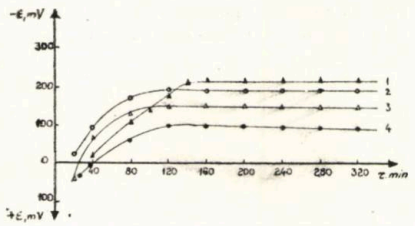


Fig. 3 Variația potențialului de electrod în timp pentru oțelul acoperit cu email verde, epoxidic în soluție de NaOH 1. NaOH 20% ; 2. NaOH 15% ; 3. NaOH 10% ; 4. NaOH 5%.

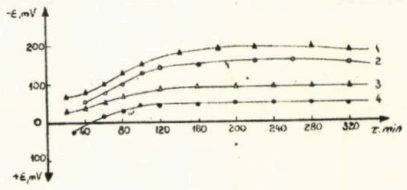


Fig. 4. Variația potențialului de electrod în timp pentru oțelul acoperit cu email alb, clorcauciuc în soluție de NaOH; 1. NaOH 20% ; 2. NaOH 15% ; 3. NaOH 10% ; 4. NaOH 5%.

sodiu la aceeași concentrație (Fig. 6, 7, 8, 9) se obține aceeași ordine a rezistenței la coroziune, cu potențialele cele mai pozitive pentru probele acoperite cu email orange, epoxidic.

Trasarea curbelor de polarizare.

Metoda curbelor de polarizare, în care electrodul acoperit cu email este polarizat cu ajutorul unei surse de curent exterioare, permite studiul

cineticii reacţiilor electrochimice care se desfăşoară pe suprafaţa metalului acoperit cu pelicula protectcare.

Electrodul izolat a fost complet imersat în soluţia agresivă şi polarizat anodic la densităţi de curent crescătoare cu ajutorul unui electrod

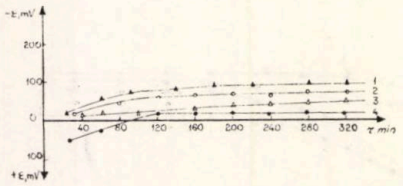


Fig. 5. Variaţia potenţialului de electrod în timp pentru oţelul acoperit cu email orange, epoxidic în soluţie de NaOH : 1. NaOH 20%; 2. NaOH 15%; 3. NaOH 10%; 4. NaOH 5%.

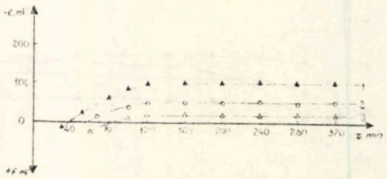


Fig. 6. Variaţia potenţialului de electrod în timp pentru oţelul acoperit cu email în soluţie de NaOH 5% 1. email verde, epoxidic; 2. email alb, clorcauciuc; 3. email orange, epoxidic

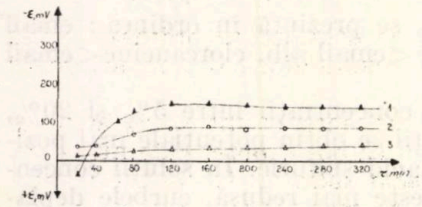


Fig. 7. Variaţia potenţialului de electrod în timp pentru oţelul acoperit cu email în soluţie de NaOH 10% : 1. email verde, epoxidic; 2. email alb, clorcauciuc; 3. email orange, epoxidic.

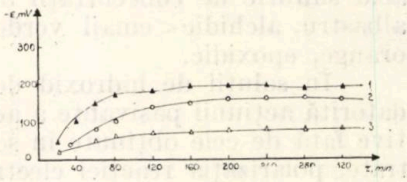


Fig. 8. Variaţia potenţialului de electrod în timp pentru oţelul acoperit cu email în soluţie de NaOH 15%: 1. email verde, epoxidic; 2. email alb, clorcauciuc; 3. email orange, epoxidic

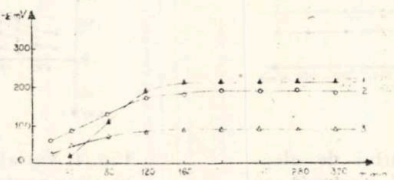


Fig. 9. Variaţia potenţialului de electrod în timp pentru oţelul acoperit cu email în soluţie de NaOH 20% :1. email verde, epoxidic; 2. email alb, clorcauciuc; 3. email orange, epoxidic.

auxiliar de platin într-o celulă prevăzută cu o diafragmă poroasă pentru separarea spaţiului anodic de cel catodic.

Potenţialele electrodului polarizat s-au determinat cu un potenţiometru folosind ca electrod de comparaţie un electrod de calomel saturat legat de electrodul studiat prin intermediul unei capilare Luggin.

Curbele de polarizare obținute pentru electrozii protejați cu sistemele indicate, în soluții de hidroxid de sodiu la concentrații între 10% și 20% (Fig. 10, 11, 12) indică la densități mici de curent o deplasare a potențialelor spre valori mai pozitive cu scăderea concentrației mediului agresiv. De asemenea se observă că deplasarea cea mai pronunțată spre valori pozitive apare pentru metalul acoperit cu email orange, epoxidic care prezintă rezistența cea mai mare la coroziune

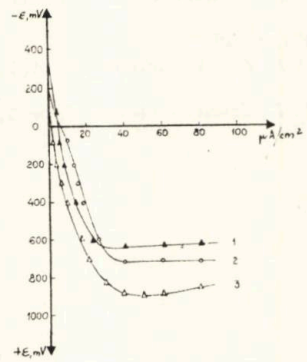


Fig. 10. Curbele de polarizare anodică pentru oțelul acoperit cu email verde, epoxidic în soluție de NaOH : 1. NaOH 20%; 2. NaOH 15%; 3. NaOH 10%.

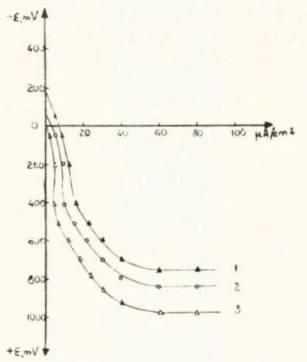


Fig. 11. Curbele de polarizare anodică pentru oțelul acoperit cu email alb, clorcauciuc în soluție de NaOH : 1. NaOH 20%; 2. NaOH 15% 3; . NaOH 10%.

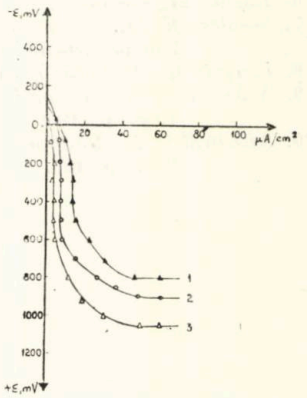


Fig. 12. Curbele de polarizare anodică pentru oțelul acoperit cu email orange, epoxidic în soluție de NaOH : 1. NaOH 20%; 2. NaOH 15%; 3. NaOH 10%.

Concluzii

— S-au studiat comparativ proprietățile protectoare ale unor acoperiri formate din grunduri și emailuri anticorosive pe bază de rășini alchidice, epoxidice și clorcauciuc în funcție de natura și concentrația mediului corosiv.

— Prin acoperirea oțelului cu sistemele menționate potențialele statice de electrod și curbele de polarizare anodică se deplasează spre valori mai pozitive, ceea ce explică rezistența mai mare la coroziune a oțelului vopsit.

— Rezultatele obținute asupra potențialului static de electrod în timp în concordanță cu cele obținute prin trasarea curbelor de polarizare au indicat o polarizare anodică mai ridicată a reacției electrochimice în soluții alcaline comparativ cu cele acide, care scade cu creșterea agresivității mediului.

— Dintre sistemele acoperitoare studiate, se obține pentru metalul acoperit cu email orange epoxidic polarizația anodică cea mai mare în concordanță cu rezistența mai mare la coroziune a acestei pelicule.

Laboratorul de electrochimie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Rozenfeld I. L., Rubinştein F. I., Yakubovici S., Kusskaya A. G.*, Corrosion, 19, nr. 2, 1963. p. 69.
2. *Tomaşov N. D., Mihailovski Yu. N., Lenov V.V.*, Corrosion, 20, nr. 4, 1964, p. 125.
3. *Tomaşov N. D., Mihailovski Yu. N., Leonov V. V.*, Corrosion, 20, nr. 7, 1964, p. 218.
4. *Nitberg L. V., Yakubovici S. V., Kolotirkin Ya. M.*, Lakokrasocinie materiali i ih primenenie, nr. 1, 1961, p. 13.
5. *Rosenfeld I. L., Burianenko V. N., Jigalova K. A.*, Lakokrasocinie materiali i ih primenenie, nr. 5, 1966, p. 52.
6. *Bureau M.* Corrosion, Traitements, Protection, Finition 16, nr. 5, 1968, p. 235.
7. *Sokolova E. M., Naumova S. F., Mihailovski Yu. N.,Zubov P.I.*, Lakokrasocinie materiali i ih primenenie, nr. 1, 1966, p. 53.
8. *Lescenco G., Pirligras E.*, Revista de coroziune, 1, nr. 1, 1971, p. 28.
9. *Aizenfeld T. B., Builina L. O., Skobeleva I. A., Krasilscikov A.I.*, Zascita metallov, 4, nr, 2, 1968, p. 195.
10. *Aizenfeld T. B., Builina L. O., Skobeleva I. A., Krasilcikov A. I.*, Zascita metallov, 7, nr. 2, 1971, p. 195.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII – 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.891.2

STUDII ASUPRA ORGANOFILIZĂRII PIGMENȚILOR ANORGANICI OBȚINUȚI IN DISPERSIE APOASĂ*

THEODOR BĂDESCU

I. Introducere teoretică

Organofilizarea pigmenților („Flushing-Process") constă în amestecarea dispersiilor apoase (paste) de pigmenți cu diverși lianți, în prezența unor substanțe tensioactive care influențează inversiunea apă-vehicul, eliminîndu-se în acest mod o parte însemnată a apei (în unele cazuri pînă la 80–93%), restul de apă îndepărtîndu-se prin evaporare sub vid. La suprafața pigmentului se formează un strat interfacial hidrofob (organofil) care asigură legătura cu liantul (vehicul) și o bună dispersare în acesta.

* * *

La umectarea unui solid, în cazul nostru pulberea de pigment, are loc o micșorare a energiei libere a suprafeței solide, care corespunde căldurii de umectare:

$$W_u = \sigma_l \cos \theta \tag{1}$$

umectarea fiind invers proporțională cu mărimea unghiului de racord.

Separînd lichidul de solid, printr-o metodă experimentală devenită clasică (descrisă de Bartel și utilizată de Baticle [1], se poate exprima în final energia de adeziune prin relația:

$$W_A = \sigma_l \ (1 + \cos \theta) \tag{2}$$

Spontaneitatea cu care se desfășoară umectarea pigmentului se poate deduce din studiul termodinamic al umectării [2,3]. Pentru un sistem eterogen din punctul de vedere al interfeței, ecuația fundamentală se poate scrie:

$$dU = TdS - PdV + \Sigma \sigma_i \, dQ \tag{3}$$

iar un sistem va trece spontan de la starea 1 la o stare 2, atunci cînd:

$$\Sigma(\sigma_i)_1 - \Sigma(\sigma_i)_2 > 0 \tag{4}$$

---

* Manuscris predat redacției la data de 6 mai 1973

adică atunci cînd transformarea ireversibilă pe unitate de suprafaţă este pozitivă.

Transferul pigmentului din dispersia apoasă în cea uleioasă sau răşinoasă poate fi analizat prin considerarea energiilor interfaciale, caracterul liofil sau liofob al pigmentului jucînd un rol hotărîtor.

Condiţia termodinamică pentru transferul unei particule (p) dintr-o fază apoasă (a) în ulei sau răşini dizolvate (u) arată că lucrul mecanic de imersie (W_i) trebuie să fie pozitiv (σ — tensiunile interfaciale respective):

$$W_i = \sigma_{pa} - \sigma_{pu} > 0 \tag{5}$$

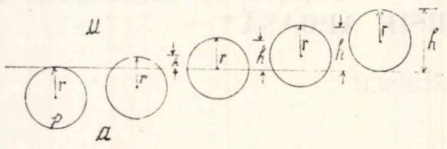


Fig. 1

Considerînd o particulă izolată de rază r la limita apă-ulei, (fig. 1), la o valoare oarecare h, forţa termodinamică de înaintare pentru transferul particulei din apă în ulei, într-un sistem cu energia liberă totală G este [4]:

$$f = -\frac{dG}{dh} = 2\pi\,[(r-h)\,\sigma_{ua} + r(\sigma_{pa} - \sigma_{pu})] \tag{6}$$

Analizînd ecuaţia, se poate observa că transferul particulei se realizează în cinci etape distincte care corespund, respectiv, condiţiilor: $h = 0$, $h < r$, $h = r$, $h > r$, $h \simeq 2r$, adică:

$$f_1 = 2\pi r(\sigma_{ua} + \sigma_{pa} - \sigma_{pu}) \tag{6a}$$

$$f_2 = 2\pi[\{(r-h)\}\sigma_{ua} + r(\sigma_{pa} - \sigma_{pu})] \tag{6b}$$

$$f_3 = 2\pi r(\sigma_{pa} - \sigma_{pu}) = 2\pi r W_i \tag{6c}$$

$$f_4 = 2\pi[-\{(r-h)\}\sigma_{na} + r(\sigma_{pa} - \sigma_{pu})] \tag{6d}$$

$$f_5 = 2\pi r(-\sigma_{ua} + \sigma_{pa} - \sigma_{pu}) \tag{6e}$$

Pentru ca forţa dinamică de înaintare pentru transferul particulei să fie pozitivă (presupunînd σ pozitiv) este necesară o valoare pozitivă mare a lucrului mecanic de imersie, factor care depinde de natura particulei şi a celor două faze. Condiţia $f > 0$ este cel mai dificil de îndeplinit în ultima etapă, de detaşare finală a particulei, în care va fi necesară realizarea unui coeficient de dispersie ($\sigma_{pa} - \sigma_{ua} - \sigma_{pu}$) pozitiv.

Pe de altă parte, particulele de pigmenţi din pastele apoase prezintă o structură coerentă floculată, cu un sistem complex de capilare virtuale foarte neregulate şi neuniforme faţă de faza uleioasă, ceea ce face (făcînd abstracţie de fenomenele de emulsionare) ca deplasarea fazei apoase să fie incompletă. În consecinţă, unghiul real de racord (utilizînd notaţiile adoptate mai sus) va corespunde ecuaţiei lui Cassie şi Baxter [4,5]:

$$\cos\,\theta' = S_{pu}\cos\,\theta - S_{ua} \tag{7}$$

în care θ este unghiul de racord faţă de o suprafaţă plană subţire iar S_{pu} şi S_{ua} sînt ariile reale la interfeţele indicate, pe unitatea de arie aparentă a suprafeţei corpului.

Considerînd un agent tensioactiv solubil în faza uleioasă dar insolubil în cea apoasă, lucrul mecanic de suprafață necesar pentru deplasarea apei (W_d) de pe unitatea de suprafață a particulei de pigment și înlocuirea ei cu ulei (sau rășină) va fi dat de relația :

$$W_d = \sigma_{ua} - \sigma_{ra} + \sigma_{pu} = \sigma_{ua}(1 - \cos\theta) \qquad (8)$$

după dizolvarea în ulei a agentului tensioactiv.

Fenomenele de inversiune apă-vehicul în procesul de organofilizare a pigmenților decurg concomitent cu procese de emulsionare în fazele lichide coexistente. Deoarece substanțele din compoziția lianților precum și unii agenți tensioactivi pot influența, în calitate de emulgatori, procesul inversiunii de fază a emulsiei de tip $U - A$ în emulsie $A - U$, în unele cazuri apar dificultăți în a discerne efectele cumulate sau efectele antagoniste posibile (dezemulsionare).

II. Rezultate experimentale, discuții.

S-au analizat factorii care determină dislocarea în condiții optime a fazei apoase de către faza uleioasă sau rășinoasă, în sisteme disperse ale următorilor pigmenți anorganici : alumină coloidală ($Al(OH)_3$ — coloidal), negru de fum și galben de crom ($xPbCrO_4 \cdot yPbSO_4$).

1. *Alumina coloidală.*

S-a determinat, pentru doi lianți diferiți, concentrația optimă de liant la care se separă cantitatea maximă de apă (v. tabel 1) din pasta apoasă de alumină coloidală (cu 70% apă) exprimîndu-se procentul de apă separată din pastă (într-un malaxor de laborator) în funcție de raportul liant/pigment (calculat ca pulbere uscată și în pastă apoasă).

În diagramele din figura 2 sînt trecute valorile corespunzătoare raportului liant/pastă apoasă, pentru fiecare dintre cei doi lianți utilizați.

Se constată că raportul optim liant/alumină coloidală este critic, la acest raport avînd loc o inversiune de fază a emulsiei de tip $U-A$ în emulsie $A-U$. Apare deci, un sistem instabil care conține particule din ambele tipuri de emulsii fazele avînd însă, la agitare, tendința de separare și decantare a apei limpezi, în continuare separîndu-se picături din ce în ce

Tabel 1

Raport liant : pigment		Apă separată %	Raport liant : pigment		Apă separată %
Liant rășinos	Liant rășinos		Standöl 3	Standöl 3	
Pigment uscat	Pastă apoasă		Pigment uscat	Pastă apoasă	
0,583 : 1	0,175 : 1	0,0	0,40 : 1	0,120 : 1	0,0
0,622 : 1	0,187 : 1	42,8	0,50 : 1	0,150 : 1	66,8
0,666 : 1	0,200 : 1	38,0	0,75 : 1	0,225 : 1	42,2
0,750 : 1	0,225 : 1	26,7	0,90 : 1	0,270 : 1	32,5
0,833 : 1	0,250 : 1	15,2	1,10 : 1	0,330 : 1	13,3
1,000 : 1	0,300 : 1	0,0	1,25 : 1	0,375 : 1	0,0

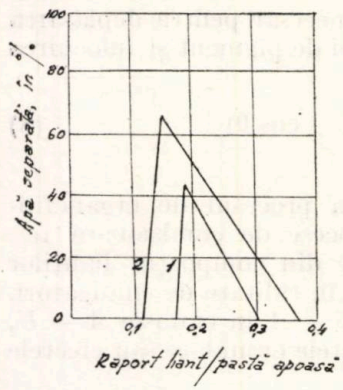


Fig. 2

mai mici de apă, o dată cu creşterea raportului liant/pigment.

La utilizarea uleiului de in polimerizat (curba 2) procentul maxim de apă dislocuită este de 66,8%, la o valoare mai mică a raportului liant/pastă apoasă (0,150 : 1), ceea ce denotă că acest liant nu are proprietăţi de emulgator $A-U$ atît de pronunţate ca liantul precedent, cu caracter hidrofil mai accentuat.

În continuare, utilizîndu-se uleiul de in polimerizat (care a dat celmai bune rezultate) a fost studiată influenţa conţinutului în apă al pastei apoase de alumină coloidală asupra procesului de dislocare a fazei apoase. Rezultatele sînt prezentate în fig. 3 pentru un conţinut de 70%, 75%, 80% şi 85% apă (curbele 1—4). În aceiaşi ordine, se prezintăîn fig. 4 variaţia procentului de apă separată în funcţie de raportul liant/pigment uscat.

În fig. 5 este prezentată variaţia raportului liant/pigment la care începe separarea apei, în funcţie de conţinutul în apă al pastei de alumină (curba 1) şi variaţia raportului pigment/liant la care nu se mai separă apă, în funcţie de conţinutul în apă al pastei (curba 2).

Din reprezentările de mai sus se poate vedea că procentul de apă separată scade odată cu creşterea conţinutului în apă al dispersiei, cînd se formează o emulsie $U-A$ din ce în ce mai stabilă.

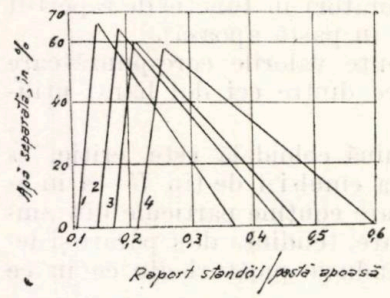


Fig. 3

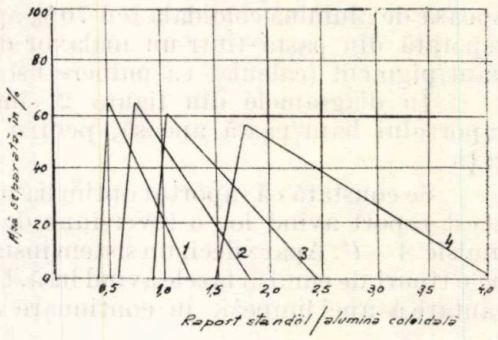


Fig. 4

Studiul influenţei unor agenţi tensioactivi în procesul de inversare apă-vehicul s-a efectuat utilizînd ca liant ulei de in polimerizat (standöl 3), la un raport optim liant/pigment, în cazul unor dispersii cu 85% apă (1,75 :1 — v. fig. 4). S-a folosit : oleină, ciclohexilamină şi eter poliglicolic, curbele de variaţie fiind înscrise în fig. 6. Curbele 1, 2, 3, corespund procentului de agent tensioactiv faţă de amestecul pastă apoasă-liant iar curbele 1', 2', 3', procentului de agent tensioactiv faţă de pasta apoasă de alumină coloidală.

Deoarece, după cum se observă, eterul poliglicolic (agent neionic) a dat rezultate interesante, studiul variaţiei procentuale a apei separate, în funcţie de concentraţia de eter poliglicolic faţă de pasta apoasă a fost

extins (fig. 7) și asupra altor rapoarte liant/pigment (în afara raportului 1,75 : 1 — curba 1), respectiv, pentru raportul 2 : 1 (curba 2) și 2,4 : 1 (curba 3).

Se constată că oleina are un efect moderat, datorită caracterului de emulgator de tip $A - U$ al acidului oleic.

Ciclohexilamina, solubilă în apă, produce o hidrofilizare a pigmentului, tensiunea interfacială liant — pigment scăzînd, față de tensiunea interfacială apă — pigment. Ruperea emulsiei inițiale de $U - A$ are loc brusc iar dislocarea apei se face într-un timp foarte scurt, producîndu-se o aglomerare a particulelor de pigment, înconjurate de pelicule de liant.

Eterul poliglicolic este solubil atît în apă cît și în ulei. Eliminarea apei decurge aproape liniar odată cu creșterea conținutului în eter poliglicolic iar pe măsură ce crește raportul liant/pigment peste valoarea optimă (1,75 :1), pentru aceeași concentrație de eter poliglicolic se separă un procent din ce în ce mai mic de apă.

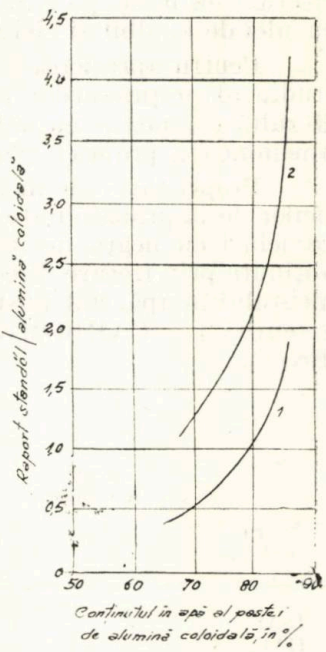


Fig. 5

2. *Negrul de fum.*

Acest pigment (inclus de obicei în categoria pigmenților anorganici) fiind foarte fin, se dispersează mai ușor într-o fază uleioasă dacă în prealabil a fost dispersat într-un mediu apos („pseudo-flushing"). Pentru sortimentele de negru de fum studiate în continuare cercetările de structură au fost prezentate într-o lucrare anterioară [6].

Utilizîndu-se diverși agenți tensioactivi (tabel 2), rezultate optime s-au obținut cu propanol. În consecință, s-au preparat paste din sortimentul CARBOMET, cu o concentrație de 30% negru de fum, la diferite cantități de apă și propanol. Îndepărtarea avansată a apei (flușarea) s-a

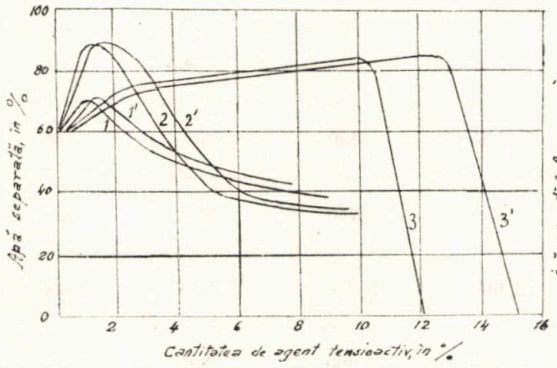


Fig. 6

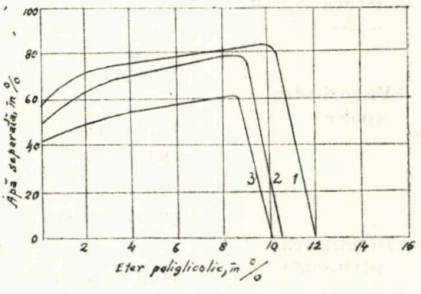


Fig. 7

efectuat cu lianți pe bază de rășini alchidice și fenolice și o diluare finală cu ulei de in albit și ulei mineral.

Pentru aprecierea eficienței inversiunii apă-vehicul, s-a efectuat un studiu al proprietăților principale ale pastelor astfel obținute (tabel 3). Rezultă că, odată cu îmbunătățirea comportării la flușare se obține și o ameliorare a proprietăților pastelor.

Proprietățile de mai sus au o influență deosebită asupra caracteristicilor de imprimabilitate ale cernelurilor de tipar. Avantajele pastelor de cerneluri cu negru de fum obținute prin „pseudo-flushing" față de cele obținute prin frecare directă cu liantul, fără o prealabilă dispersare a pigmentului în apă, sînt ilustrate prin curbele de transfer $y/x = f(x)$ din fig. 8 (curba 1 — CARBOMET după flușare, curba 2 — CARBOMET frecat direct).

Tabel 2

Agent tensioactiv / Negru de fum	Apă eliminată (%), la cantitatea optimă de agent tensioactiv			
	Etilenglicol	Butilglicol	Oleină	Propanol
ISAF	15	52	50	76
HAF, IS	14	45	40	71
CARBOMET	10	46	40	73
PEERLESS 155	5	23	36	60

Tabel 3

Proprietatea / Paste cu CARBOMET		Proba 1	Proba 2	Proba 3	Proba 4
Apă eliminată, %		44	73	84	87
Grad de frecare după flușare (scara North)		4	5	9,5	10
Viscozitatea (poise)	După flușare	555	450	330	300
	După frecare finală	250	240	220	210
Rigiditatea (dyn/cm²)	După flușare	12 000	5 000	5 000	4 000
	După frecare finală	10 000	5 000	3 000	3 000

3. — *Galbenul de crom.*

S-a studiat sortimentul galben de crom — mijlociu cu compoziția 6 $PbCrO_4.5PbSO_4$ (13,14% Cr_2O_3). Din cercetările efectuate, se constată că galbenul de crom cu compoziții diferite dar cu aceiași structură cristalină (în cazul de față, monoclinică) se comportă foarte asemănător la fluşare. La acest pigment, care reprezintă o soluție solidă și nu are grupe polarizabile, nu apar manifeste proprietăți superficiale legate de structura sa chimică [7].

La pastele apoase de galben de crom s-au adăugat cantități constante de agenți tensioactivi (într-un procent de 1% față de cantitatea de pastă) și apoi cantități variabile de liant (fig. 9). S-au utilizat soluții de 0,1%

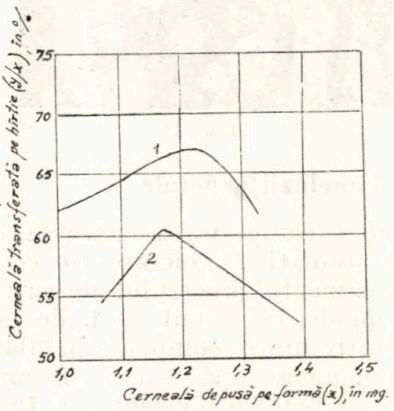


Fig. 8

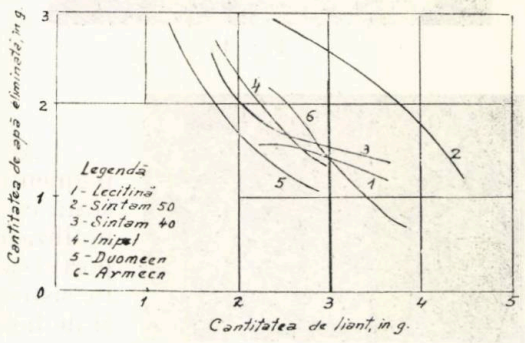


Fig. 9

agenți tensioactivi în cantitatea de pastă, menținută constantă în toate cazurile.

În prezența oleinei fenomenul studiat a refuzat să se producă, iar în prezența lecitinei cantitatea de apă eliminată s-a menținut la un nivel scăzut, ceea ce impune concluzia că agenții tensioactivi anionici nu se pretează la dislocarea apei din pasta apoasă a pigmentului galben de crom.

Apa începe să se elimine deci la cantități mici de liant și în cantitate maximă, scăzînd odată cu creșterea cantității de liant folosit.

Pentru acest pigment un foarte eficient agent tensioactiv se dovedește a fi produsul indigen SINTAM 50, procentul maxim de apă eliminat fiind de 62,49% din cantitatea de apă existentă, la un raport (în greutate) liant/pastă apoasă de 2 : 10.

Microfotografiile prezentate în continuare confirmă stadiile fenomenului de inversiune apă — ulei și eficiența agentului tensioactiv de mai sus, în limite acceptabile.

În prima microfotografie (fig. 10) este reprezentată pasta apoasă de galben de crom — mijlociu (la o mărire de 650 ori) observîndu-se asocierile cristalelor de pigment, dispersate în faza apoasă (de culoare deschisă). Fig. 11 prezintă o etapă intermediară de dislocare, respectiv, dispersia apoasă de pigment alături de vehiculul uleios (regiunile închise) în prezența agentului activ de suprafață SINTAM 50, situația corespunzînd adaosului

de 3 g liant în pastă (vezi fig. 9). Se mai observă cantităţi mici de pigment în faza apoasă, spre deosebire de imaginea din microfotografia următoare (fig. 12) în care se constată o dispersare avansată a pigmentului în vehicul, apa eliminată (apă reziduală, înainte de etapa de eliminare definitivă prin evaporare sub vid) fiind foarte curată.

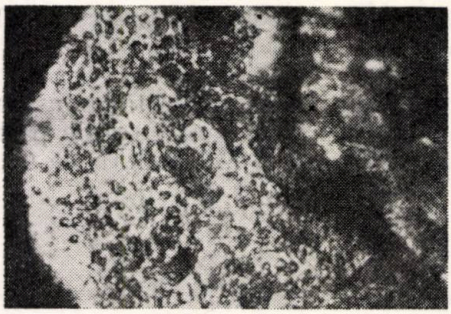


Fig. 10

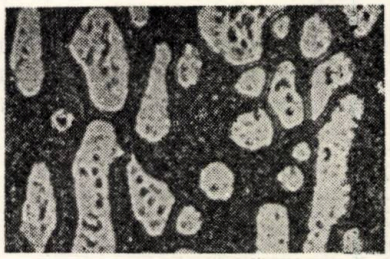


Fig. 11

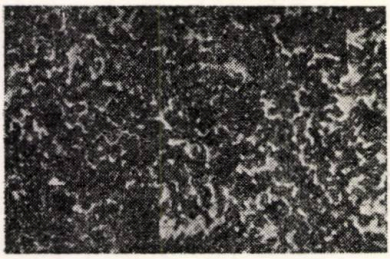


Fig. 12

Concluzii generale

Analizînd comportarea generală a pigmenţilor studiaţi în lucrare, se constată că randamentul procesului de organofilizare depinde, în primul rînd, de raportul cantitativ dintre componenţii aflaţi în sistemul pigment—apă — liant, precum şi de liofilia sau liofobia pigmentului. Prezenţa agenţilor tensioactivi în sistem este esenţială şi se manifestă în mod specific, în raport cu natura pigmentului şi a liantului, în practică, concentraţia în aceşti agenţi trebuind să fie delimitată precis în urma cercetărilor, la o valoare optimă. Un exces poate fi inutil sau chiar dăunător în unele cazuri, mai ales în condiţiile industriale de malaxare, unde pot interveni procese mai energice de desfacere a emulsiilor.

Catedra de Chimie anorganică şi tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. — *Moyec, G.*, de, Peintures, Pigments, Vernis, 2,70 şi 3,140 (1961).
2. — *Ridet. M.*, Peintures, Pigments, Vernis, 11, 470—474 (1964).
3. — *Heertes, P. M.*, Chimie des peintures, 2,42 (1968).
4. — *Gomm, A. S., Hull, G., Moilliet, G.*, Journal of the Oil and Colour Chemists Association, 51, 2, 144 (1968).
5. — *Tilenschi, S.*, Chimie coloidală. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1964, pag. 477.
6. — *Serban, R., Bădescu, Th.*, Studiul influenţei structurii negrului de fum asupra caracteristicilor de imprimabilitate ale cernelurilor de tipar. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, nr. 4, 1972.
7. — *Bădescu, Th.*, Corelaţii între structură, proprietăţi şi comportare în procesele tehnologice de utilizare, a unor pigmenţi anorganici pe bază de cromaţi. Teză de doctorat, Bucureşti, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

MECANICĂ

C.Z.: 531

CERCETĂRI ASUPRA STĂRILOR DE TENSIUNE ȘI DE DEFORMAȚIE DINTR-UN DISC NEOMOGEN IN MIȘCARE DE ROTAȚIE*

V. BOGDAN, OLTEA BOGDAN

În lucrarea /1/ au fost stabilite expresiile deplasărilor (8) și tensiunilor (9) dintr-un disc neomogen alcătuit din două materiale dispuse ca în figura 1.

Pentru a obține o imagine asupra stărilor de tensiune și deformație și pentru a se putea trage concuzii, s-au analizat tensiunile și deformațiile din mai multe discuri neomogene, alcătuite din discuri de alamă și oțel. S-au ales aceste materiale care au module de elasticitate destul de diferite pentru a se putea face și verificarea experimentală a relațiilor stabilite utilizînd discuri cu dimensiuni relativ reduse, rotite cu o viteză unghiulară acceptabilă condițiilor existente în laborator.

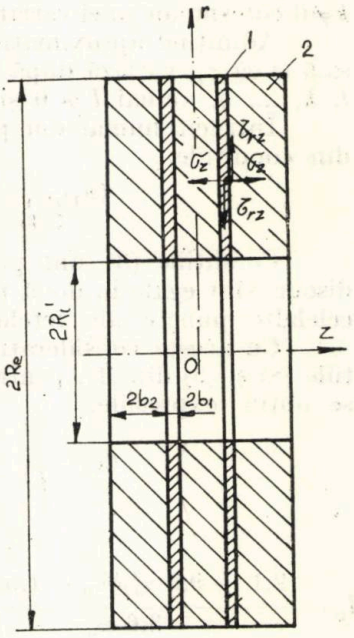


Fig. 1

Caracteristicile mecanice ale materialelor utilizate sînt :

— pentru alamă, $E_1 = 1{,}02 \times 10^6$ daN/cm^2; $\rho_1 = 8{,}58$ kg/dm^3

— pentru oțel, $E_2 = 2{,}04 \times 10^6$ daN/cm^2; $\rho_2 = 7{,}86$ kg/dm^3

— pentru ambele materiale, $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}3$

Dimensiunile considerate pentru calcul au fost :

— pentru toate discurile neomoge neanalizate a fost păstrată aceeași lungime a discului de alamă, $\beta_1 = 1/12$

— pentru discurile din oțel au fost considerate, pe rînd, dimensiunile, $\beta_2 = 1/120$; 1/30 ; 1/6 ; 1/3 ; 2/3 ; 5/6 ; 1

— găurile discurilor considerate au fost:

$$\nu_0 = 0;\ 1/3;\ 1/2;\ 2/3;\ 3/4;\ 5/6;\ 1.$$

Pentru dimensiunile $\nu_0 = 1/3$ și $\beta_2 = 1/120$; 1/30 ; 1/6 s-au făcut și verificări experimentale.

* Manuscris predat redacției la data de 19 noiembrie 1973

Cu ipotezele impuse, pentru tensiunile σ_z și τ_{rz} s-au dedus expresiile,

$$\sigma_z = R_e^2 \left\{ l - k\ln\eta + m\eta^2 + i\eta^2\ln\eta + j\left[\eta^4 + \frac{8}{3}(\beta^2 - \xi^2)\xi^2\right] \mp \right. \tag{1}$$

$$\left. \mp \frac{p}{\beta}\left(\frac{1}{2} - \frac{\nu_0^2 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2} + \ln\eta\right)(\beta^2 - \xi^2) \mp \frac{q}{\beta}\left(1 + \nu_2^0 - 2\eta^2 + \frac{4}{3}\xi^2\right)(\beta^2 - \xi^2)\right\}$$

$$\tau_{rz} = \mp R_e^2 \eta\xi \left\{ \frac{p}{\beta}\left(\frac{1-\frac{1}{\eta^2}}{1-\nu_0^2}\nu_0^2 \ln \nu_0 + \ln\eta\right) + \frac{q}{\beta}\left(1 + \nu_0^2 - \frac{\nu_0^2}{\eta^2} - \eta^2\right) - \right. \tag{2}$$

$$\left. - \left[\frac{\mp i - \frac{p}{\beta}}{\eta^2} + 4\left(\mp 2j + \frac{q}{\beta}\right)\right]\frac{\beta^2 - 2\xi^2}{3}\right\}.$$

Din analiza relațiilor (1) și (2) se constată că parametrul $l \neq 0$ corespunde unei distribuții constante în secțiunea transversală, parametrul $k \neq 0$ corespunde unei variații logaritmice, $m \neq 0$ unei variații parabolice etc.

Admițînd aproximațiile că σ_z este constantă în secțiunea transversală și că τ_{rz} variază după o parabolă cubică rezultă că, dintre parametrii l, k, ..., q, numai $l \neq 0$ și $q \neq 0$ iar $k = m = i = j = p = 0$.

Întrucît numai doi parametri sînt nenuli, aceștia s-au determinat din condițiile,

$$(u_1)_{\substack{\eta=1\\ \xi=\beta_1}} = (u_2)_{\substack{\eta=1\\ \xi=\beta_2}} \quad \text{și} \quad (u_1)_{\substack{\eta=\nu_0\\ \xi=\beta_1}} = (u_2)_{\substack{\eta=\nu_0\\ \zeta=\beta_2}} \tag{3}$$

Condițiile (3) sînt puse în ipoteza că dacă deplasările celor două discuri sînt egale în două puncte atunci ele vor fi aproximativ egale și în celelalte puncte ale fețelor frontale.

Cu aceste considerații și după introducerea condițiilor (3) în ecuațiile (8) și (9) din /1/, pentru q_1 și l_1 — corespunzătoare materialului 1 — se obțin expresiile,

$$q_1 = \frac{5{,}0\ \mathfrak{M}_0}{\left(\frac{1+\nu_0^2}{4} + \frac{\nu_0^2 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2}\right)\mathfrak{B}_{-1} + \frac{2}{3}\mathfrak{B}_1} \tag{4}$$

$$l_1 = \frac{(2{,}1 + 9{,}9\ \nu_0^2)\mathfrak{M}_0 - 1{,}56\mathfrak{M}_2}{3{,}6\ \mathfrak{B}_0} - \frac{0{,}7 + 2{,}5\nu_3^2 + 4{,}6\nu_0^4 + 15{,}6\ \frac{\nu_0^4 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2}}{3{,}6\ \mathfrak{B}_0} q_1\mathfrak{B}_{-1} -$$

$$- \frac{(2{,}8 + 13{,}2\nu_0^2)\ \mathfrak{R}_1 + 13{,}37\ \mathfrak{B}_3}{3{,}6\ \mathfrak{B}_0} q_1$$

în care,

$$\mathfrak{B}_{-1} = \frac{1}{\beta_1} + \frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{1}{\beta_2}\ ;\ \mathfrak{B}_0 = 1 - \frac{E_1}{E_2}\ ;\ \mathfrak{R}_1 = \beta_1 + \frac{E_1}{E_2}\beta_2\ ;\ \mathfrak{B}_3 = \beta_1^3 + \frac{E_1}{E_2}\beta_2^3$$

$$\mathfrak{M}_0 = 1 - \frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{\rho_2}{\rho_1}\ ;\ \mathfrak{M}_2 = \beta_1^2 - \frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{\rho_2}{\rho_1}\beta_2^2$$

În urma calculelor, pentru parametrii l_1 și q_1 s-au obținut valorile din tabelele 1 și 2.

Tabelul 1

Valorile parametrului q_1

β_2 \ ν_0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	1
$\frac{1}{120}$	0,0150	0,0348	0,0459	0,1000	0,1752	0,3570	4,6460
$\frac{1}{30}$	0,0399	0,0916	0,1200	0,2561	0,4336	0,8275	4,0700
$\frac{1}{6}$	0,0702	0,1608	0,2032	0,4065	0,6867	1,0583	2,4400
$\frac{1}{3}$	0,0765	0,1681	0,2144	0,4065	0,6651	0,9122	1,6300
$\frac{2}{3}$	0,0782	0,1682	0,2073	0,3613	0,5130	0,6756	0,9800
$\frac{5}{6}$	0,0778	0,1612	0,2000	0,3393	0,4426	0,5913	0,8100
1	0,0770	0,1567	0,1913	0,3200	0,4191	0,6800	0,7000

Tabela 2

Valorile parametrului l_1

β_2 \ ν_0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	1
$\frac{1}{120}$	0,294	0,117	0,053	−0,065	0,035	0,153	0,218
$\frac{1}{30}$	0,284	0,110	0,053	−0,644	0,032	0,209	0,211
$\frac{1}{6}$	0,210	0,102	0,061	−0,051	0,027	0,316	0,174
$\frac{1}{3}$	0,236	0,093	0,064	−0,513	0,001	0,316	0,028
$\frac{2}{3}$	0,286	0,123	0,045	−0,632	−0,076	−0,063	−0,065
$\frac{5}{6}$	0,295	0,155	−0,117	−0,854	−0,265	−0,494	−1,240
1	0,293	0,230	−0,253	−1,175	−0,769	−2,245	2,000

Cu datele din tabela 1 s-a ridicat diagrama 1 din care se deduce că parametrul q_1 de care depinde direct efortul unitar tangențial, are o valoare maximă pentru $\beta_2 = 1/6$.

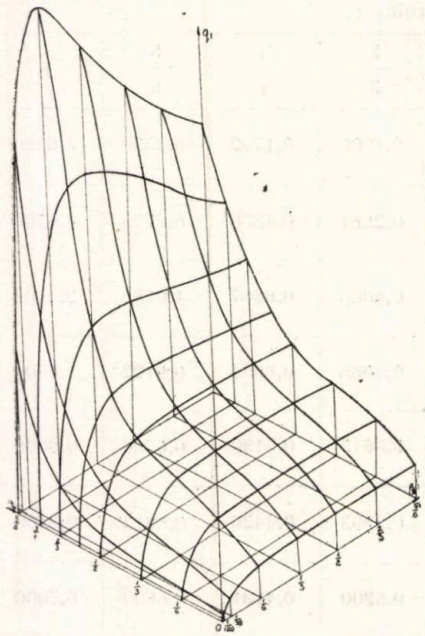


Fig. 2

Din analiza valorilor cuprinse în tabela 2 rezultă că valorile minime ale parametrului l_1 (de care depinde direct tensiunea σ_z), corespund lungimii discurilor pentru care parametrul q_1 este maxim.

Cu ipotezele făcute, expresiile tensiunilor devin,

$$\sigma_{ir} = \frac{3+\mu_i}{8} R_e^2 \rho_i \omega^2 \left\{ \left[1 + (-1)^i \left(2 \frac{2+\mu_i}{3+\mu_i} \cdot \frac{1+\nu_0^2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5+\mu_i}{3+\mu_i} \eta^2 + 4 \frac{1+\mu_i}{3+\mu_i} \beta_i^2 \right) \frac{q_i}{\beta_i} \right] \left(1 + \nu_0^2 - \frac{\nu_0^2}{\eta^2} - \eta^2 \right) + (-1)^i 4 \frac{1+\mu_i}{3+\mu_i} \nu_0^2 \frac{q_i}{\beta_i} \left[\left(1 - \frac{1}{\eta^2} \right) \frac{\nu_0^2 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2} + \ln \eta \right] \right\} \quad (5)$$

$$\sigma_{i\theta} = \frac{3+\mu_i}{8} R_e^2 \rho_i \omega^2 \left\{ \left[1 + (-1)^i \left(2 \frac{2+\mu_i}{3+\mu_i} \cdot \frac{1+\nu_0^2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5+\mu_i}{3+\mu_i} \eta^2 + 4 \frac{1+\mu_i}{3+\mu_i} \beta_i^2 \right) \frac{q_i}{\beta_i} \right] \left(1 + \nu_0^2 + \frac{\nu_0^2}{\eta^2} - \eta^2 \right) + (-1)^i 4 \frac{1+\mu_i}{3+\mu_i} \nu_0^2 \frac{q_i}{\beta_i} \left[\left(1 + \frac{1}{\eta^2} \right) \frac{\nu_0^2 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2} + \ln \eta \right] + 2 \frac{1-\mu_i}{3+\mu_i} \eta^2 + (-1)^i \left[\frac{7\mu_i - 1}{3+\mu_i} \nu_0^2 \cdot \frac{2}{3} + 2 \frac{1-\mu_i}{3+\mu_i} (1+\nu_0^2) \eta^2 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1-\mu_i}{3+\mu_i} \mu^4 - 8 \frac{1+\mu_i}{3+\mu_i} \beta_i^2 \eta^2 \right] \frac{q_i}{\beta_i} \right\} \quad (6)$$

$$\sigma_{iz} = R_e^2 \rho_i \omega^2 \left[l_i + (-1)^i (1 + \nu_0^2 - 2\eta^2) (\beta_i^2 - \xi^2) \frac{q_i}{\beta_i} \right] \quad (7)$$

$$\tau_{irz} = (-1)^i R_e^2 \rho_i \omega^2 \left(1 + \nu_0^2 - \frac{\nu_0^2}{\eta^2} - \eta^2 \right) \eta \xi \frac{q_i}{\beta_i} \quad (8)$$

în care, pentru materialul 1 se considera $i = 1$ și pentru materialul 2, $i = 2$.

Ca și în cazul discului omogen, tensiunea maximă este σ_θ și se produce în punctele de coordonata $\eta = \nu_0$.

Valoarea acestuia pentru materialul 1 este,

$$\sigma_{1\,\theta\,\max} = \frac{3+\mu_t}{8} R_e^2 \rho_1 \omega^2 \left\{ 2(1+0{,}21\nu_0^2) - \right.$$

$$\left. - \frac{q_1}{\beta_1}\left[0{,}93 + 0{,}5\nu_0^2 + 0{,}14\nu_0^2 + 3{,}15\frac{\nu_0^2 \ln \nu_0}{1-\nu_0^2}\right] - 3{,}15\,\beta_1 q_1 (1-\nu_0^2)\right. \tag{9}$$

în care, primul termen din paranteza dreaptă corespunde discului omogen. Dacă se presupune că materialul 1 are tendința de a se deforma mai mult decît materialul 2, rezultă din relația (6) că în materialul 1 din discul neomogen se produce un efect unitar mai mic decît în cazul în care ar fi liber.

Din relațiile (7) și (8) se deduce că pe fețele frontale ($\xi = \beta_i$).

$$\sigma_{1z} = R_e^2 \rho_1 \omega^2 l_1 \tag{10}$$

$$-\tau_{1rz} = \tau_{2rz} = R_e^2 \rho_1 \omega^2 q_1 \eta \left(1 + \nu_0^2 - \frac{\nu_0^2}{\eta^2} - \eta^2\right) \tag{11}$$

Valoarea maximă a tensiunii τ_{rz} corespunde coordonatei,

$$\eta_{\max} = \sqrt{\frac{1+\nu_0^2 + \sqrt{(1+\nu_0^2)^2 + 12\nu_0^2}}{6}} \tag{12}$$

care este în totdeauna cuprinsă în intervalul,

$$\nu_0 < \eta_{\max} \leqslant 1 \tag{13}$$

Din calculul aproximativ expus se deduce că, prin solidarizarea discurilor cu plăci din material rezistent, în masa discului se introduc tensiuni normale și tangențiale exprimate prin formulele (7) și (8). În același timp, tensiunea $\sigma_{1\,\theta\,\max}$ exprimată prin formula (6) este mai mică decît tensiunea care se produce într-un disc liber.

Procentual, această scădere este dată de expresia,

$$\frac{2(1+0{,}21\nu_0^2) - \frac{q_1}{\beta_1}\left[0{,}93 + 0{,}5\nu_0^2 + 0{,}14\nu_0^4 + 3{,}15\frac{\nu_0^2 \operatorname{lu} \nu_0}{1-\nu_0^2}\right] - 3{,}15\beta_1 q_1 (1-\nu_0^2)}{2(1-0{,}21\nu_0^2)} \tag{14}$$

dedusă din relația (6).

Această cantitate depinde de parametrul q_1 și în ultimă instanță de parametrii dimensionali și de caracteristicile mecanice ale celor două materiale.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Bogdan, O. Bogdan*, Expresiile tensiunilor și deformațiilor dintr-un disc neomogen în mișcare de rotație, Buletinul Institutului politehnic București,

2. *V. Bogdan*, Asupra stărilor de eforturi unitare și de deformații dintr-un disc axial-simetric în mișcare de rotație, St. Cerc. mec. apl., nr. 4, tom 30, București, 1971.

3. *V. Bogdan*, Tensiuni și deformații într-un disc în mișcare de rotație, St. cerc. mec. apl., nr. 3, tom 32, București, 1973.

4. *V. G. Rekaci*, Rukovodstvo k reșeniiu zadaci po teorii uprugosti, Vișșaia școla izd., Moskva, 1966.

5. *S. Timoshenko, J. N. Goodier*, Théorie de l'élasticité, Béranger, 1961.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.48

CU PRIVIRE LA DINAMICA SEGMENȚILOR DE PISTON*

GHEORGHE ZĂTREANU

1. Introducere

Procesele gazodinamice dintre piston și cilindru sînt puternic influențate de dinamica segmenților. În timpul pulsației acestora se măresc considerabil secțiunile de curgere a gazelor printre segmenți, față de secțiunile disponibile cînd segmenții se sprijină pe flancuri.

Pentru a înlesni urmărirea influenței semnalate, în lucrare se stabilesc condițiile de stabilitate pe flancuri a segmenților și ecuația diferențială a deplasării lor axiale. Se propune apoi un procedeu de integrare a acestei ecuații, adaptat calculului proceselor amintite. Acest calcul [1] se bazează pe împărțirea perioadei ciclului motor în intervale, primul dintre ele fiind cuprins între momentele 0 și 1; un interval oarecare τ este deci delimitat de momentele $(\tau-1)$ și τ.

Se admite că gazele care ocupă spațiul dintre flancurile inferioare a doi segmenți consecutivi se află în echilibru termodinamic; acest spațiu este numit „treaptă de segment". Numerotînd segmenții unui piston de la chiulasă spre carter, o treaptă k oarecare este delimitată de segmenții k și $(k+1)$. Se mai presupun următoarele:

Cînd segmenții k și $(k+1)$ sînt dispuși pe flancurile inferioare (fig. 1, A), treapta k încorporează jocul piston-cilindru sub segmentul k, jocurile radial și axial ale segmentului $(k+1)$ și rostul acestuia; treapta se rezumă la jocul piston-cilindru sub segmentul k dacă acesta este tot pe flancul inferior, însă segmentul $(k+1)$ staționează pe flancul superior (fig. 1, B). Într-o poziție momentană din cadrul mișcării ascendente a segmentului $(k+1)$, pînă la care deplasarea lui îndeplinește condiția $0 < x_{k+1} < \frac{h'_{k+1}}{2}$ (fig. 1, C), spațiile din jocul radial și din rostul segmentului $(k+1)$ sînt conservate de treapta k, ce este separată de treapta $(k+1)$ prin flancul inferior al segmentului menționat și suprafața cilindrică cu generatoarea ab. În momentul cînd $x_{k+1} = \frac{h'_{k+1}}{2}$, spațiile amintite sînt cedate izoterm și izobar treptei $(k+1)$. Pentru pozițiile în care $\frac{h'_{k+1}}{2} <$

* Manuscris predat redacției la data de 23 iulie 1975

$< x_{k+1} < h'_{k+1}$ (fig. 1, D), treptele k și $(k+1)$ sînt separate prin flancul superior al segmentului $(k+1)$ și suprafața cilindrică cu generatoarea cd.

Obiectivele lucrării sînt dezvoltate în funcție de forțele aplicate axial segmentului $(k+1)$ — considerate ca forțe distribuite pe grosimea radială a acestuia — adică : forțele F_{g_s} și F_{g_i} exercitate de gazele în contact cu flancurile superior și inferior ale segmentului, forța de frecare cu cilindrul F_f, forța de inerție a segmentului F_i și greutatea sa G.

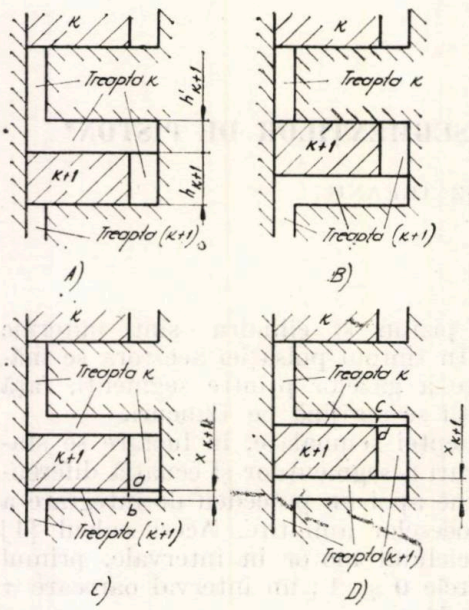


Fig. 1

2. Condițiile de stabilitate a segmentului $k+1$

Cînd segmentul $(k+1)$ se află în poziția inferioară (fig. 2, A) forțele F_{g_s} și F_{g_i} au respectiv expresiile

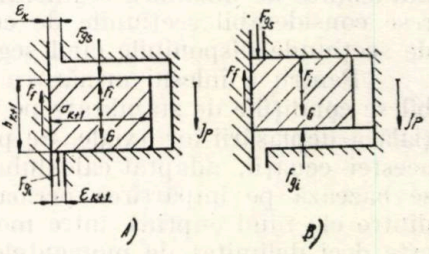


Fig. 2

$$F_{g_s} = p_k \cdot a_{k+1}, \tag{1}$$

$$F_{g_i} = \sigma_{k+1} \cdot p_{k+1} \cdot a_{k+1}, \tag{2}$$

unde p_k și p_{k+1} sînt presiunile din treptele k și $(k+1)$, iar $\sigma_{k+1} = \dfrac{\varepsilon_{k+1}}{a_{k+1}}$.

Pentru forța de frecare se utilizează formula [2]

$$F_f = \psi \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D} p_{s_{k+1}} \right) h_{k+1}, \tag{3}$$

în care p_E este presiunea elastică medie a segmentului, $p_{s_{k+1}}$ — presiunea din spatele său, iar ψ — coeficientul de frecare ; în poziția considerată $p_{s_{k+1}} = p_k$, deci

$$F_f = \psi \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D} p_k \right) \cdot h_{k+1}. \tag{4}$$

Celelalte forțe sînt

$$F_i = - a_{k+1} \cdot h_{k+1} \rho j_p, \tag{5}$$

$$G = a_{k+1} \cdot h_{k+1} \rho g, \tag{6}$$

ρ fiind densitatea materialului segmentului, iar j_p — accelerația pistonului.

Condiția de stabilitate pe flancul inferior se obține introducînd expresiile (1), (2) și (4)...(6) în relația $F_{g_s} - F_{g_i} \mp F_f - F_i + G \geqslant 0$ și avînd în vedere că F_i este reprezentată în figura 1 conform sensului ce decurge din (5).
Rezultă astfel

$$p_k - \sigma_{k+1}\, p_{k+1} \mp \psi \frac{h_{k+1}}{a_{k+1}} \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D}\, p_k \right) - h_{k+1}\, \rho (j_p - g) \geqslant 0\,; \qquad (7)$$

la al treilea termen din (7) semnele minus și plus corespund deplasării pistonului spre punctul mort exterior și respectiv spre punctul mort interior.

În cealaltă poziție extremă a segmentului (fig. 2, B)

$$F_{g_s} = \sigma_k \cdot p_k \cdot a_{k+1}, \qquad (8)$$

unde $\sigma_k = \dfrac{\varepsilon_k}{a_{k+1}}$,

$$F_{g_i} = p_{k+1} \cdot a_{k+1}, \qquad (9)$$

$$F_f = \psi \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D}\, p_{k+1} \right) h_{k+1}.$$

Pentru condiția de stabilitate pe flancul superior se deduce

$$\sigma_k\, p_k - p_{k+1} \mp \psi \frac{h_{k+1}}{a_{k+1}} \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D}\, p_{k+1} \right) - h_{k+1} \rho (j_p - g) \leqslant 0. \qquad (10)$$

3. Deplasarea axială a segmentului $(k + 1)$

Se consideră sistemul de coordonate $x_{k+1}\ O_{k+1}\ y_{k+1}$ (fig. 3), legat indeformabil de piston, cu originea în centrul de greutate al secțiunii segmentului $(k + 1)$ sprijinit pe flancul inferior. Conform figurii 3 se deduce

$$x = x_{O_{k+1}} - x_{k+1} = x_{p_{k+1}} - \left(\frac{h_{k+1}}{2} + x_{k+1} \right),$$

forța de inerție a segmentului

$$F_i = - a_{k+1} \cdot h_{k+1}\, \rho \frac{d^2 x}{dt^2}$$ devenind

$$F_i = - a_{k+1} \cdot h_{k+1}\, \rho \left(j_p - \frac{d^2 x_{k+1}}{dt^2} \right). \qquad (11)$$

Avînd în vedere expresiile (1), (9), (3), (11), (5) și (6), rezultă

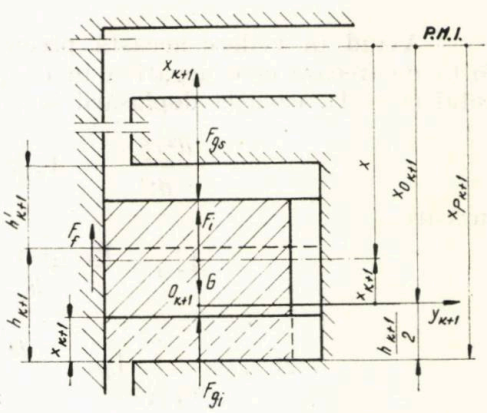


Fig. 3

ecuația deplasării axiale a segmentului $(k+1)$

$$-p_k + p_{k+1} \mp \varphi \frac{h_{k+1}}{a_{k+1}} \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D} p_{s_{k+1}} \right) + h_{k+1} \rho \left(j_p - \right.$$

$$\left. - \frac{d^2 x_{k+1}}{dt^2} - g \right) = 0 ; \qquad (12)$$

al treilea termen din (12) se consideră negativ sau pozitiv după cum deplasarea segmentului este ascendentă respectiv descendentă.

Întrucît deplasările segmenților trebuie determinate pe intervalele de durată redusă* caracteristice calculului proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru, se convine să se neglijeze variația presiunilor din ecuația (12) la integrarea acesteia pe fiecare interval. Presupunînd că segmentul $(k+1)$ se află într-o poziție oarecare la începutul intervalului τ, se procedează în felul următor.

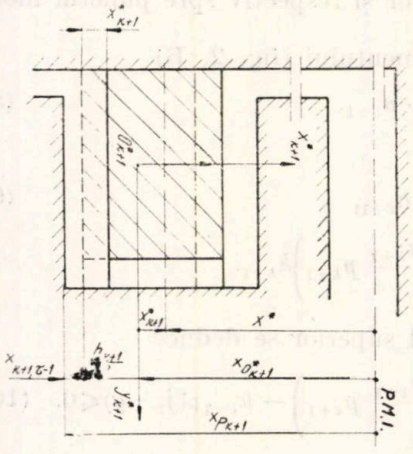


Fig. 4

a) Dacă segmentul se deplasează ascendent, se notează cu x^*_{k+1} deplasarea sa măsurată față de poziția din momentul $(\tau-1)$. Adoptarea acestei notații revine la considerarea sistemului de coordonate auxiliar $a^*_{k+1}\, O^*_{k+1}\, y^*_{k+1}$ decalat înainte cu distanța $x_{k+1,\,\tau-1}$ față de sistemul legat indeformabil de piston (fig. 4). Astfel,

$$x^* = x_{p_{k+1}} - \left(\frac{h_{k+1}}{2} + x_{k+1,\tau-1} + x^*_{k+1} \right);$$

$$F_i = - a_{k+1} \cdot h_{k+1} \rho \left(j_p - \frac{d^2 x^*_{k+1}}{dt^2} \right).$$

Avînd în vedere această precizare, convenția admisă și faptul că forța de frecare este negativă în timpul deplasării ascendente a segmentului $(k+1)$, ecuația deplasării ia pe intervalul τ forma

$$\frac{d^2 x^*_{k+1}}{dt^2} = A_{\tau-1} - B_{\tau-1} + j_p, \qquad (13)$$

în care

$$\left.\begin{aligned} A_{\tau-1} &= \frac{p_{k+1,\tau-1} - p_{k,\tau-1}}{h_{k+1}\rho} - g \\ B_{\tau-1} &= \frac{\psi}{a_{k+1}\rho} \left(p_E + \frac{D - 2a_{k+1}}{D} p_{s_{k+1,\tau-1}} \right) \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

* Rezultatele unei aplicații efectuate cu intervale $\Delta\theta = 1°$ RAC au fost satisfăcătoare.

sînt constante. Din (13) se deduce prin integrare $\frac{dx^*_{k+1}}{dt} = (A_{\tau-1} - B_{\tau-1})\,t + w_p + C_w$, unde w_p este viteza pistonului. Pentru $t = 0$, din ultima relație se obține $C_w = w_{k+1,\tau-1} - w_{p,\tau-1}$, unde viteza inițială a segmentului $w_{k+1,\tau-1}$ este cunoscută din calcul pe intervalul $(\tau-1)$, deci

$$\frac{dx^*_{k+1}}{dt} = (A_{\tau-1} - B_{\tau-1})\,t + w_{k+1,\tau-1} - w_{p,\tau-1} + w_p. \tag{15}$$

Integrînd ecuația (15) și aplicînd condițiile limită $t=0$ și $x^*_{k+1,\tau-1} = 0$, rezultă la finele intervalului, după efectuarea înlocuirilor din (14)

$$x^*_{k+1,\tau} = \left[\frac{p_{k+1,\tau-1} - p_{k,\tau-1}}{h_{k+1}\,\rho} - g - \frac{\psi}{a_{k+1}\,\rho}\left(p_E + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{D - 2a_{k+1}}{D}\,ps_{k+1,\tau-1}\right)\right]\cdot\frac{(\Delta t)^2}{2} + (w_{k+1,\tau-1} - w_{p,\tau-1})\cdot\Delta t + x_{p,\tau} - x_{p,\tau-1}, \tag{16}$$

$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{6n}$ fiind durata în timp a intervalelor de calcul (n — turația motorului); în (16) și în alte expresii ulterioare $ps_{k+1,\tau-1}$ ia valoarea $p_{k,\tau-1}$ sau $p_{k+1,\tau-1}$ în funcție de configurația treptei k (fig. 1).

Formula (16) reprezintă expresia generală a deplasării ascendente a segmentului $(k+1)$ în intervalul oarecare τ. În (16) se introduce viteza inițială dedusă din (15) și (14) adică

$$w_{k+1,\tau-1} = \left[\frac{p_{k+1,\tau-2} - p_{k,\tau-2}}{h_{k+1}\,\rho} - g - \frac{\psi}{a_{k+1}\,\rho}\left(p_E + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{D - 2a_{k+1}}{D}\,ps_{k+1,\tau-2}\right)\right]\cdot\Delta t + w_{k+1,\tau-2} + w_{p,\tau-1} - w_{p,\tau-2}. \tag{17}$$

Pentru intervalul $\bar{\tau}$ în care se amorsează mișcarea de pulsație a segmentului — intervalul la sfîrșitul căruia este infirmată condiția de tipul (8) — viteza inițială a segmentului este $w_{k+1,\bar{\tau}-1} = 0$; în consecință, deplasarea la finele acestui interval ia valoarea

$$x_{k+1,\bar{\tau}} = \left[\frac{p_{k+1,\bar{\tau}-1} - p_{k,\bar{\tau}-1}}{h_{k+1}\,\rho} - g - \frac{\psi}{a_{k+1}\,\rho}\left(p_E + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(D - 2a_{k+1}}{D}\,ps_{k+1,\bar{\tau}-1}\right)\right]\cdot\frac{(\Delta t)^2}{2} - w_{p,\bar{\tau}-1}\cdot\Delta t + x_{p,\bar{\tau}} - x_{p,\bar{\tau}-1}. \tag{18}$$

Pentru intervalul imediat următor, în (16) trebuie considerată viteza inițială dedusă din (15) avînd în vedere expresiile (14) și condiția $w_{k+1,\bar{\tau}-1}=$ această viteză este

$$w_{k+1,\tau-1} = w_{k+1,\bar{\tau}} = \left[\frac{p_{k+1,\bar{\tau}-1} - p_{k,\bar{\tau}-1}}{h_{k+1}\,\rho} - g - \frac{\psi}{a_{k+1}\,\rho}\left(p_E + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{D - 2a_{k+1}}{D} p_{sk+1,\bar{\tau}-1}\right)\right] \cdot \Delta t + w_{p,\bar{\tau}} - w_{p,\bar{\tau}-1}. \qquad (19)$$

b) În cazul deplasării descendente a segmentului $(k+1)$, se aplică direct ecuația (13) pe intervalul τ. Și în aceast caz este avantajos să se considere drept origine poziția din momentul $(\tau-1)$, calculînd $x^*_{k+1,\tau}$ (fig. 5). Rezultă astfel următoarele : expresia generală a deplasării descendente și deplasarea pe intervalul $\bar{\tau}$ — la sfîrșitul căruia este infirmată condiția de tipul (10) — sînt date de (16) și respectiv (18), unde se schimbă însă semnele din fața tuturor parantezelor și semnele termenilor ce nu conțin paranteze ; vitezele $w_{k+1,\tau-1}$ și $w_{k+1,\bar{\tau}}$ au respectiv expresiile (17) și (19), termenul al treilea din paranteza dreaptă fiind însă pozitiv.

Ecuațiile prezentate permit determinarea în orice moment din ciclul motor a poziției fiecărui segment în raport cu canalul său din piston. În consecință, poate fi sesizată în calcule influența decisivă exercitată de dinamica segmenților asupra proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru.

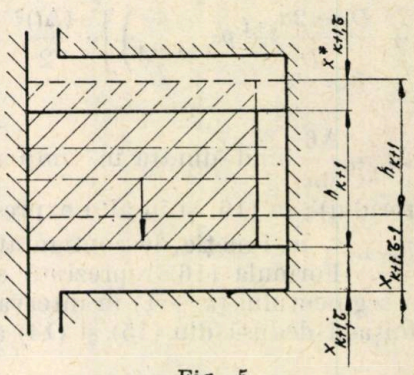


Fig. 5

Catedra de motoare cu ardere internă

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Zătreanu, Gh.*, Contribuții la studiul funcționării segmenților motoarelor cu ardere internă în regim tranzitoriu, Teză de doctorat, București, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", 1975.
2. x x x Segmenți pentru pistoane, București, Editura tehnică, 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

ENERGETICĂ

C. Z.: 621, 311.

METODE DE OPTIMIZARE IN ENERGETICĂ BAZATE PE PROGRAMAREA DINAMICĂ*

N. DĂNILĂ, V. MUȘATESCU, N. STAN

1. Introducere

Programarea dinamică, ca instrument matematic de optimizare a proceselor fizice, se aplică acelor procese care sînt sau pot fi considerate a fi secvențiale și la care fiecare fază a secvenței este însoțită de mai multe alternative ce necesită luarea unei decizii. Evident, fiecare decizie legată de secvența de stări ale procesului trebuie să fie corectă în lumina întregului proces. Din punctul de vedere al programării dinamice, starea unui proces este descrisă printr-un set de variabile (în general un vector) care poate defini complet sistemul în orice fază a sa.

Tranziția de la o fază la alta, și implicit de la o stare la alta, se poate descrie prin ecuații funcționale.

Dacă notăm cu $f_N(x)$ funcția obiectiv, se poate scrie:

$$f_N(x) = \underset{\text{Min}}{\overset{\text{Max}}{}} [g_N(y_N) + f_{N-1}(x-y_N)] \quad 0 \leqslant y_N \leqslant x \tag{1}$$

în care N este numărul fazelor rămase în proces, x se referă la starea sistemului la secvența N; y_N este variabila de decizie pentru N faze; $g_N(y_N)$ este cîștigul realizat în cursul fazei N prin alegerea optimă a lui y_N în domeniul $[0, x]$.

În mod similar se poate scrie:

$$f_{N-1}(x-y_N^*) = \underset{\text{Min}}{\overset{\text{Max}}{}} [g_N(y_{N-1}) + f_{N-2}(x-y_N^* - y_{N-1})]; \quad 0 \leqslant y_{N-1} \leqslant x-y_N^* \tag{2}$$

unde cu y_N^* am notat variabila de decizie optimă pentru $n = N$.

Vom numi politică, un set complet de decizii, adică vectorul $\{y_1, y_2, \ldots y_N\}$. Ea poate fi sau nu optimă. În primul din aceste cazuri, o vom nota cu $\{y_1^*, y_2^*, \ldots y_N^*\}$.

Relațiile (1) și (2) sînt relații de recurență care dau legătura între un proces cu N (sau $N-1$) faze și unul cu $N-1$ (sau cu $N-2$) faze sau, în general, între stări din faze adiacente. Ele exprimă teorema de optimalitate pe care R. Bellman [1] a enunțat-o sub forma unui principiu general

* Manuscris predat redacției la data de 18 martie 1975

„O politică este optimă dacă, oricare au fost deciziile precedente, deciziile care rămîn să fie luate constituie o politică optimă ținînd seama de rezultatul hotărîrilor precedente".

2. Aplicații ale programării dinamice în termoenergetică

În termoenergetică se pot întîlni multe procese de tip secvențial sau care pot fi tratate astfel. Evident, pentru optimizarea acestora, programarea constituie un instrument util, elegant și care duce rapid la soluția problemei. În cele ce urmează, ne propunem să demonstrăm acest lucru prin cîteva exemple.

2.1. *Minimizarea cheltuielilor de pompare a unui fluid*

a) Reprezentarea procesului de multipompare este arătată în figura 1.

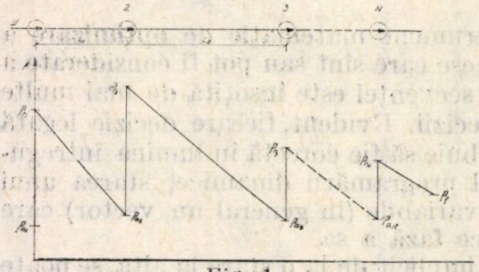


Fig. 1

Dacă notăm cu p, pierderile liniare specifice (pe unitatea de lungime) putem scrie pentru stația „i", relația:

$$p_{ri} - p_{ai} = L_i\, p + (H_{i+1} - H_i)\,\gamma. \quad (3)$$

Se admit constante p_{a1} și $p_{\hat{i}}$.

Optimizarea se face astfel ca suma energiilor de pompare (respectiv costul acestor energii) să fie minimă. Putem scrie funcționala:

$$f_N(x) = \text{Min}\ [g_N(y_N) + f_{N-1}(x - y_N)] \qquad 0 \leqslant y_N \leqslant x \quad (4)$$

cu:

$$f_1(x) = \text{Min}\ [g_1(y_1)] = [g_1(x)] \qquad 0 \leqslant y_1 \leqslant x \quad (5)$$

$$y_1 = p_{ri} - p_{ai} \quad (6)$$

$$x = \sum_1^N y_i .$$

Restricțiile problemei sînt:

$$p_{ai\,\min} \leqslant p_{ai} \leqslant p_{ai\,\max} \qquad i = 1,2..N \quad (7)$$

$$p_{ri\,\min} \leqslant p_{ri} \leqslant p_{ri\,\max}$$

În cazul cu diametru constant ($\Delta p_i = \Delta p$ = ct.) în [2] se arată că programul dinamic se transformă într-un program liniar de formă triunghiulară în blocuri.

Se poate scrie :

$$y_1 \leqslant p_{ri\,max} - p_{ai} \tag{8}$$

$$y_1 = L_1 \Delta p + (H_2 - H_1)\gamma\,;\; y_1 \geqslant p_{a2min} - p_{a1} + L_1\Delta p + (H_2 - H_1)\gamma \tag{9-10}$$

Notînd :

$$A_1 = p_{a2min} - p_{a1} + L_1\Delta p + (H_2 - H_1)\gamma\,;\; B_1 = p_{r1\,max} - p_{a1} \tag{11}$$

Se poate observa că :

$$A_1 \leqslant y_1 \leqslant B_1$$

Problema se poate modela matematic prin programul liniar :

$$\begin{aligned} &A_1 \leqslant y_1 \leqslant B_1 \\ &A_2 \leqslant y_1 + y_2 \leqslant B_2 \\ &\vdots \\ &A_i \leqslant y_1 + y_2 + \ldots + y_i \leqslant B_i \\ &\vdots \\ &A_N \leqslant y_1 + y_2 + \ldots + y_N \leqslant B_N \end{aligned} \tag{12}$$

în care :

$$A_i = A_{i-1} - p_{ai\,min} + p_{ai+1\,min} + L_i\Delta p + (H_{i+1} - H_i)\cdot\gamma \tag{13}$$

$$B_i = B_{i-1} - p_{ri-1\,max} + p_{ri\,max} + L_{i-1}\Delta p + (H_i - H_{i-1})\cdot\gamma$$

Sistemul (12) se poate rezolva uşor printr-un algoritm al programării liniare.

Aplicaţie :

$p_{a1} = 2\text{kgf/cm}^2$; $p_j = 4$ kgf/cm^2; $N = 6$; $p_{ai\,min} = 0$; $p_{ri\,max} = 10$ kgf/cm^2;

$$H_i = \text{ct.}$$

$$L_1 = 8\,;\; L_2 = 5\,;\; L_3 = 3\,;\; L_4 = 2\,;\; L_5 = 7\,;\; L_6 = 4\text{m.}$$

Preţul energiei de pompare se admite diferit în funcţie de distanţa de transport a energiei electrice :

i	1	2	3	4	5	6
c_i	0,11	0,18	0,13	0,17	0,20	0,10

Rezultă ca politică optimă, vectorul $y^* = \{9, 5, 9, 9, 7, 4\}$

Generalizarea problemei anterioare se concretizează prin introducerea unor rezervoare $R_{1,2..,N}$. Se observă că și această formă a problemei se pretează la rezolvare prin programare dinamică [3].

b) Determinarea rapoartelor de compresie $\varepsilon_i = \frac{p_i}{p_{i-1}}$ în cazul unui gaz comprimat cu N compresoare în serie de la presiunea p_0 la presiunea p_N astfel încît energia consumată să fie minimă se poate face prin programarea dinamică.

Funcția obiectiv este :

$$f_k(\varepsilon) = \text{Min}\left[nRT_o \frac{x}{x-1}(\varepsilon^{\frac{x-1}{x}} - 1) + f_{k-1}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right)\right]; \varepsilon \geqslant \varepsilon_k \leqslant 1 \; k=2,3..1N \quad (14)$$

și :

$$f_i(\varepsilon) = nRT_0 \frac{x}{x-1}(\varepsilon^{\frac{x-1}{x}} - 1) \quad (15)$$

Rezolvînd se ajunge la politica optimă cunoscută :

$$\varepsilon_k = \sqrt[N]{\varepsilon} = \text{const.} \quad (16)$$

2.2. *Impărțirea optimă a unui interval de încălzire sau de răcire dat.*

Se consideră un lanț de schimbătoare de căldură ca în figura 2.

Se poate scrie :

$$Q_i = k_i \; S_i \; \Delta t_{med\,i} \quad (17)$$

$$Q_i = W c_p^1 (t_i^1 - t_{i-1}^1) \quad (18)$$

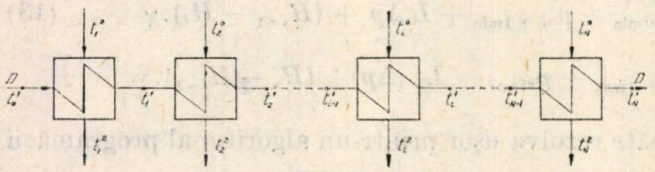


Fig. 2

Pentru simplificare s-a admis c_p constant în intervalul t_0^1, t_N^1.

Admițînd t_1^0 cunoscut, rezultă că t_i^2 este limită de valoarea obținută pentru t_i^1.

În aceste condiții, funcția obiectiv se poate scrie :

$$f_N(t_i^1) = \sum_{i=1}^{N} S_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{W_{cp}^1 (t_i^1 - t_{i-1}^1)}{k_i \Delta t_{med\,i}} = \min \quad (19)$$

iar procesul de calcul este prezentat în figura 3.

Caz concret :

$$N = 3, \; t_0^1 = 10°C; \; t_N^1 = 50°C; \; t_1^0 = 30°C; \; t_2^0 = 40°C;$$

$$t_3^0 = 60°C; \; k_1 = 1\,200 \text{ kcal/m}^2\text{h grd}; \; k_2 = 800 \text{ kcal/m}^2\text{hgrd}$$

$$k_3 = 400 \text{ kcal/m}^2\text{h grd}$$

Rezultă :

$$t_1^1 = 18°C\,;\quad t_2^1 = 29{,}7°C \quad \text{și} \quad S_{min} = 7{,}05 \ m^2$$

3. Aplicații ale programării dinamice în centrale nucleare electrice

La fel ca și în termoenergetică și în proiectarea și exploatarea centralelor nucleare se întîlnesc procese de tip secvențial. Vom da trei exemple de aplicare a programării dinamice la determinarea exploatării optime a reactorilor nucleari.

3.1. *Aplicarea programării dinamice la optimizarea reîncărcării cu combustibil a reactorilor nucleari*

Reactorul nuclear este un sistem care produce energie prin transformarea combustibilului nuclear proaspăt în unul cu o valoare mai scăzută. De fiecare dată cînd reactorul devine subcritic trebuie luată o decizie în legătură cu reîncărcarea și rearanjarea combustibilului nuclear. Se pune întrebarea ce decizie trebuie luată astfel încît costul ciclului combustibilului nuclear să fie minim.

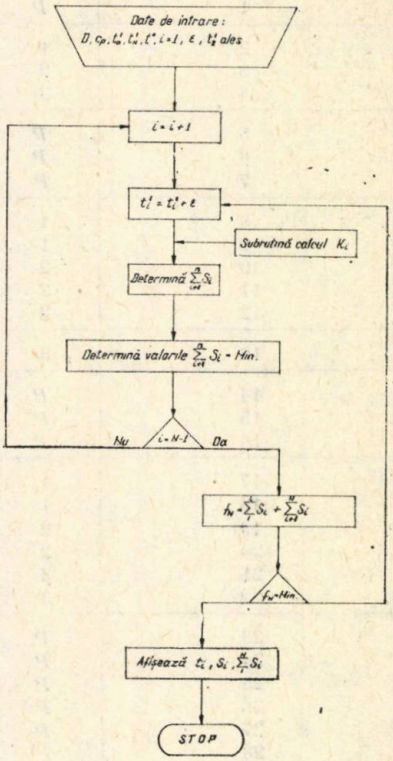


Fig. 3

Considerăm reactorul nuclear cilindric cu simetrie axială, compoziția fizică a zonei active putînd fi caracterizată prin vectorul θ (θ_1, θ_2, θ_3), arderea combustibilului în fiecare zonă, zona activă fiind împărțită în trei zone equivolumice.

Atunci cînd regimul critic nu mai este posibil reactorul este reîncărcat cu combustibil proaspăt într-o zonă sau în toate zonele și se îndepărtează combustibilul parțial iradiat. Acest lucru conduce la 28 de decizii posibile (tabelul 1) care constituie variantele operaționale caracterizate prin „h" numărul deciziei.

În acest fel problema reîncărcării cu combustibil devine un proces secvențional (fig. 4.)

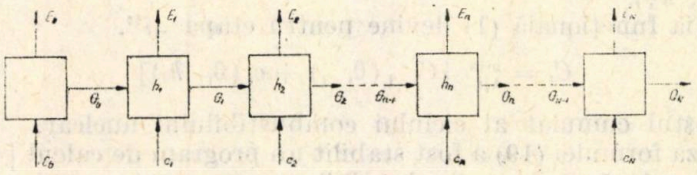


Fig. 4

Tabelul 1

Numărul deciziei	zona			Modelul de reîncărcare		
	1	2	3			
1	*P*	*P*	*P*	*P*	*P*	*P*
2	1	*P*	*P*			
3	2	*P*	*P*	*U*	*P*	*P*
4	3	P	*P*			
5	*P*	1	*P*			
6	*P*	2	*P*	*P*	*U*	*P*
7	*P*	3	*P*			
8	1	2	*P*			
9	1	3	*P*			
10	2	1	*P*	*U*	*U*	*P*
11	2	3	*P*			
12	3	1	*P*			
13	3	2	*P*			
14	*P*	*P*	1			
15	*P*	*P*	2	*P*	*P*	*U*
16	*P*	*P*	3			
17	1	*P*	2			
18	1	*P*	3			
19	2	*P*	1	*U*	*P*	*U*
20	2	*P*	3			
21	3	*P*	1			
22	3	*P*	2			
23	*P*	1	2			
24	*P*	1	3			
25	*P*	2	1			
26	*P*	2	3	*P*	*U*	*U*
27	*P*	3	1			
28	*P*	3	2			

P — combustibil proaspăt
U — combustibil uzat

Fiecare casetă reprezintă o etapă de reîncărcare a combustibilului în decursul duratei de viață a centralei, starea reactorului fiind caracterizată prin vectorul $\theta\ (\theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3)$.

În general se poate spune că vectorul θ_i ce caracterizează etapa „*i*" este o funcțională de decizia h_i și de starea anterioară θ_{i-1}.

$$\theta_i = f(h_i,\ \theta_{i-1})$$

Starea finală a reactorului θ_N este definită de politica de exploatare $h(h_1^*,\ h_2^*,\ h_3^*,\ h_N^*)$.

Ecuația funcțională (1) devine pentru etapa „*i*".

$$C_i = \min_{h_i} [C_{i-1}(\theta_{i-1}) + c_i(\theta_i,\ h_i)] \qquad (20)$$

C_i fiind costul cumulat al ciclului combustibilului nuclear.

Pe baza formulei (19) a fost stabilit un program de calcul [4] pentru optimizarea reîncărcării cu combustibil a unui reactor nuclear.

În cadrul programului decizia optimă este determinată de condiția (19) la care se adaugă setul de condiții tehnice (21) și (22).

$$\Sigma \delta t_i \leqslant T \tag{21}$$

$$B_i \leqslant B_{\max} \tag{22}$$

Organigrama programului este dată în figura 5. În tabelul 2 este dat un set de rezultate obținute folosind programul descris în [4].

Tabelul 2

Nr. crt.	Durata etapei zile	Grad de ardere pe zoneMWZ/t			Costul minim (lei/kWh)	Decizia optimă	Observații
		1	2	3			
1.	490	16 172	14 414	11 559	0,062	10	Se repetă decizia (10,4) până la sfîrșitul vieții centralei
2.	340	22 167	22 535	9 697	0,101	4	
3.	445	22 262	13 938	11 098	0,0508	10	
4.	345	21 917	22 278	9 738	0,101	4	
5.	445	22 292	13 942	11 102	0,0507	10	
6.	345	31 920	22 282	9 740	0,1017	4	

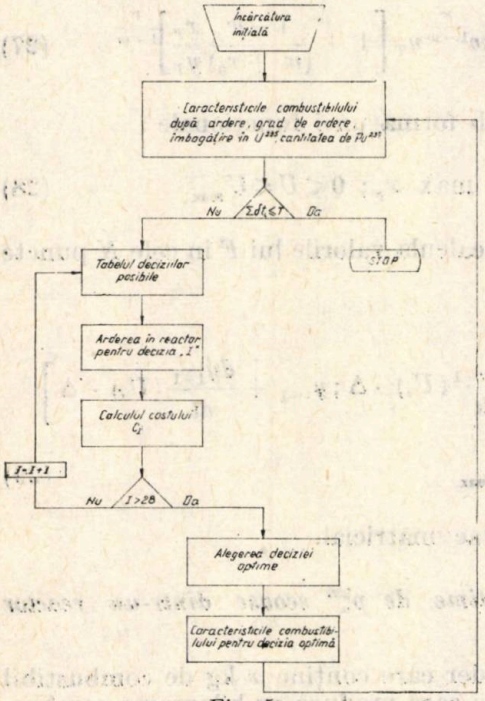


Fig. 5

3.2. *Optimizarea condițiilor de funcționare — oprire și repornire — a unui reactor nuclear*

Rezolvarea acestei probleme are o deosebită importanță practică, ducînd la economii de combustibil, la rezerve de reactivitate necesare pornirilor mai mici, la reducerea timpului dintre oprirea și repornirea reactorului (indeosebi în cazuri accidentale).

Se alege ca variabilă de control fluxul de neutroni, înaintea și în perioada opririi reactorului, iar ca durată de control durata opririi lui.

Durata de oprire se împarte într-un număr de intervale (50) în fiecare calculîndu-se o decizie de minimizare a otrăvirii.

Calculul pornește de la ecuațiile cinetice ale otrăvirii scrise sub formă adimensională :

$$\frac{dx}{dt} = -[w + r_0 u(t)]\, X(t) + \gamma_1 (w + r_0)\, y(t) + \gamma_2 (w + r_0)\, u(t) \tag{23}$$

$$\frac{dy}{dt} = u(t) - y(t) \tag{24}$$

cu condiția inițială :

$$x(0) = v(0) = u(0) = 1 \tag{25}$$

Ecuația funcțională (1) devine în acest caz :

$$\min \max x_p = \min f(x_r, y_r)\,; \quad 0 \leqslant U \leqslant U_{\max} \tag{26}$$

Deci valoarea fluxului normalizat $u(t)$ trebuie să aibă în timpul perioadei T o astfel de valoare (cuprinsă între 0 și $U_{\max}$), încît după terminarea perioadei de optimizare deci la $t > T$, valoarea maximă a xenonului să fie minimă.

Problema se rezolvă pornind de la ecuațiile (23), (24) știind că la sfîrșitul perioadei de optimizare T, $u(T) = 0$ adică reactorul trebuie să fie oprit.

Prin integrarea ecuațiilor (23) și (24) se obține :

$$x_p = f(x_T, y_T) = \gamma_1 (w + r_0)\, w^{\frac{w}{1-w}} y_T \left[1 + \frac{1-w}{(w + r_0)} \frac{x_T}{y_T}\right]^{\frac{1}{1-w}} \tag{27}$$

Ecuația (26) o putem scrie sub forma unei funcționale :

$$F_N(x(0),\ y(0)) = \min \max x_p\,; \quad 0 \leqslant U \leqslant U_{\max} \tag{28}$$

problema minimaxului s-a redus la a calcula valorile lui F în cele N puncte în care s-a împărțit intervalul T.

Ecuația 1 devine în final :

$$F_i(y_i,\ x_i) = \min \left[F_{i-1}\ x_{i-1} + \frac{dx_{x-1}}{dt}(U_i) \cdot \Delta\,;\, y_{i-1} + \frac{dy_{1-1}}{dt}(U_i) \cdot \Delta \right]$$

$$0 \leqslant U_i \leqslant U_{\max} \tag{29}$$

Pentru ușurința calculele se fac matricial.

3.3. *Determinarea cantității optime de p_u^{239} scoase dintr-un reactor breeder* [5.]

Vom considera un reactor breeder care conține x kg de combustibil și care are o rată de conversie $r > 1$ și care produce rx kilograme combus-

tibil pe ciclu. Cantitatea maximă de combustibil ce poate fi scoasă din reactor este $(r-1)$ și restul de x kg fiind necesare pentru menținerea criticității.

Presupunem că reactorul va funcționa N cicluri. La sfîrșitul fiecărui ciclu se obține prin folosirea în alte scopuri a combustibilului extras din reactor un beneficiu $g(y_i)$ unde y_i este cantitatea de combustibil extrasă la începutul ciclului i. Problema este de a determina politica optimă de scoatere a combustibilului pentru a maximiza beneficiul pe toate cele N cicluri.

Fie $f_i(x)$ beneficiul total obținut după „i" cicluri de funcționare. Ecuația (1) devine :

$$f_i(x) = \max_{0 \leqslant y_1 \leqslant (r-1)x} [g(y_i) + f_{i-1}(rx - y_i)]$$

Vom considera cazul cînd : $g(y) = y^{1/2}$

Ecuația 29 devine :

$$f_i\ (x) = (rx)^{1/2}$$

$$f_i\ (x) = \max_{0 \leqslant y_i \leqslant (r-1)x} [(y_i)^{1/2} + f_{i-1}(rx - y_i)] \tag{30}$$

Se consideră $i = 2$

$$f_2(x) = \max_{0 \leqslant y_2 \leqslant (r-1)x} [\sqrt{y_2} + \sqrt{r(rx - y_2)}] \tag{31}$$

Derivînd și egalînd cu 0 ecuația 31 obținem :

$$y_{2\,\max}^{\bullet} = \frac{rx}{1+r}$$

$$f_{2\max} = [(1+r)r \cdot x]^{1/2} \tag{32}$$

Prin inducție obținem :

$$y_i^{\bullet} = \frac{rx}{1 + rc_{i-1}^2}; \quad f_{i\max} = c_i\,(r \cdot x)^{1/2}; c_i = i + r \cdot c_{i-1}^2$$

$$i = 2...N, \quad c_1 = 1$$

În cazul în care și rata de conversie este variabilă :

$$c_i = (1 + r_{i-1}\, c_{i-1}^2)^{1/2} \tag{34}$$

Iar politica optimă și beneficiul maxim se obțin cu relațiile :

$$y_i^* = \frac{r_i\, x}{1 + r_{i-1}\, c_{i-1}^2} \;; f_{i\max} = [(1 + r_{i-1}\, c_{i-1}^2)\, r_i \cdot x]^{1/2} \qquad (35)$$

în care r_i este rata de conversie la începutul perioadei „i".

Notații folosite (în ordinea apariției în text)

p_a — presiunea de aspirație
p_r — presiunea de refulare
p_f — presiunea finală
$L_1, L_2 \ldots L_N$ — distanțele între stațiile de pompare
γ — greutatea specifică a fluidului pompat
H_i — înălțimea geodezică a stației i față de un reper arbitrar ales
$f_N(x)$ — costul minim de pompare
$g_N(y_N)$ — costul pompării debitului D la stația N
W — debitul de fluid de încălzit
C_p — căldură specifică la presiunea constantă
k_i — coeficient global de schimb de căldură pentru preîncălzitorul i;
S_i — suprafața de schimb de căldură a preîncălzitorului „i"
t_i — durata etapei „i"
T — timpul de viață al centralei nucleare
B_i — grad de ardere în etapa „i"
$B_{\max}$ — grad de ardere maxim admisibil

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej București

BIBLIOGRAFIE

1. *R., Bellman*, Dynamic Programming, Princeton Univ-Press, 1962.
2. *J., T., Jefferson*, Dynamic Programming for Power Cost Optim. IBM LPLC, Chicago, 1960.
3. *S., M., Roberts*, Dynamic Programming in Chem. England Proc. Control. Academic Press 1964.
4. *N., Dănilă. N., Stan*, contract 600/1973, I.F.A.
5. *Ash., M.*, Reactor Kinetics, McGraw-Hill, 1965, New York.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

C. Z.: 532. 58

METODA DE STUDIU A ELEMENTELOR FLUIDICE PE BAZA UTILIZĂRII ANALOGIEI ÎNTRE CURGEREA SUB PRESIUNE A UNUI FLUID COMPRESIBIL ȘI CURGEREA CU SUPRAFAȚA LIBERA A UNUI FLUID INCOMPRESIBIL *

JULIETA FLOREA , V. PANAITESCU

1. Introducere

În această lucrare se studiază — pe baza analogiei dintre scurgerea sub presiune a gazului (fluidul compresibil) în elementul fluidic și curgerea cu suprafață liberă a apei (fluidul incompresibil) în modelul corespunzător — două elemente fluidice și anume un amplificator cu jet-jet (element fluidic cu acțiune continuă) și un element cu atașarea jetului prin efect Coandă (element fluidic cu acțiune discretă).

2. Formularea matematică a problemei analogiei

Ecuațiile de mișcare și ecuația de continuitate scrise pentru un fluid incompresibil și nevîscos supus acțiunii cîmpului gravitațional, au forma :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -g;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \qquad (2)$$

Dacă mișcarea fluidului se desfășoară pe o suprafață orizontală care conține planul xOy (axa Oz fiind perpendiculară pe această suprafață de fund și dirijată în sus), atunci curgerea este limitată inferior de planul

* Manuscris predat redacției la data de 5 martie 1974

de ecuaţie $z = 0$ şi superior de suprafaţa liberă $z = Z(x, y, t)$. Condiţiile la limită ale curgerii sînt :

$$w = 0 \quad \text{pentru} \quad z = 0 \quad \text{şi} \quad p = p_0 \quad \text{pentru} \quad z = Z(x, y, t). \tag{3}$$

Deoarece componenta w a vitezei (nulă pe fund) are o mărime mică pe suprafaţa liberă şi variaţii lente, se poate presupune $w = 0$ şi $\frac{dw}{dt} = 0$ şi ultima ecuaţie (1) devine $\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -g$ sau

$$p = -\rho g z + C = \rho g(Z - z) + p_0. \tag{4}$$

Prin urmare ecuaţiile de mişcare şi de continuitate referitoare la o particulă de fluid de pe suprafaţa liberă sînt :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g\frac{\partial Z}{\partial x}, \\ &\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -g\frac{\partial Z}{\partial y}; \end{aligned} \tag{5}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \tag{6}$$

Pe suprafaţa liberă, $w = \frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + u\frac{\partial Z}{\partial x} + v\frac{\partial Z}{\partial y} = 0$, sau ţinînd seama de ecuaţia (6),

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial (uZ)}{\partial z} + \frac{\partial (yZ)}{\partial y} = 0. \tag{7}$$

Mărimile caracteristice curgerii fluidului compresibil şi variabilele independente în raport cu care se derivează aceste mărimi se notează cu aceleaşi litere ca şi mărimile corespunzătoare curgerii fluidului incompresibil, însă afectate cu un accent ($'$). Ecuaţiile de mişcare şi ecuaţia de continuitate ale curgerii sub presiune a unui fluid compresibil nevîscos au expresii care se scriu ţinînd seama că în elementul fluidic, gazul (a cărei greutate se neglijează) execută o mişcare plană. Se obţine :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u'}{\partial t'} + u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v'\frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial x'}, \\ &\frac{\partial v'}{\partial t'} + u'\frac{\partial v'}{\partial x'} + v'\frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial y'}; \end{aligned} \tag{8}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t'} + \frac{\partial (\rho' u')}{\partial x'} + \frac{\partial (\rho' v')}{\partial y'} = 0. \tag{9}$$

Baza teoretică a analogiei dintre curgerea cu suprafaţă liberă a unui fluid incompresibil nevîscos şi curgerea sub presiune a unui fluid compresibil nevîscos este dată de identitatea formală a grupului de ecuaţii (5) şi (7), corespunzător primei curgeri, cu grupul de ecuaţii (8) şi (9), corespunzător celei de a doua curgeri.

Se notează rapoartele de similitudine care leagă cele două curgeri analoage cu $\lambda = \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$, $\tau = \frac{t}{t'}$, $\beta = \frac{u}{u'} = \frac{v}{v'}$. Prima ecuaţie (5) se poate transcrie în funcţie de mărimile omoloage corespunzătoare curgerii aerului

$$\frac{\beta}{\tau}\frac{\partial u'}{\partial t'} + \frac{\beta^2}{\lambda}u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\beta^2}{\lambda}v'\frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{g}{\lambda}\frac{\partial Z}{\partial x'}. \tag{5'}$$

comparînd cu prima ecuaţie (8) şi ţinînd seama că $\lambda = \beta\tau$, rezultă

$$\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial x'} = \frac{g}{\beta^2}\frac{\partial Z}{\partial x'}. \tag{10}$$

În cazul unei transformări adiabatice,

$$p' = C\rho'^k, \tag{11}$$

condiţia de similitudine (10) se scrie sub forma

$$Ck\rho'^{k-2}\frac{\partial p'}{\partial x'} = \frac{g}{\beta^2}\frac{\partial Z}{\partial x'},$$

sau, după integrare,

$$\frac{k}{k-1}C\rho'^{k-1} = \frac{g}{\beta^2}Z + f(y').$$

Dacă s-ar fi comparat a doua ecuaţie (5) cu a doua ecuaţie (8) ar fi rezultat

$$\frac{k}{k-1}C\rho'^{k-1} = \frac{g}{\beta^2}Z + f_1(x').$$

Deoarece aceste relaţii trebuie să fie compatibile, rezultă că f şi f_1 sînt în realitate constante pure (nu funcţii de coordonate), deci

$$\frac{k}{k-1}C\rho'^{k-1} = \frac{g}{\beta^2}Z + C_1. \tag{12}$$

Scriind relaţia (12) pentru un punct curent şi pentru punctul de la infinit aval, se obţine următoarea condiţie de similitudine furnizată de analogia ecuaţiilor de mişcare :

$$\frac{k}{k-1}C(\rho'^{k-1} - \rho'^{k-1}_{\infty av}) = \frac{g}{\beta^2}(Z - Z'_{\infty av}). \tag{13}$$

Forma ecuațiilor de continuitate (7) și (9) permite să se deducă că între ρ' și Z există o relație de tipul $\rho' = \varphi(Z)$. Ecuația de continuitate (9) se scrie sub forma

$$\tau \frac{d\varphi}{dZ}\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\lambda}{\beta}\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\lambda}{\beta}\frac{d\varphi}{dZ}\left(u\frac{\partial Z}{\partial x} + v\frac{\partial Z}{\partial y}\right) = 0. \quad (14)$$

Comparînd cu ecuația (7) și ținînd seama că $\lambda = \beta\tau$,

$$\frac{d\varphi}{dZ} = \frac{\varphi}{Z}, \text{ deci } \rho' = \varphi(Z) = C_2 Z. \quad (15)$$

Din relațiile (13) și (15) rezultă

$$\frac{\rho'^{k-1} - \rho'^{k-1}_{\infty av}}{\rho' - \rho'_{\infty av}} = \frac{k-1}{k}\frac{g}{C\beta^2 C_2} = \text{constant}. \quad (16)$$

Dacă se consideră $\rho' - \rho'_{\infty av} = 0$, atunci, prin derivarea expresiei precedente se obține $(k-1)\,\rho'^{k-2} = \text{const}$, pentru orice ρ', ceea ce impune $k=2$. În acest caz, din relațiile (16), (12) și (15) rezultă $C_2 = \frac{g}{2C\beta^2}$ și $C_1 = 0$. Relațiile (11), (13) și (15) se scriu sub forma

$$\frac{p'}{\rho'^2} = C, \quad \rho' - \rho'_{\infty av} = \frac{g}{2C\beta^2}(Z - Z_{\infty av}), \quad \rho' = \frac{g}{2C\beta^2}Z \quad (17)$$

sau, ținînd seama de legea generală a gazelor $\frac{p'}{\rho'} = RT'$,

$$\sqrt{\frac{p'}{p'_{\infty av}}} = \frac{\rho'}{\rho'_{\infty av}} = \frac{T'}{T'_{\infty av}} = \frac{Z}{Z_{\infty av}}. \quad (18)$$

Viteza sunetului într-un gaz este dată de formula lui Newton $c' = \sqrt{k\frac{p'}{\rho'}}$, iar viteza analoagă pe modelul cu apă este $c = \beta c' = \beta\sqrt{\frac{2p'}{\rho'}}$, cu $p' = C\rho'^2 = \frac{gZ}{2\beta^2}\rho'$, conform relațiilor (11) și (17). Se obține $c = \sqrt{gZ}$.

Dacă se notează cu U' viteza fluidului compresibil și cu U viteza apei, atunci numărul Mach $M' = U'/c'$ atașat curgerii fluidului compresibil are ca analog numărul $M = \frac{U}{\sqrt{gZ}}$, numărul Froude atașat curgerii cu nivel liber a fluidului incompresibil. Pe de altă parte, $U = \beta U'$ și $\sqrt{gZ} = \beta c'$; rezultă că este necesar să se realizeze egalitatea dintre numărul Mach al curgerii gazului și numărul Froude al curgerii lichidului.

$$\frac{U'}{c'} = \frac{U}{\sqrt{gz}}. \quad (19)$$

3. Utilizarea analogiei hidraulice la studiul unor elemente fluidice.

Din egalitatea (19) a numerelor Mach și Froude, notînd $\zeta = \frac{Z}{\rho'}$ și ținînd seama de legea izentropică $p' = C\rho'^2$, se deduce

$$\beta = \frac{U}{U'} = \sqrt{\frac{gZ}{2p'/\rho'}} = \sqrt{\frac{g\zeta}{2C}}. \tag{20}$$

Modelul elementului fluidic se construiește utilizînd rapoartele de similitudine al lungimilor $\lambda = \frac{L}{L'}$, al vitezelor $\beta = \frac{U}{U'}$, al timpilor $\tau = \frac{t}{t'}$, și al debitelor masice

$$q_m = \frac{Q_m}{Q'_m} = \frac{\rho ULZ}{\rho' U' L' h} = \frac{\rho}{h}\beta\lambda\zeta. \tag{21}$$

Se observă că în timp ce în cazul elementului fluidic înălțimea h a canalelor rămîne constantă și densitatea ρ' a fluidelor variază, în cazul modelului cu apă densitatea ρ rămîne constantă și înălțimea apei Z variază.

Caracteristicile de bază ale elementelor fluidice studiate experimental în Laboratorul de hidraulică și mașini hidraulice al Institutului politehnic din București (fig. 1 și 2) sînt :

— presiunea în aval $p'_{\infty av} = p_0 = 10330$ mm col $H_2O = 1$ bar ;
— presiunea în amonte $p'_{\infty am} = (10330 + 400)$ mm col $H_2O = 1{,}07$ bari ;
— densitatea aerului în aval (la 15°C) $\rho'_{\infty av} = 1{,}226$ kg/m³ ;
— densitatea aerului în amonte

$$\rho'_{\infty am} = \rho'_{\infty av}\sqrt{\frac{p'_{\infty am}}{p'_{\infty av}}} = 1{,}251 \text{kg/m}^3.$$

În vederea realizării modelului cu apă, se admit, constructiv, pentru raportul λ de similitudine al lungimilor și pentru nivelul $Z_{\infty av}$ al suprafeței libere în aval.

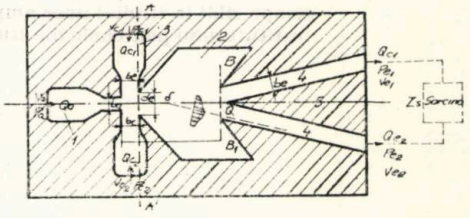


Fig. 1

Măsurătorile efectuate pe modelul cu apă permit, pe baza relaţiilor de similitudine stabilite, cunoaşterea evoluţiei gazului în elementul fluidic prototip.

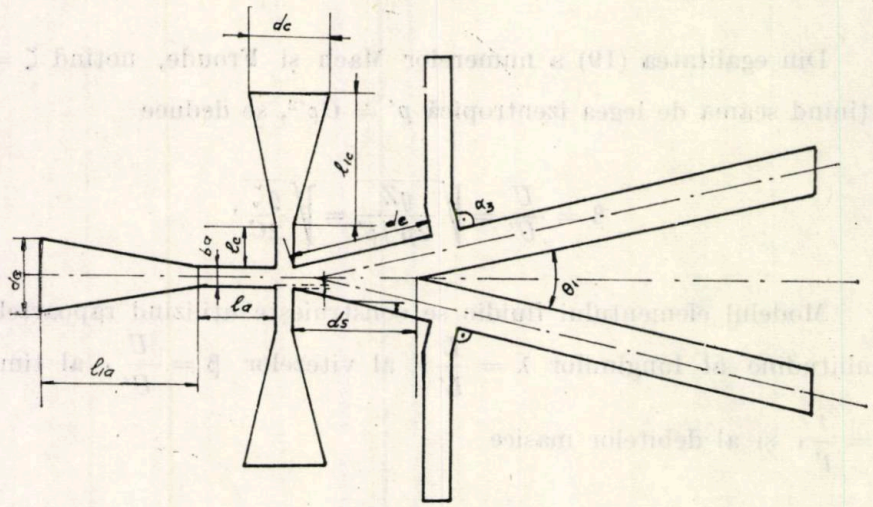


Fig. 2

Catedra de hidraulică şi maşini hidraulice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Yih, C. S.* Fluid Mechanics, A Concise Introduction to the Tehory, Mc Graw-Hill Book Company, 1969.
2. *Riabouchinsky, D.* Sur l'analogie hydraulique des mouvements d'un fluide compressible, C. R. A. S., novembre 1932.
3. *Laitone, E. V.*, A Study of Transonic Gaz Dynamics by the Hydraulic Analogy, Journal of the Aeronautical Sciences, April 1952.
4. *Hoyt, J. W.*, The Hydraulic Analogy for Compressible Gas Flow, Applied Mechanics, juin 1962
5. *Dat, J., Fonade, C.* Applications de l'analogie hydraulique, La houille blanche, janvier 1969.
6. *Florea S.*, Contribuţii la studiul amplificatoarelor de tipul jet-jet pentru automatizări şi calculatoare analogice, Teză de doctorat, Bucureşti, 1969.
7. *Florea, J., Panaitescu, V., Harnaj, A.*, Utilizarea analogicii între curgerea sub presiune a unui fluid compresibil şi curgerea cu suprafaţă liberă a unui fluid incompresibil la studiul unor amplificatoare fluidice. A XV-a Sesiune ştiinţifică a Institututului politehnic din Bucureşti, decembrie 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.91.07

CONTRIBUȚII ASUPRA DETERMINĂRII RAZEI R LA VÎRF ȘI A RAZEI ρ DE ASCUȚIRE A TĂIȘULUI LA SCULELE AȘCHIETOARE *

V. TACHE, A. VLASE

În orice problemă de investigare a procesului de așchiere trebuie determinată riguros geometria sculelor așchietoare. Printre parametrii geometrici un loc important îl ocupă raza R la vîrf și raza ρ de ascuțire a tăișului. Măsurarea acestor mărimi a constituit și continuă să constituie o problemă extrem de dificilă. Se cunoaște că raza R la vîrf a sculei așchietoare are o mare influență asupra desfășurării procesului de așchiere, influențînd în principal rugozitatea suprafeței prelucrate, stabilitatea vîrfului, precum și apăsarea specifică de așchiere. De asemenea, raza ρ de ascuțire a tăișului influențează în principal deformațiile plastice, ecruisarea materialului din zona așchiată și rugozitatea suprafeței așchiate/2,4/.

Prin urmare, are o mare importanță determinarea cît mai exactă a razelor R și ρ. Sabloanele construite în trepte, cu anumite raze, nu pot aprecia cu suficientă exactitate mărimea razelor după ascuțire.

În cele ce urmează se prezintă o metodă combinată de măsurare și de calcul analitic pentru trei tipuri caracteristice de cuțite, mai des utilizate în practică (fig. 1, 2 și 3)

În fig. 1 este reprezentată schema de măsurare a razei R la vîrf, la un cuțit lateral — STAS 6381—67, pe un microscop universal cu diviziunea de 1 μm.

Firul reticular I se reglează tangent la tăișul principal și se fac mici deplasări de potrivire, pe verticală, pînă ce firul reticular II se suprapune prin rotire pe tangenta la tăișul secundar. În felul acesta se obține centrul de rotire V, adică vîrful cuțitului. Se readuce firul reticular II în poziție orizontală și se face prima citire la microscop. Se coboară apoi firul reticular II tot în poziție orizontală pînă devine

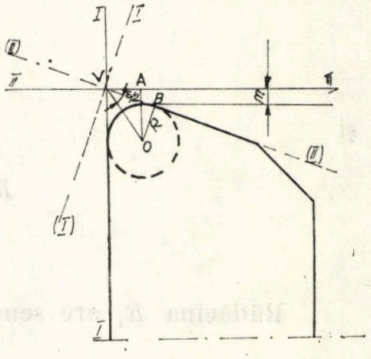


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 1 decembrie 1975

tangent la raza R a sculei și se face a doua citire. Diferența celor două citiri reprezintă mărimea „m", în μm. Dacă se cunoaște „m" se poate calcula cu suficientă precizie valoarea razei R, cu o relație simplă, obținută în felul următor :

Din $\Delta\ VOB$ (fig. 1), se obține :

$$\overline{VO} = \frac{R}{\sin\frac{\varepsilon}{2}},$$

iar din $\Delta\ VOA$,

$$\overline{OA} = R + m$$

$$\overline{VA} = R$$

și

$$\overline{VO}^2 = \overline{VA}^2 + \overline{OA}^2 \tag{1}$$

Înlocuind valorile obținute în relația (1), rezultă :

$$\frac{R^2}{\sin^2\frac{\varepsilon}{2}} = R^2 + (R+m)^2,$$

care explicitată în R, duce la o ecuație de gradul 2,

$$\left(\frac{1}{\sin^2\frac{\varepsilon}{2}} - 2\right)R^2 - 2mR - m^2 = 0 \tag{2}$$

Prin rezolvarea ecuației (2) se obțin rădăcinile :

$$R_1 = \frac{m}{\operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2} - 1}, \tag{3}$$

și

$$R_2 = -\frac{m}{\operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2} + 1}, \tag{4}$$

Rădăcina R_1 are sens pentru

$$\frac{m}{\operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2} - 1} \geqslant 0 \Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2} - 1 \geqslant 0 \Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2} \geqslant 1 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} \leqslant 45^\circ \Rightarrow \varepsilon \leqslant 90^\circ$$

iar rădăcina R_2 nu are sens, deoarece pentru

$$-\frac{m}{\operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2}+1}\geqslant 0 \Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2}+1\leqslant 0 \Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{\varepsilon}{2}\leqslant -1 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2}\geqslant 135^\circ \Rightarrow \varepsilon \geqslant 270^\circ$$

În consecință, pentru calculul razei R la vîrf, se va folosi relația (3), care, aplicată la cuțitul studiat ($\varepsilon = 85°$), se obține:

$$R=\frac{m}{\operatorname{ctg}42°30'-1}=\frac{m}{1{,}091-1}=10{,}989\ m\ [\mu m], \tag{5}$$

adică se înmulțește valoarea „m" obținută la microscop cu coeficientul 10,989, coeficient care este constant pentru același tip de sculă.

În fig. 2 este redată schema de măsurare a razei R la vîrf, la un cuțit drept pentru degroșat, STAS 6376—67.

Procedeul de măsurare a valorii „m" este identic ca în primul caz.

Pentru determinarea expresiei razei R, se folosește $\Delta\, AVO$, în care:

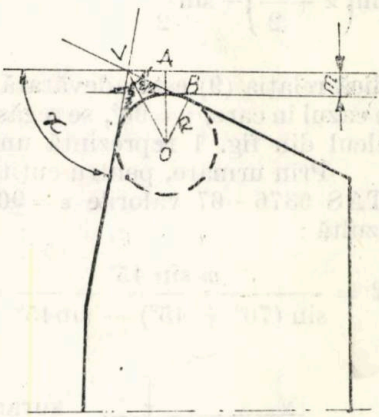


Fig. 1

$$\sin \widehat{AVO}=\sin\left(180°-\varkappa-\frac{\varepsilon}{2}\right)=$$

$$=\sin\left(\varkappa+\frac{\varepsilon}{2}\right), \tag{6}$$

sau

$$\sin \widehat{AVO}=\frac{\overline{AO}}{\overline{VO}} \tag{7}$$

Din $\Delta\ VBO$, rezultă:

$$\overline{VO}=\frac{R}{\sin\frac{\varepsilon}{2}},$$

care introdusă în relația (7), se obține:

$$\sin \widehat{AVO}=\frac{\overline{AO}}{\overline{VO}}=\frac{m+R}{\frac{R}{\sin\frac{\varepsilon}{2}}}=\frac{(m+R)\sin\frac{\varepsilon}{2}}{R} \tag{8}$$

Din egalitatea relațiilor (6) și (8) rezultă :

$$R = \frac{m \sin\frac{\varepsilon}{2}}{\sin\left(\varkappa + \frac{\varepsilon}{2}\right) - \sin\frac{\varepsilon}{2}} \; [\mu m] \tag{9}$$

Relația (9) are sens pentru :

$$\frac{m \sin\frac{\varepsilon}{2}}{\sin\left(\varkappa + \frac{\varepsilon}{2}\right) - \sin\frac{\varepsilon}{2}} \geqslant 0 \Rightarrow \sin\left(\varkappa + \frac{\varepsilon}{2}\right) > \sin\frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow \varkappa + \frac{\varepsilon}{2} > \frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow \varkappa > 0,$$

adică relația (9) este adevărată pentru orice unghi de atac principal $\varkappa > 0$. În cazul în care, $\varkappa = 90°$, se regăsește relația (3), ceea ce relevă că schema de calcul din fig. 1 reprezintă un caz particular.

Prin urmare, pentru cuțitul reprezentat în fig. 2, se va lua din STAS STAS 6376—67 valorile $\varepsilon = 90°$ și $\varkappa = 70°$, care, introduse în relația (9), rezultă :

$$R = \frac{m \sin 45°}{\sin(70° + 45°) - \sin 45°} = m \frac{0{,}707}{0{,}906 - 0{,}707} = 3{,}552 m \; [\mu m] \tag{10}$$

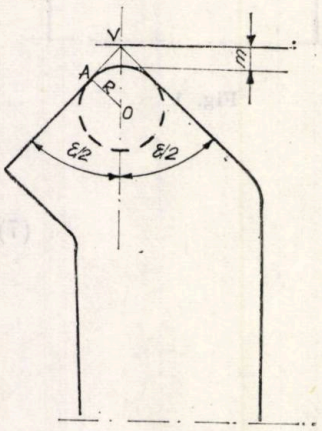


Fig. 3

În fig. 3, este prezentată schema de măsurare a razei R la vîrf, pentru un cuțit încovoiat de degroșat, STAS 6377—67.

Procedeul de determinare a valorii lui „m", se menține.

Relația pentru calculul razei R la vîrf, se determină în felul următor :

Din $\Delta\, VAO$, rezultă :

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \frac{R}{R + m}$$

de unde :

$$R = \frac{m \sin\frac{\varepsilon}{2}}{1 - \sin\frac{\varepsilon}{2}}, \; [\mu m]$$

Din STAS 6377—67 se va lua $\varepsilon = 90°$, corespunzător cuțitului studiat, încît din relația (11), se va obține :

$$R = m \frac{\sin 45°}{1 - \sin 45°} = m \frac{0{,}707}{1 - 0{,}707} = 2{,}413 \; m \; [\mu m] \tag{12}$$

În fig. 4 și 5 sînt reprezentate secțiunile normale prin tăișul principal la un cuțit drept pentru degroșat, STAS 6376—67, în cazul în care unghiul γ este pozitiv (fig. 4) și negativ (fig. 5).

Procedeul de determinare, la microscop, a valorii lui „m", este cel prezentat mai înainte.

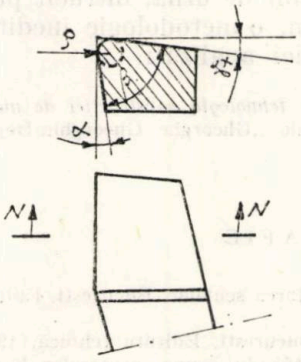


Fig. 4

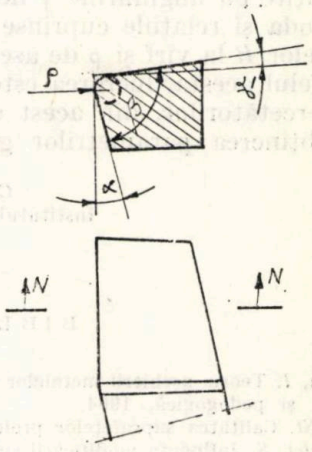


Fig. 5

Relația pentru calculul razei ρ de ascuțire a tăișului este identică cu relația (3) în cazul unghiurilor γ pozitive (fig. 4), adică.

$$\rho = \frac{m}{\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2} - 1} \ [\mu\text{m}], \tag{13}$$

cu condiția ca unghiul $\beta \leqslant 90°$, iar relația pentru determinarea lui ρ, în cazul cuțitelor cu unghiuri γ negative (fig. 5), este identică cu relația (11),

$$\rho = \frac{m \sin\frac{\beta}{2}}{1 - \sin\frac{\beta}{2}} \ [\mu\text{m}] \tag{14}$$

care este valabilă pentru orice unghi de ascuțire $\beta > 0$.

Dacă se utilizează valoarea unghiului de ascuțire $\beta = 70°$, conform STAS 6376—67 și se introduce în relațiile (13) și (14) se obține:

$$\rho_1 = \frac{m}{\operatorname{ctg} 35° - 1} = \frac{m}{1{,}428 - 1} = 2{,}336 \text{ m } [\mu\text{m}], \tag{15}$$

pentru cuțite cu unghiuri γ de degajare pozitive și

$$\rho_2 = \frac{m \sin 35^\circ}{1-\sin 35^\circ} = m \frac{0{,}573}{1-0{,}573} = 1{,}342 \text{ m } [\mu\text{m}], \qquad (16)$$

pentru cuțite cu unghiurille γ negative.

Metoda și relațiile cuprinse în prezenta lucrare conduc la determinarea razelor R la vîrf și ρ de ascuțire cu o precizie de pînă la 1 μm.

În felul acesta, lucrarea este deosebit de utilă, întrucît pune la dispoziția cercetătorilor, din acest domeniu, o metodologie inedită și relații pentru obținerea parametrilor geometrici analizați.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Lăzărescu, I.* Teoria așchierii metalelor și proiectarea sculelor. București, Editura didactică și pedagogică, 1964.
2. *Enache, St.* Calitatea suprafețelor prelucrate. București, Editura tehnică, 1966.
3. *Hans-Dieter, S.* Influența modificării geometriei tăișului asupra proceselor de așchiere. Prelucrarea metalelor prin așchiere, nr. 9, 1973.
4. *Dumitraș, C. ș. a.* Cercetări privind raza tăișului sculei și uzura de pe suprafața de degajare, la strunjirea longitudinală. Construcția de mașini, nr. 10, 1973.
5. x x x STAS 6381—67; 6376—67; 6377—67.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z. : 621.3.018.7

MECANISMUL DEFORMĂRII PLASTICE A METALELOR PRINTR-O MATRIȚĂ CONICĂ ACTIVATĂ CU ULTRASUNETE

NICOLAE ATANASIU

Ultrasunetele se folosesc în tehnică și în diferitele domenii ale științei naturii de aproape patru decenii, dar cercetările sistematice privind deformarea plastică a metalelor a început după anul 1960/1/,/2/.

Prin aplicarea ultrasunetelor sculei și/sau metalului în timpul deformării plastice se obține reducerea forțelor de deformare, creșterea deformabilității metalelor și îmbunătățirea calității produselor.

Aceste influențe ale ultrasunetelor s-au atribuit :

a) „efectului de volum", care determină modificarea caracteristicilor tensiune/deformație încît limita de curgere scade, tensiunea de rupere crește și gradul de ecruisare se reduce :

b) „efectului de suprafață" care determină reducerea frecării de contact sculă — metal,

Complexitatea fenomenelor fizice și mecanice ce apar la deformarea plastică a metalelor și aliajelor în cîmp ultrasonic a generat numeroase puncte de vedere cu privire la mecanismul pe care se bazează „efectul de volum" și felul în care ultrasunetele modifică cinematica de alunecare la suprafețele de contact /3/, /4/, /5/, /6/, /7/.

Pentru dezvoltarea cunoștințelor cu privire la rolul energiei de vibrație în procesele de deformare plastică a materialelor metalice s-au întreprins cercetări teoretice și experientale privind trefilarea sîrmelor și tragerea barelor printr-o matriță conică convergentă, oscilată paralel cu direcția de tragere.

În lucrare se face analiza dependenței tensiunii de tragere de limita de curgere a metalului, de unghiul conului de lucru al matriței, de viteza proceselor de trefilare, de coeficientul de frecare la interfața sculă metal, de gradul de reducere, de coeficientul de vîscozitate și de intensitatea cîmpului ultrasonic din focarul de deformare.

Experimentările pentru determinarea influenței ultrasunetelor asupra deformabilității metalelor și aliajelor s-au efectuat prin încercări la tracțiune pe epruvete din aluminiu, duraluminiu, cupru și aliaj de aluminiu 6063. La toate materialele metalice investigate s-a observat scăderea

* Manuscris predat redacției la data de 30 decembrie 1974

limitei de curgere în cîmp ultrasonic care însă era diferită pentru fiecare material.

Pe baza rezultatelor experimentale s-au determinat constantele de materiale și s-a stabilit o lege care descrie efectul reducerii limitei de curgere sub infuența ultrasunetelor sub forma /8/, /9/, /10/, /11/, /12/.

$$\sigma_y(I) = \sigma_{y0} \exp a(I_0 - I) \tag{1}$$

în care : σ_{y0} este limita de curgere a metalului pentru intensitatea I_0 a ultrasunetelor ; a — constanta de material ; I — intensitatea cîmpului ultrasonic din focarul de deformare.

În ceea ce privește procesele de frecare care apar la suprafețele limită în procedeele de prelucrare prin trefilare și tragere, acestea s-au cercetat pe o instalație experimentală cu ajutorul căreia s-a putut determina coeficientul de frecare în prezența și fără ultrasunete. Experimentările efectuate pe duraluminiu și cupru pur au arătat că ambele materiale prezintă o scădere însemnă a coeficientului de frecare cu creșterea amplitudinii de vibrație a sculei. De asemenea, s-a constatat că coeficientul de frecare în cîmp ultrasonic scade pe măsură ce deformația crește și pentru deformații mari se apropie de o valoare constantă. Coeficientul de frecare μ (mărime adimensională dependentă de regimul de frecare) s-a evaluat cu o lege de tip Coulomb :

$$\mu = \frac{\xi}{\sigma_{\theta\theta}} \tag{2}$$

în care : τ este tensiunea de forfecare datorită frecării ; $\sigma_{\theta\theta}$ — tensiunea normală pe suprafața sculei.

Principalii factori care influențează frecarea de tip Coulomb în cîmp ultrasonic sînt : direcția de propagare a undelor ultrasonice în raport cu direcția de frecare, frecvența ultrasunetelor și amplitudinea de vibrație, viteza de alunecare, forța normală care acționează pe suprafața de frecare, natura materialului prelucrat și calitatea sculelor, natura și starea lubrifiantului.

Ponderea fiecărui factor în parte asupra procesului de frecare este greu de determinat din acest motiv fenomenele de frecare în cîmp ultrasonic se vor reprezenta printr-o medie a factorilor considerați cu ajutorul expresiei :

$$\mu_u = \mu\left(1 - \frac{2}{\pi} \text{ arc } \cos\frac{v_f}{v_s}\right) = \mu(1 - n) \tag{3}$$

unde : μ_u este coeficientul de frecare cu ultrasunete ; μ — fără ultrasunete ; v_f — viteza de oscilație a undelor ultrasonice ; v_s — amplitudinea vitezei de oscilație ; n — factor variabil avînd valori $0 \leqslant n \leqslant 1$.

Pentru a descrie influența ultrasunetelor asupra coeficientului de vîscozitate autorul lucrării a pornit de la modelul Bingham de forma :

$$\sigma = \sigma_y + 2\beta\,\dot{\varepsilon} \tag{4}$$

în care : σ_y este limita de curgere ; β — coeficientul de vîscozitate ; $\dot{\varepsilon}$ — viteza de deformaţie.

Aceiaşi relaţie între tensiuni şi deformaţii se păstrează şi în prezenţa ultrasunetelor numai că tensiunile şi coeficientul de vîscozitate vor depinde de intensitatea ultrasonică :

$$\sigma(I) = \sigma_y\ (I) + 2\beta_0\,(I)\dot{\varepsilon} \tag{5}$$

Eliminînd pe $\dot{\varepsilon}$ presupus constant la variaţia ultrasunetelor se obţine :

$$\frac{\beta(I)}{\beta_0} = \frac{\sigma(I) - \sigma_y\,(I)}{\sigma - \sigma_y} \tag{6}$$

Admiţînd că :

$$\sigma(I) = \sigma_y(I) + [\sigma(I) - \sigma_{y0}]\ \exp\, a(I_0 - I) \tag{7}$$

se obţine expresia care descrie efectul ultrasunetelor asupra coeficientului de vîscozitate avînd forma :

$$\beta(I) = \beta_0\ \exp\ a(I_0 - I) \tag{8}$$

în care : β_0 este coeficientul de vîscozitate pentru $I = I_0$;
a — constanta de material.

Datele experimentale arată că influenţa ultrasunetelor scade cu creşterea vitezei procesului de deformare. Pentru a descrie acest efect, relaţia (8) a fost înlocuită cu o altă expresie stabilită de autor :

$$\sigma(I) - \sigma_y\,(I) = p(I - I_0)\,[\sigma\,(I_0) - \sigma_y(I_0)\,\exp\, a\,(I - I_0) \tag{9}$$

unde : $p(I - I_0)$ este astfel determinat încît să descrie efectul menţionat mai sus, deci :

$$p(I - I_0) = 1 + b(I - I_0)^c \tag{10}$$

Făcînd înlocuirile necesare se obţine expresia :

$$\beta(I) = \beta_0(1 + bI^c)\ \exp\, a\,(I_0 - I) \tag{11}$$

în care : b şi c sînt constante de material.

Pentru determinarea constantei de material a precum şi a constantelor b şi c funţie de intensitatea ultrasonică, autorul a elaborat un program de calculator în limbaj Fortran. Valorile constantelor de material a, b şi c rezultate din calculele efectuate se prezintă în tabela 1.

Pentru a obţine expresia tensiunii de trefilare sau de tragere care să ţină seama de efectul de volum şi de efectul de suprafaţă al ultrasunetelor

Valorile constantelor de material pentru
$H(5) = 0{,}9393$; $H(10) = 0{,}8030$; $H(15) = 0{,}7045$
$H(20) = 0{,}6060$; $H = \beta/\beta_0$

Tabela 1

Nr. crt.	$a(5)$ *	$a(10)$	$a(15)$ **	$a(15)$	$a(20)$	b	c
1	0,206	0,0310	0,0331	0,0329	0,0349	0,006	1,2
2	0,0250	0,0367	0,0394	0,0393	0,0416	0,008	1,3
3	0,0306	0,0443	0,0477	0,0478	0,0504	0,010	1,4
4	0,0376	0,0541	0,0582	0,0586	0,0615	0,012	1,5
5	0,0462	0,0662	0,0708	0,0717	0,0745	0,014	1,6
6	0,0566	0,0808	0,0854	0,0869	0,0891	0,016	1,7

* Constanta de material determinată experimental pentru $I = 5$ Wcm^{-2}
** Constanta de material stabilită prin calcule.

în timpul prelucrării prin deformare plastică a metalelor și aliajelor vom folosi formula (5) din lucrarea (12) în care se introduc expresiile (1), (3) și (11):

$$\frac{\sigma_{xf}}{\sigma_{y0}} = \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{y0}\exp a(I_0 - I)} + 2f(\alpha)\ln\frac{R_0}{R_f} + \frac{2}{3}\frac{v_f}{R_f \sin\alpha}\frac{\beta_0}{\sigma_{y0}}(1 + bI^c)\left[1 - \left(\frac{R_f}{R_0}\right)^3\right]$$

$$\left[1 - \cos\alpha + \frac{11}{3}(1 - \cos^3\alpha)\right] + 2\mu(1 - n)\operatorname{ctg}\alpha \ln\frac{R_0}{R_f}\left[-\ln\frac{R_0}{R_f} + \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{y0}\exp a(I_0 - I)} + 1\right] \tag{12}$$

în care: σ_{xf} este tensiunea de tragere; σ_{xb} — contratensiunea de tragere; R_0 — raza materialului inițial; R_f — raza produsului trefilat sau tras; v_f — viteza procesului; α — semiunghiul conului matriței.

Prin derivarea expresiei (12) în raport cu α și ținînd cont că $f(\alpha) \simeq -1$ s-a determinat unghiul α_{opt} al conului matriței. Unghiul α_{opt} va fi soluția pozitivă a ecuației, deci:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{\sigma_{xf}}{\sigma_{y0}} = 0\right) \tag{13}$$

Efectuînd calculele necesare se obține:

$$\alpha_{opt} = \sqrt{\frac{\frac{1}{6}\mu(1 - n)\ln\frac{R_0}{R_f}\left[-\ln\frac{R_0}{R_f} + \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{y0}\exp a(I_0 - I)} + 1\right]}{\frac{v_f}{R_f}\frac{\beta_0}{\tau_{y0}}(1 + bI^c)\left[1 - \left(\frac{R_f}{R_0}\right)^3\right]}} \tag{14}$$

Pentru determinarea parametrilor tehnologici și acustici care intervin în formula (12) s-a elaborat un program de calculator în limbaj Fortran reprezentat în fig. 1.

Formula (12) permite stabilirea influenței ultrasunetelor asupra creșterii gradului de deformare a metalului în timpul trefilării sau tragerii în

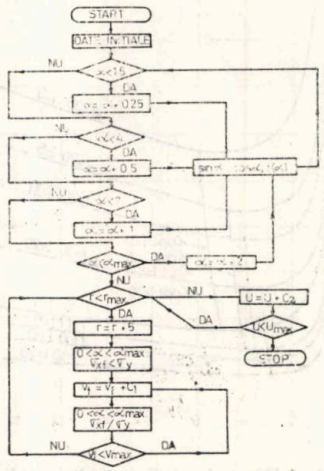


Fig. 1. — Schema logică de calcul pentru procedeul de trefilare în cîmp ultrasonic (formula(12).

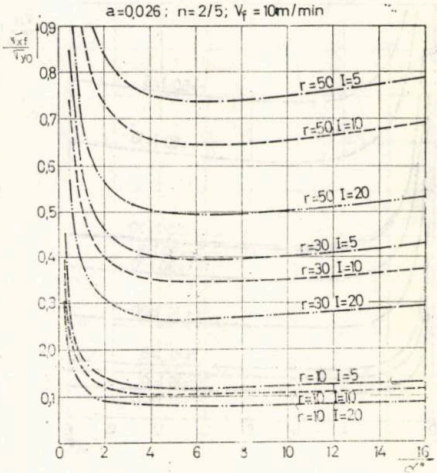


Fig. 2. — Efectul constantei de material „*a*" asupra tensiunii relative de tragere.

cîmp ultrasonic, în comparație cu trefilarea convențională, prin intermediul constantei de material *a*. Pentru ilustrarea efectului s-au trasat o serie de diagrame în care în ordonată s-a trecut tensiunea de tragere raportată la valoarea limitei de curgere a materialului metalic, iar în abscisă semiunghiul conului matriței. Astfel, în fig. 2 sînt trasate graficele obținute din calcule pentru următoarele valori : $\sigma = 16$ daN/mm^2, $a = 0{,}026$ factorul $n = 2/5$, reducerea secțiunii $r = 10{,}30$ și 50 %, intensitatea ultrasonică din focarul de deformare $I = 5$, 10 și 20 Wcm^{-2}, iar viteza de tragere $v_f = 10$ m/min. S-a considerat că trefilarea se execută fără contratensiune, deci $\sigma_{xb} = 0$. Din diagramă se vede că odată cu creșterea intensității acustice, tensiunea de tragere scade mult, mai ales în cazul unor reduceri mai mari de secțiune. În fig. 3 curbele s-au trasat pentru aceleași valori ca și în fig. 2 cu deosebire că s-a modificat valoarea constantei de material și anume : $a = 0{,}040$.

Pentru determinarea influenței ultrasunetelor asupra frecării de contact prin intermediul factorului n s-au trasat curbele din fig. 4 cu următoarele valori : $a = 0{,}033$, $v_f = 30$ m/min, $r = 10$ și 30 %, $I = 0$, 5, 10 și 20 W cm^{-2}, iar $n = 2/5$.

Calculele efectuate arată că creșterea factorului n, adică o scădere a coeficientului de frecare μ_u datorită ultrasunetelor din focarul de deformare, determină o reducere substanțială a tensiunii de tragere mai ales la unghiuri α mici.

De asemenea, pe curbele din fig. 4 se arată și modificarea unghiului α_{opt} funcție de intensitatea ultrasonică. Se vede că unghiul α_{opt} scade odată cu creșterea intensității ultrasonice. Posibilitatea deplasării unghiului α_{opt} spre valori mai mici în cazul trefilării cu ultrasunete se datorește reducerii pierderilor prin frecare de contact dintre matriță și metal.

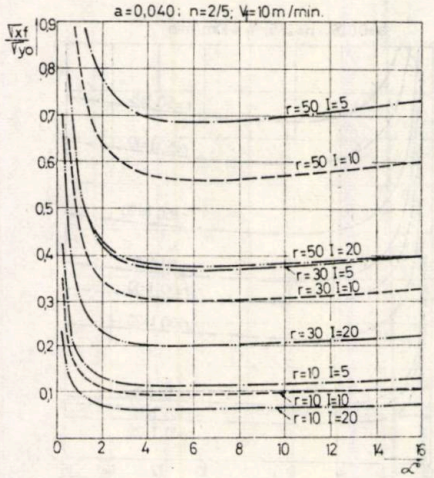


Fig. 3. — Influența constantei de material „*a*" asupra tensiunii relative de tragere.

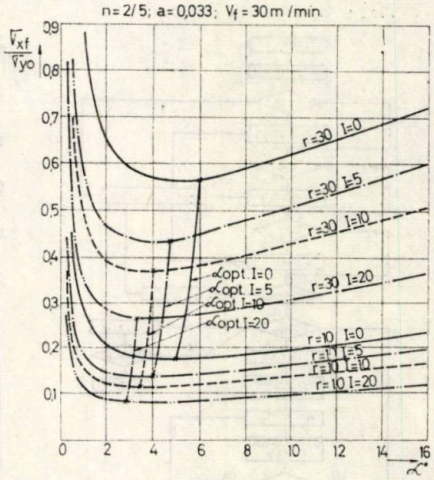


Fig. 4 — Efectul coeficientului „*n*" asupra tensiunii relative de tragere.

Folosind formula (12) s-a determinat efectul ultrasunetelor asupra coeficientului de vîscozitate a metalelor prin intermediul constantelor *b* și *c*. Astfel, curbele din fig. 5 s-au trasat cu următoarele valori : $a =$

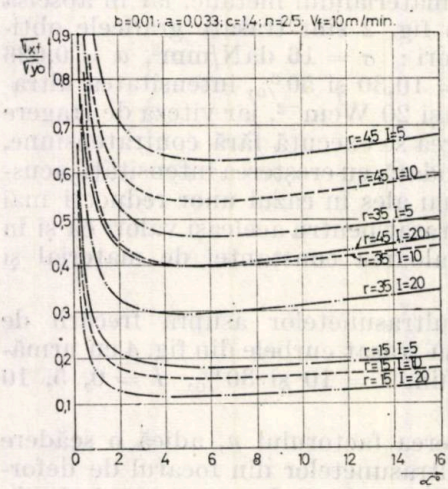


Fig. 5 — Efectul constantei de material „*b*" asupra tensiunii relative de tragere.

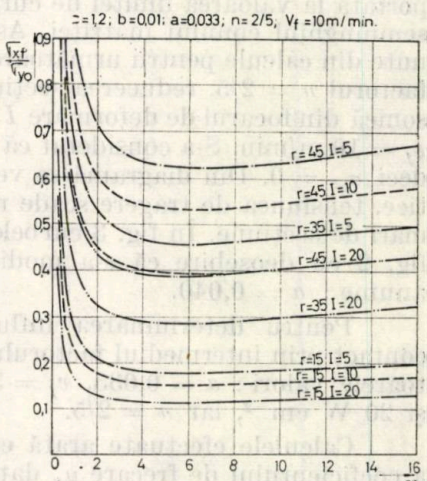


Fig. 6 — Efectul constantei de material „*c*" asupra tensiunii de tragere.

0,033, $n = 2/5$, $b = 0{,}01$ și $c = 1{,}4$, iar $v_f = 10$ m/min. Menținînd neschimbați ceilalți parametri dar modificînd valoarea lui $c = 1{,}2$ s-au obținut curbele din fig. 6. Din figurile 5 și 6 rezultă că creșterea valorilor constantelor de material b și c determină o sporire a tensiunii relative de tragere mai semnificativă pentru unghiuri α mai mari și reduceri de secțiuni mai importante.

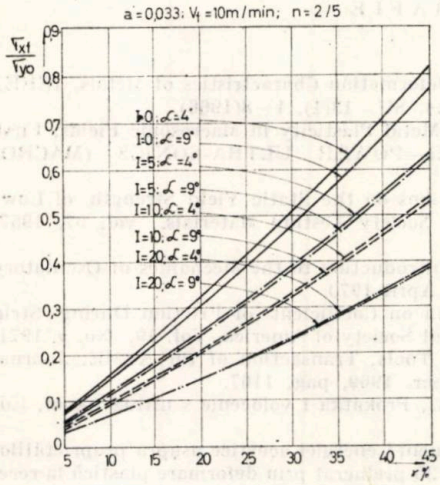


Fig. 7 — Influența vitezei de trefilare asupra tensiunii relative de tragere.

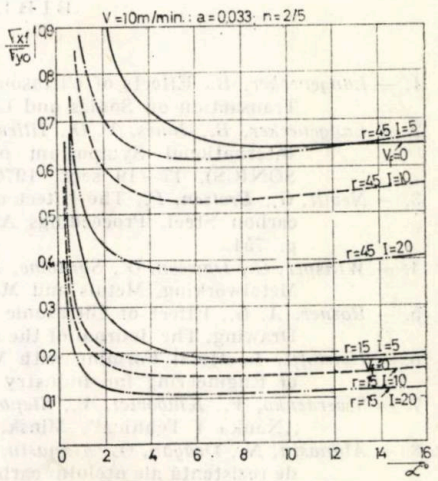


Fig. 8. — Variația tensiunii relative de tragere în raport cu reducerea secțiunii.

Influența vitezei de trefilare asupra tensiunii relative de tragere se arată în fig. 7. Curbele s-au trasat pentru două reduceri de secțiune $r = 15$ și 45% și pentru $I = 5$; 10 și 20 Wcm^{-2}, iar $v_f = 10$ min/min. Pentru a face o comparație imediată, pe figură s-a trasat și curba corespunzătoare lui $v_f = 0$. Exemplificînd arătam că la $v_f = 10$ m/min tensiunea relativă de tragere $\sigma_{xf}/\sigma_{y0} = 3{,}75$, iar la $v_f = 30$ m/min, $\sigma_{xf}/\sigma_{y0} = 4{,}37$. Graficele din fig. 7 arată că efectul reducerii forței de tragere datorită ultrasunetelor este diminuat de efectul vitezei de trefilare.

Efectul reducerii secțiunii metalului asupra tensiunii relative de tragere se arată în fig. 8. În calculele efectuate s-au folosit următoarele valori: $\alpha = 4$ și 9°, $I = 0$; 5; 10 și 20 Wcm^{-2}, iar $v_f = 10$ m/min. Din figură se vede că tensiunea relativă de tragere σ_{xf}/σ_{y0} crește cu reducerea secțiunii, însă această creștere este mai mică în cîmp ultrasonic în comparație cu trefilarea fără ultrasunete. Astfel, la $I = 5$ Wcm^2, tensiunea relativă de tragere este 3,90, iar la $I = 20$ Wcm^{-2}, $\sigma_{xf}/\sigma_{y0} = 3{,}37$ în timp ce la $I = 0$, $\sigma_{fx}/\sigma_{y0} = 5{,}15$.

În concluzie se poate arăta că graficele trasate cu ajutorul formulelor expuse corespund cu datele experimentale, care arată că ultrasunetele influențează limita de curgere, coeficientul de frecare cum și coficientul

de vîscozitate în sensul micşorării lor cu creşterea intensităţii ultrasonice. De asemenea, se constată că efectul reducerii forţei de tragere obţinut prin activarea ultrasonică a matriţei este diminuat de viteze mari de tragere.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. — *Langenecker, B.*, Effects of Ultrasound on Deformation Charactristics of Metals, IEEE, Transaction on Sonics and Ultrasonics, SU—13(1), 1—8(1966).
2. — *Langenecker, B., Jones, V. O., Illievich, J.*, Metal Plasticity in Macrosonic Fields, First International Symposium on HIGH—POWER ULTRA-SONICS (MACRO-SONICS), 17—19 sept. 1970, Graz.
3. — *Nevill, G., Brotzen, F.*, The Effect of Vibrations on the Static Yield Strength of Low-carbon Steel, Proceedings American Society Testing Materials, vol. 57, 1957, p. 751.
4. — *Winsper, C., Dawson, G., Sansome, H.*, An Introduction to the Mechanics of Oscillatory Metalworking, Metals and Materials, April 1970.
5. — *Rozner, A. G.*, Effect of Ultrasonic Vibration on Coefficient of Friction During Strip Drawing, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 49, No. 5, 1971.
6. — *Kristoffi, I.*, Metal Forming with Vibrated Tools, Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Industry November, 1969, pag. 1167.
7. — *Severdenko, V., Klubovici, V., Stepanenco, A.*, Prokatka i volocenie s ultrazvukom, Ed. „Nauka i Tehnica", Minsk, 1970.
8. — *Atanasiu, N., Drăgan, O., Atanasiu, Z.*, Influenţa energiei acustice asupra proprietăţilor de rezistenţă ale oţelului carbon OLT 35 prelucrat prin deformare plastică la rece, Metalurgia, 26 (1974) Nr. 8, pag. 522—523.
9. — *Atanasiu, N.*, Mecanismul deformării plastice a metalului la trafilarea sîrmelor printr-o matriţă conică activată ultrasonic, Metalurgia, sept. 1974, pag. 594—597.
10. — *Atanasiu, N.*, The Wire Drawing Process with Vibrated Die, Ultrasonics International 75, Londra, 24—25 martie 1975.
11. — *Atanasiu, N.*, The Wire Drawing Process with Axial Ultrasonic Vibration of the Die, sub tipar la revista Ultrasonics, Londra.
12. — *Atanasiu, N.*, Contribuţii privind influenţa ultrasunetelor asupra comportării metalelor la deformarea plastică printr-o matriţă conică convergentă, Metalurgia Nr. 6, 1975, p. 312.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII – 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z.: 656.1

APLICAȚII ALE TEORIEI SISTEMELOR DE AȘTEPTARE IN PROBLEMELE DE TRAFIC RUTIER*

CH. VASILIU, GH. ANTON, N. NISTOR

Teoria sistemelor de așteptare are aplicații în diferite domenii de activitate, în care intervin procese de servire cu caracter de masă, cum ar fi : în punctele de încărcare și descărcare a mărfurilor, în traficul rutier, feroviar și aerian, în telecomunicații, în procesul de întreținere și reparare a mijloacelor de transport etc.

Trăsătura caracteristică comună acestor sisteme de așteptare o constituie existența unui flux de cereri pentru servire, denumit flux de intrare care se caracterizează prin numărul de unități ce intră în sistem într-o unitate de timp. Fluxul de intrare are un caracter aleator deoarece nu este posibil întotdeauna să se prevadă momentele intrării unităților care solicită servirea în sistemul considerat.

Durata servirii unei anumite unități este, de asemenea, aleatoare, deoarece pentru servirea fiecărei unități este necesară o perioadă de timp, în care stația (punctul de servire) nu poate servi alte unități.

În cele ce urmează ne vom referi la sistemul de trafic rutier.

1 Procesul de stocare a unităților de trafic

Presupunem că o variabilă X, aleasă arbitrar, cu densitatea $f(x)$ este o funcție a variabilei reale t ; considerăm $X(t)$ valoarea lui X la momentul t. Toate celelalte mărimi asociate lui X vor fi funcții de t ; media $m(t)$; variația $v(t)$; transformata Laplace π (s, t) etc. Atunci $X(t)$ se numește proces de stocare avînd funcția de distribuție cumulativă :

$$F(x,t) = p[X(t) \leqslant x] \tag{1}$$

în cazul continuu și

$$P_n(t) = p[N(t) \leqslant n] \tag{2}$$

în cazul discret.

Vom considera un șir ideal, în care unitățile de trafic sosesc la momente de timp diferite și sînt servite la rînd și vom analiza trei procese de stocare legate de acest sistem :

* Manuscris predat redacției la data de 12 martie 1975

a) $N(t)$ — numărul de unităţi de trafic care sosesc la timpul t, incluzînd pe cele care au fost servite.

Dacă $N(t) = 0$ înseamnă că facilitatea este în repaus ; dacă $N(t) = 1$ înseamnă că o singură unitate de trafic este servită, iar în cazul general $p_n(t) = \text{Prob}\,(n-1)$ aşteaptă şi 1 este servită la momentul t.

b) $X(t)$ — durata cît trebuie să aştepte o unitate de trafic sosită la momentul t, înainte de a fi servită. Nu este necesar să se cunoască timpul pentru o anumită unitate de trafic, deoarece nu trebuie să existe o intrare în sistem la momentul t. Acesta se numeşte timp virtual de aşteptare, sau, dacă nu se confundă cu timpul de aşeptare al unei unităţi de trafic mai poate fi numit şi timp de aşteptare. Este definit exclusiv pentru timpul de serviciu, avînd domeniul $(0, \infty)$.

c) $N(t)$ — număr de unităţi de trafic ce trec prin şir înainte de a deveni libere, începînd cu „r" unităţi. Domeniul de definiţie : r, $r + 1$, $r + 2$,...

2. Definiţii fundamentale privind fluxul de trafic rutier

Timpul dintre sosirea celei de a n-a unitate de trafic a şirului şi unităţii $(n-1)-a$ se numeşte interval de sosire a unităţii n, iar durata cît unitatea n este în servire reprezintă timpul ei de servire.

Dacă sosirile survin la întîmplare, iar plecările după servire sînt de asemenea, aleatoare, distribuţiile intervalului şi timpului de servire vor fi exponenţial — negative.

La lumina semaforului e mai corect să presupunem că plecările efectuate în timpul fazei verzi se fac la intervale egale, iar distribuţia timpului de servire este deterministă. Cele două situaţii limită (aleatoare şi deterministă) vor sta la baza ipotezelor în traficul rutier.

Considerăm ritmul de sosire λ şi cel de plecare dintr-un şir negolit μ ; atunci media distribuţiei intervalului de sosire este $1/\lambda$, iar media distribuţiei timpului de servire este $1/\mu$. Raportul acestor cantităţi $\lambda/\mu = \rho$, reprezintă intensitatea traficului rutier.

Pentru a caracteriza mai precis cazurile : $\rho<1$, $\rho = 1$ şi $\rho>1$ vom prezenta cîteva definiţii.

Cînd sînt n unităţi de trafic în sistem probabilitatea ca şirul să fie în starea n la momentul t va fi $p_n(t)$, unde $n = 0, 1, 2,...$

Dacă $\rho<1$, fiecare stare este recurentă, adică probabilitatea $p_n(t)$ se apropie de valorile p_n (cînd t tinde către infinit) ceea ce satisface relaţia $0 \leqslant p_n \leqslant 1$, $\sum p_n = 1$, iar aceste probabilităţi de stare asimptotice sînt independente de starea iniţială a sistemului. Aceasta înseamnă că orice lungime posibilă a şirului va corespunde unei anumite proporţii de timp.

Dacă $\rho>1$, toate stările sînt tranzitorii, adică $p_n(t) \to 0$ cînd $t \to \infty$; şirul se lungeşte continuu, iar probabilitatea unei stări date dispare treptat.

Dacă $\rho = 1$, sistemul se va întoarce în mod cert la orice stare dată, dar timpul mediu între întoarceri este infinit.

În general ne interesează primul din aceste trei cazuri în care şirul obţine echilibrul. Dacă nu există echilibru sau dacă se calculează probabilităţile de stare înaintea atingerii echilibrului, fiecare probabilitate va fi o funcţie dependentă de timp.

3. Sosiri și plecări aleatoare în sistemul de trafic rutier

Vom considera un aranjament aleator cu densitatea medie λ și un interval mic Δt.

Probabilitatea că nu se află nici o unitate de trafic în intervalul Δt va fi :

$$p = 1 - \lambda\Delta t + 0(\Delta t) \tag{3}$$

probabilitatea că există o unitate de trafic

$$p = \lambda\,\Delta t + 0(\Delta t) \tag{4}$$

iar probabilitatea că există mai multe unități de trafic

$$p = 0\,(\Delta t) \tag{5}$$

unde $0(\Delta t)$ — reprezintă o cantitate ce are proprietatea

$$\Delta t \xrightarrow{\lim} 0 \frac{0(\Delta t)}{\Delta t} = 0 \tag{6}$$

Dacă distribuția de numărare este Poisson, atunci probabilitatea că nu se află nici o unitate de trafic în intervalul Δt, este :

$$p = e^{-\lambda\Delta t} = 1 - \lambda\Delta t + \frac{1}{2}(\lambda\Delta t)^2 - \ldots = 1 - \lambda\Delta t + 0(\Delta t) \tag{7}$$

probabilitatea că există o unitate de trafic

$$p = \lambda\Delta t\, e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t(1 - \lambda\Delta t) + \frac{1}{2}(\lambda\Delta t)^2 - \ldots = \lambda\Delta t + 0(\Delta t) \tag{8}$$

iar probabilitatea că există mai multe unități :

$$p = \left(\frac{1}{n}\right) e^{-\lambda\Delta t}(\lambda\Delta t)^n = 0\,(\Delta t)\,(n > 1) \tag{9}$$

Considerăm un interval de timp de lungime $(t + \Delta t)$ pe care îl împărțim în alte două intervale $(0,t)$ și $(t,\ t + \Delta t)$, începînd de la origine. Se cere probabilitatea $p_n(t)$ că se află n unități de trafic în primul subinterval. Vom calcula mai întîi probabilitatea $p_n(t + \Delta t)$, că vor fi n unități de trafic în tot intervalul :

$$p_n(t + \Delta t) = \lambda\Delta t\, p_{n-1}(t) + 1 - \lambda\Delta t)p_n(t) + 0(\Delta t) \tag{10}$$

care poate fi exprimată sub forma :

$$\frac{p_n(t + \Delta t) - p_n(t)}{\Delta t} = \lambda p_{n-1}(t) - \lambda p_n(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t} \tag{11}$$

Aplicînd limita pentru $\Delta t \to 0$ vom obține :

$$p'_n(t) = \lambda p_{n-1}(t) - \lambda p_n(t) \quad n = 1, 2, 3,.. \tag{12}$$

Pentru $n = 0$, vom avea

$$p'_0(t) = -\lambda p_0(t) \quad \text{iar} \quad p_0(t) = e^{-\lambda t} \tag{13-14}$$

Înlocuind în relația (12) obținem

$$p'_1(t) = \lambda e - \lambda t - \lambda p_1)(t) \tag{15}$$

care este o ecuație diferențială liniară simplă cu soluția

$$p_1(t) = \lambda t \; e^{-\lambda t} \tag{16}$$

Continuînd în acest mod vom obține distribuția Poisson.

Probabilitatea unei sosiri într-un interval scurt de timp este proporțională cu lungimea intervalului, constanta de proporționalitate fiind λ, iar timpul de servire este distribuit exponențial negativ cu media $1/\mu$.

Fie $p_n(t)$ probabilitatea ca șirul să fie în starea n la timpul t. Pentru ca șirul să fie în starea n la timpul $(t + \Delta t)$, trebuie să existe una din următoarele situații la timpul t :

— se află în starea n și nu s-a produs nici o sosire și nici o plecare, probabilitatea pentru acestea fiind

$$p_n(t)(1 - \lambda\Delta t)(1 - \mu\Delta t) + 0(\Delta t) ;$$

— este în starea $(n-1)$, s-a produs o sosire, dar nici o plecare, probabilitatea fiind $p_{n-1}(t)\lambda\Delta t \cdot (1 - \mu\Delta t) + 0(\Delta t)$;

— este în starea $(n + 1)$, s-a produs o plecare dar nici o sosire, probabilitatea fiind $p_{n+1}(t)\mu\Delta t(1 - \lambda\Delta t) + 0(\Delta t)$;

— orice altă situație, proabilitatea fiind $0(\Delta t)$.

Întrucît $p_n(1 + \Delta t)$ este suma acestor probabilități, avem :

$$\frac{p_n(t + \Delta t) - p_n(t)}{\Delta t} = (\lambda + \mu)p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + \mu p_{n+1}(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t} \tag{17}$$

Cînd $n = 0$, ecuația (17) va avea forma :

$$\frac{p_0(t + \Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t} \tag{18}$$

Trecînd la limită pentru $\Delta t \to 0$ obținem :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} p_0(t) &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \quad \text{n} > 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} p_n(t) &= -(\lambda + \mu)p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + \mu p_{n+1}(t) \end{aligned} \tag{19}$$

Introducem funcția generatoare

$$\pi(s,t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t)\, s^n ;\ 0 < s < 1$$

și înmulțim a n—a ecuația din setul (19) cu s^n, adunăm și obținem :

$$\frac{\partial}{\partial t}\pi(s,\ t) = \pi(s,t)\left[\mu\frac{1-s}{s} - \lambda(1-s)\right] - \mu\frac{1-s}{s}p_0 t \qquad (20)$$

Această ecuație nu este greu de rezolvat dar ne interesează în mod deosebit echilibrul și deci, vom simplifica, presupunînd că probabilitățile nu depind de timp. Partea stîngă din (20) dispare iar argumentul timp este eliminat din partea dreaptă.

$$\pi(s)\,(\mu - \lambda s) - \mu p_0 = 0 \qquad (21)$$

sau

$$\pi(s) = \frac{p_0}{1-s\rho}$$

Introducînd $s = 1$ în ecuația (21), găsim că $p_0 = 1-\rho$ și deci

$$\pi(s) = \frac{1-\rho}{1-s\rho} \qquad (22)$$

Vom însuma într-o serie geometrică și vom observa că (21) este funcția ce generează distribuția geometrică

$$P_n = (1-\rho)\rho^n ;\ n' = 0,\ 1,\ 2.. \qquad (23)$$

Media și dispersia sînt date de relațiile

$$m = \rho(1-\rho)^{-1};\quad \nu = \rho(1-\rho)^{-2}$$

Pentru o mai bună înțelegere a comportării șirului este important să notăm că variația (dispersia) distribuției geometrice este întotdeauna mai mare decît media. Pentru o analiză completă a problemei întîrzierii autovehiculelor, trebuie cercetat timpul virtual de așteptare.

4. Sosiri aleatoare

Pentru analiza traficului este indicat să folosim distribuția Poisson pentru sosiri iar pentru servire presupunem o funcție de distribuție cumulativă arbitrară :

$$B(x) = p \text{ (o perioadă de servire} \leqslant x)$$

cu densitatea $b(x) = (d/dx)\ B(x)$ și transformata Laplace

$$\beta(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} b(x)dx$$

În principiu vom considera şirul numai la momentele cînd au loc plecări ale unităţilor de trafic. În asemenea momente, numite puncte de regenerare, efectul de îmbătrînire a serviciului nealeator este absent momentan, doarece începe o nouă perioadă de servire a unităţilor de trafic. Fie K_n probabilitatea a „n" sosiri într-o perioadă de servire. Atunci K_n are distribuţia Poisson cu parametrul λv, unde v este perioada de serviciu cu densitatea $b(x)$. Vom avea :

$$k_n = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda v}(\lambda v)^n}{n!} b(v)dv \tag{24}$$

cu funcţia de generare

$$K(s) = \sum K_n s^n = \beta[\lambda(1 - s)] \tag{25}$$

şi valoarea medie

$$K'(1) = \rho \tag{26}$$

Aceste cantităţi pot fi folosite pentru a evalua probabilitatea modificărilor în lungimea şirului, între puncte de regenerare succesive. Atunci este uşor de văzut, că :

$$\begin{aligned} P_{0j} &= k_j \\ P_{ij} &= k_{j-i+1;\ j-i\geq 0, i>0} \\ P_{ij} &= 0 \text{ în toate celelalte cazuri.} \end{aligned} \tag{27}$$

Mai mult, probabilităţile de trecere într-un stadiu p_{ij} trebuie legate de probabilităţile de echilibru p_i prin formula (28) întrucît fiecare stadiu j trebuie să fie precedat de o stare i şi trecerea adecvată de la i la j.

$$p_j = \sum_i p_{ij} p_i, \quad j = 0, 1, 2, \ldots \tag{28}$$

Dacă valorile (27) se substituie în ecuaţia (28) găsim că funcţia de generare :

$$\pi(s) = \Sigma_j p_j s^j$$

poate fi scrisă astel :

$$\pi(s) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{j+1} P_i K_{j-i+1} S^j + \sum_{j=0}^{\infty} P_0 K_j S^j = \frac{l}{s} K(s)[\pi(s) - p_0] + P_0 K(s) \tag{29}$$

Rezolvînd ecuaţia (29), obţinem :

$$\pi(s) = \frac{P_0(1 - s)K(s)}{K(s) - s} \tag{30}$$

Pentru a evalua P_0, considerăm limita lui $\pi(s)$ cînd $s \to 1$, folosind regula lui L'Hopital :

$$1 = \lim \pi(s) = \lim \frac{p_0(1 - s)K'(s) - p_0 K(s)}{K'(s) - 1} = \frac{p_0}{1 - \rho}$$

Deci

$$\pi(s) = \frac{(1-\rho)(1-s)K(s)}{K(s)-s} \tag{31}$$

Ecuaţiile (25) şi (31) luate împreună exprimă funcţia de generare pentru lungimea şirului în termenii transformatei Laplace a unei distribuţii de servire arbitrare. Este uşor de dedus ecuaţia (22) deoarece $\beta(s) = \mu/(s+\mu)$, pentru plecările aleatoare.

5. Sosiri aleatoare iar serviciul este regulat

Dacă fiecare perioadă de serviciu are lungimea $1/\mu$ atunci

$$b(x) = \delta(x - 1/\mu), \quad \beta(s) = e^{-s/\mu} \tag{32}$$

şi deci

$$\pi(s) = \frac{(1-\rho)(1-s)}{1 - s\,e^{-\rho}(s-1)} \tag{33}$$

Numărătorul acestei fracţii este suma unei serii geometrice şi deci funcţia de generare poate fi scrisă sub forma :

$$\pi(s) = (1-\rho)(1-s)\sum_{i=0}^{\infty}(se^{\rho}\,e^{-\rho}\,s)^i \tag{34}$$

cînd s satisface condiţia $se^{\rho} < e^{s\rho}$.

Termenul independent de S este $p_0 = 1-\rho$ (35)

iar coeficientul lui s este :

$$p_1 = (1-\rho)(e^{\rho}-1) \tag{36}$$

Deci

$$\pi(s) - p_0 - sp_1 = \sum_{i=2}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} e^{i\rho}\,s^i\,\frac{(-s\rho i)^j}{j!} \tag{37}$$

iar probabilitatea este

$$p_n = (1-\rho)\Sigma_{i+j} = n\,\frac{(-\rho i)^j e^{\rho i}}{j!} - (1-\rho)\Sigma_{i+j=n-1}\,\frac{(-pi)^j e^{\rho j}}{j!} =$$

$$= (1-\rho)\left[\sum_{i=0}^{n}\frac{(-\rho i)^{n-i}e^{\rho i}}{(n-i)!} - \sum_{i=0}^{n-i}\frac{(-\rho i)^{n-i-1}\rho^i}{(n-i-1)!}\right]. \tag{38}$$

Ecuaţiile (35), (36) şi (38) dau probabilităţile lungimii şirului pentru cazul sosirilor aleatoare şi al serviciului regulat. Momentele acestei distribuţii pot fi obţinute din valorile lui p_n sau notînd că momentul funcţiei generatoare este $\pi(e^s)$

Distribuţia timpului de aşteptare pentru un serviciu regulat poate fi uşor găsită plecînd de la principiile generale. Deoarece sosirile sînt aleatoare, fiecare sosire este la fel de posibilă la orice punct al unui interval de serviciu, dacă şirul nu este gol.

Aceasta înseamnă că serviciul rezidual la momentul sosirii este uniform distribuit în intervalul $(0,1/\mu)$. O astfel de distribuţie este numită dreptunghiulară şi este ilustrată în fig. 1.

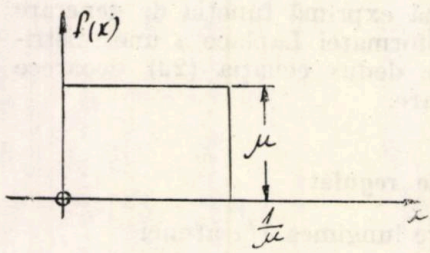


Fig. 1 Distribuţia dreptunghiulară ecuaţiile (35), (36) şi (38).

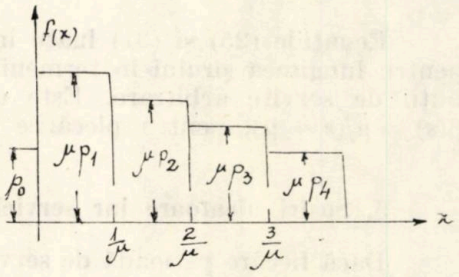


Fig. 2

Cînd o sosire găseşte $(n-1)$ unităţi de trafic aşteptînd iar una în serviciu, timpul de aşteptare nu poate fi mai mic de $(n-1)/\mu$ nici mai mare de n/μ, ci poate avea orice valoare intermediară. Mai mult probabilitatea aşteptării între $(n-1/\mu$ şi $n/\mu)$ este tocmai valoarea lui „p_n" dată de ecuaţiile (35), (36) şi (38). Deci distribuţia timpului de aşteptare constă în blocuri continue cu înălţimea μp_n în intervalele $[(n-1)/\mu, n/\mu]$ împreună cu un vîrf discret la origine, de înălţime p_0. Această distribuţie ilustrată în figura 2 are transformata Laplace :

$$\frac{s(1-\rho)}{s-\lambda+\lambda e^{-s/\mu}} \tag{39}$$

6. Perioada de lucru sau de ocupare

Vom considera al treilea proces de stocare legat de şiruri şi anume probabilitatea $p_n(r, \rho)$ că într-un şir cu intensitatea de trafic ρ în stadiul r, vor trece exact n unităţi de trafic prin sistem, înainte de a deveni gol. Şirul va dispare în momentul în care au trecut prin el cele n unităţi de trafic cu condiţia să fie exact $(n-r)$ sosiri în n perioade de servire, iar aceste sosiri trebuie să cadă în perioade de serviciu individuale astfel ca şirul (i) să nu fie niciodată gol înainte de terminarea celui de al n-lea serviciu. Modelele de sosiri ce satisfac pe (i) şi (n) vor fi numite admisibile.

Proporţiile modelelor de sosiri admisibile şi neadmisibile sînt independente de distribuţia perioadelor de servire. Probabilitatea primei părţi a condiţiei precedente este o simplă generalizare a formulei (24) şi poate fi scrisă astfel :

$$R_{n-r,n} = \int_0^\infty \frac{(\lambda v)^{n-r} e^{-\lambda v}}{(n-r)!} b^n(v)dv \tag{40}$$

care devine

$$\binom{2n-r-1}{n-1} \frac{\rho^{n-r}}{(1+\rho)^{2n-r}} \tag{41}$$

pentru serviciul exponențial negativ și

$$\frac{e^{-n\rho}(n\rho)^{n-r}}{(n-r)!} \tag{42}$$

pentru serviciu regulat. Pentru a evalua probabilitatea părții a doua a condiției puse vom considera ecuația (41) pentru $\rho<1$, astfel ca perioada de lucru să se sfîrșească cu probabilitatea unu. Trebuie să găsim constanta $A_{n,r}$ avînd proprietatea ca

$$\sum_{n=r}^{\infty} A_{n,r}\binom{2n-r-1}{n-r}\frac{\rho^{n-r}}{(1+\rho)^{2n-r}} = 1 \tag{43}$$

sau, în mod echivalent, constanta $B_{n,r}$ așa încît

$$\sum_{n=r}^{\infty} B_{n,r}\frac{\rho^{n-r}}{(1+\rho)^{2n-r}} = 1 \tag{44}$$

Fie

$$\beta = \frac{\rho}{(1+\rho)^2};\quad d\beta = \frac{1-\rho}{(1+\rho)^3} \tag{45}$$

și definim

$$f(\beta) = \sum_{n=r}^{\infty} B_{n,r}\,\beta^n = \left(\frac{\rho}{1+\rho}\right) \tag{46}$$

Întrucît aceasta este o serie Maclaurin pentru $f(\beta)$ trebuie să avem:

$$B_{n,r} = \frac{1}{n!}\frac{d^n}{d\beta^n}f(\beta)\Big|_{\beta=0} = \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{f(\beta)}{\beta^{n+1}} \tag{47}$$

unde „c" este conturul apropiat al planului complex ce înconjoară polul multiplu de origine. Înlocuind din (45) și (46) avem:

$$B_{n,r} = \frac{1}{2\pi i}\int_c \left(\frac{\rho}{1+\rho}\right)^r \frac{(1+\rho)^{2n+2}}{\rho^{n+1}}\frac{1-\rho}{(1+\rho)^3}\,d\rho = \frac{r}{n}\binom{2n-r-1}{n-1} \tag{48}$$

așa încît $A_{n,r} = \dfrac{r}{n}$, reprezintă un rezultat valabil pentru orice distribuție a timpului de servire. În consecință, pentru $\rho<1$, probabilitatea ca n unități de trafic să treacă printr-un șir cu intensitatea traficului ρ, începînd cu r în șir, este

$$p_n = \frac{r}{n}\binom{2n-r-1}{n-r}\frac{\rho^{n-1}}{(1+\rho)^{2n-r}},\quad n = r,\ r+1,\ r+2,\ \ldots \tag{49}$$

pentru serviciu exponențial negativ și

$$p_n = \frac{re^{-n}(n\rho)^{n-r}}{n(n-r)!}; \quad n = r,\ r+1,\ r+2,\ \ldots \tag{50}$$

pentru serviciu regulat.

8. Concluzii

Teoria sistemelor de așteptare aplicată în traficul rutier prezintă multe complicații, la care ne vom referi în cele ce urmează.

— Într-un sistem rutier congestionat au loc mari pierderi de așteptare ; dacă un canal de scurgere a fluxului rutier este ocupat atunci nu mai pot avea loc sosiri ale unităților de trafic și deci într-un astfel de sistem au loc pierderi mai mari decît cu așteptarea în șirul oprit.

— Între sistemele cu pierdere și cele cu așteptare există șirurile în mișcare. Fiecare unitate de trafic ce sosește se poate integra în șir sau se poate îndepărta, depinzînd de lungimea șirului și de alegerea individuală. Un astfel de sistem poate fi folosit la o intersecție aglomerată, unde fiecare conducător auto poate opta pentru mai multe alternative rutiere.

— În orele de vîrf, cînd drumurile și instalațiile rutiere sînt foarte aglomerate, se formează așazisele „șiruri dezechilibrate" care perturbează întreaga circulație rutieră de pe artera de circulație sau din intersecția solicitată.

— Sînt multe situații în traficul rutier cînd procesul de servire este foarte complex. Studiul acestor probleme de întîrziere se poate reduce la problema găsirii distribuției serviciilor și statistica întîrzierii studiate. Se pot obține rezultate diferite numai dacă se instalează un indicator de oprire pentru ieșirea în drumul principal.

— Intervalele dintre sosiri și plecări succesive sînt dependente unele de altele, fiind influențate de comportarea unităților de trafic în fluxul rutier.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Mihoc, G. Ciucu, Aneta Muja* — Metode matematice ale așteptării.
2. *A. T. Bharucha* — Ried — Elemente ale teoriei proceselor de tip Markov și aplicațiile lor.
3. *W. Feller* — Teoria probabilității și aplicațiile ei.
4. *D.P. Gaver* — Influența timpului de servire în procesul de așteptare.
5. *Haller, Taymond și Brown, Inc.* — Teoria așteptării aplicată în sistemele de comunicații utilitare.
6. *D. G. Kendall* — Cîteva probleme în teoria așteptării.
7. *D. G. Kendall* — Procesul stochastic care survine în teoria așteptării și analiza lui prin metoda lanțului Markov.
8. *A. Y. Khintachinne* — Metode matematice în teoria așteptării.
9. *J. C. Tanner* — Problema interferenței dintre două șiruri.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII – 1976, Numărul 2
BUCUREȘTI

METALURGIE

C.Z.: 546.81

SUR LA THERMODYNAMIQUE DU SYSTÈME LIQUIDE Pb—Zn—Ag DANS LA ZONE RICHE EN PLOMB *

PETRE MOLDOVAN

1. But de l'ouvrage

L'étude de l'interactions thérmodynamiques en solutions métalliques dilluées Pb—Zn—Ag dans la zone riche en plomb présente un intérêt particulier, tant théorique qu'expérimental pour la formulation des rélations thérmodynamiques quantitatives pour les processus physico-chimiques d'extraction et d'affinage thérmique du plomb.

Pour des solutions binaires dilluées Pb—Zn et Pb—Ag avec le métal — solvant Pb, le coéfficient d'activité de Zn (Ag) est donné par l'expression :

$$\gamma_i = a_i/x_i \qquad (1)$$

i = Zn, Ag; a_i —est l'activité thérmodynamique de „i" x_i — fraction atomique de „i".

Dans le système ternaire Pb—Zn—Ag l'intéraction entre le métal dissous primaire — Zn dans le solvant — Pb et le métal dissous ultérieurement — Ag modifie l'état thérmodynamique des solutions liquides en influençant les valeurs du coéfficient d'activité — γ_i.

La présente étude concerne la determination de l'effet de l'addition de l'argent sur l'activité du Zn dans les solutions dilluées Pb—Zn—Ag.

Le domaine de température dans lequel se font les mésures s'étend de 450°C à 750°C pour des intervalles des concentrations : $x_{Ag} = 0{,}02-0{,}031$ et $x_{Zn} = 0{,}019-0{,}035$.

2. Conditions expérimentales

L'étude thérmodynamique des solutions liquides Pb—Zn—Ag a été faite par la mesure de forces électromotrices dans des piles de concentration d'éléctrode ; la chaine électrochimique met en jeu une électrode de référence en plomb pur liquide et une électrode d'alliaje liquide Pb—Zn—Ag ;

7* Ouvrage recu a la rédaction le octobre 1975

$$W,\ Zn_{(l)}\,|\,(0{,}583\ LiCl + 0{,}417\ KCl) + 5\%\ ZnCl_2\,|\,Zn-Ag-Pb_{(l)}W$$

L'ion Zn^{2+} est fourni par le chlorure $ZnCl_2$ (type E. Merck AG-DARMSTADT, pro analysi) dissous dans l'eutectique LiCl — KCl fondant à 350°C.

L'esquisse de l'installation expérimentale est présentée sur la figure 1. La cellule utilisée a contenu deux électrodes : en $Zn_{(l)}$ et en $Pb-Zn-Ag_{(l)}$ (figure 2).

Les forces électromotrices sont mesurées par l'intermediaire de fisl de *W* plongeant dans les métaux liquides par la méthode de compensation (l'erreur maximale $\pm$ 0,01 mV) en utilisant un potentiomètre type R 307, une galvanomètre a miroir ($R_i = 26\ \Omega$, $R_{agr} = 500\ \Omega$, $C_i \cdot C_a$. $7{,}2 \cdot 10^{-8}$ A/SKt, une élément normale Weston ($R_i = 250-500-1\,000\ \Omega$).

La température dans la cellule a été mésurée à l'aide d'un thermocouple „Pt/Pt. 10% Rh"(étalonné préalablement pour les températures de fusion de : Zn(419,5°C), Sb(630,5°C), et Ag(960,5°C). La réglage de température a été réalisée avec une thérmoregulateur proportionnelle de précision $\pm$ 2°C.

Après l'introduction de l'électrolyte, la cellule est portée à 450°C pour fondre les alliages et les électrodes de référence et assurer un bon contact avec les fils de *W*, puis la pile est stabilisée pendant 20 h pour l'atteint de l'équilibre.

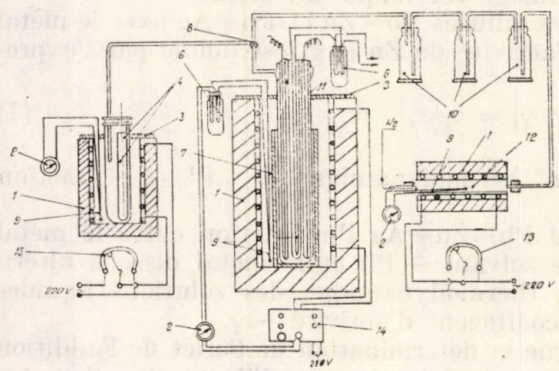


Fig. 1. L'esquisse de l'installation expérimentale : 1 — four éléctrique ; 2 — galvanomètre a miroir ; 3 — dispositif d'étanchement ; 4 — tuyan en quartz ; 5, 6 — thermostat ; 7 — creuset en acier ; 8 — robinet ; 9 — thermocouple ; 10 — système de purification de l'azote ; 11 — cellule galvanique en quartz ; 12 — tuyan en pyrolan ; 13 — autotransformateur ; 14 — thérmoregulateur proportionelle.

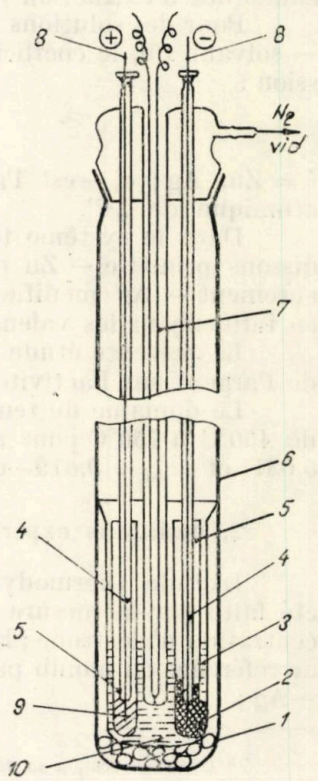


Fig. 2. La cellule de mésure : 1 — sphères en porcelaine ; 2 — électrode en Zinc liquide ; 3 — tuyan en quartz a électrolyte ; 4 — demi-élément ; 5 — tuyaux en quartz ; 6 — tuyau de réaction ; 7 — thérmocouple Pt-PtRh ; 8 — fils de Wolfram ; 9 — electrode en $Pb-Zn-Ag_{(l)}$ 10 — électrolyte fondu.

Les mésures sont ensuite faites par températures croissant de 50° en 50° entre 450° et 700°C. Elles sont complétées par des mésures correspondantes à des baisses de température pour vérifier la réversibilité de la cellule et la reproductibilité des résultats.

3. Résultats

Les données thérmodynamiques ainsi obtenues montrent que l'addition d'Ag dans la solution dilluée Pb—Zn se traduit par l'éxistence d'une discontinuité des pentes des courbes EMF $= f(T)$ (figures 3, 4).

Ces points précisant les températures de passage du domaine à une phase au domaine a deux phases permettent ainsi l'éstimation semiquantitatif de la surface liquidus dans le système Pb—Zn—Ag (Tableau I).

Nos mesures permettent de proposer de tracer l'isothèrme de 500°C parmi les points ($x_{Zn} = 0{,}025$; $x_{Ag} = 0{,}020$) et ($x_{Zn} = 0{,}025$, $x_{Ag} = 0{,}031$) entre isothèrmes proposer de Davey [1] et respectivement Pehlke et Okajima [2] (fig. 5).

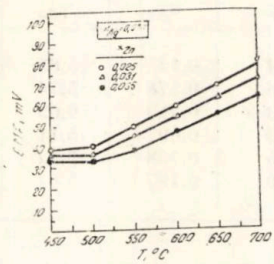


Fig. 3. Influence de la température sur les forces électromotrices.

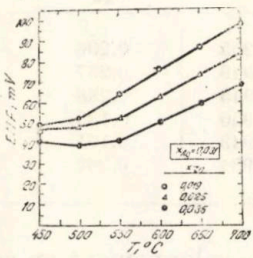


Fig. 4. Influence de la température sur les forces électromotrices.

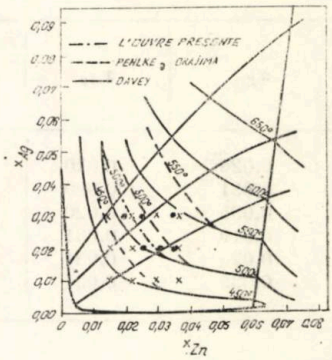


Fig. 5. Diagramme ternaire Pb-Zn-Ag- dans la zone riche en plomb.

Tableau I

Temperatures liquidus dans la zone riche en plomb du systeme Pb — Zn — Ag

x_{Ag}	x_{Zn}	Température liquidus, °C	
		Présent travail	Davey[1]
0,020	0,025	450—500	500—550
	0,031	450—500	500—550
	0,035	500—550	500—550
0,031	0,019	450—500	500—550
	0,025	500—550	500—550
	0,035	500—550	500—550

L'activité thérmodynamique et le coéfficient d'activité du Zn dans les sollutions ternaires ont été determiné (tableau II) avec les rélations :

$$a_{Zn} = \exp\left\{-\frac{n_{Zn}.F}{RT}\,EMF\right\} \tag{2}$$

$$\gamma_{Zn} = a_{Zn}/x_{Zn} \tag{3}$$

n_{Zn} — la change de l'ion Zn^{2+} présent dans l'électrolyte ; $EM\,F$ — la tension de la pile ; F — le faraday ; R — la constante des gases ; T — la température.

La représentation mathématique des interactions entre les atoms d'Ag et les atoms du Zn solvés en plomb, sur la base de nos données expe-

Tableau II

Activité et coéfficient d'activité du Zn dans le système Pb — Zn — Ag

x_{Zn}	x_{Ag}	x_{Pg}	Température, K			
			873		973	
			a_{Zn}	γ_{Zn}	a_{Zn}	γ_{Zn}
0,025	0,020	0,955	0,206	8,24	0,145	5,83
0,031	0,020	0,949	0,237	7,66	0,178	5,74
0,035	0,020	0,945	0,288	8,23	0,213	6,09
0,019	0,031	0,950	0,135	7,13	0,097	5,11
0,025	0,031	0,943	0,191	7,65	0,138	5,52
0,035	0,031	0,934	0,262	7,49	0,197	5,64

rimentales est effectuée par développement en séries Taylor le logarithme du coéfficient d'activité du Zinc [3], au voisinage de $x_{Zn} = 0$:

$$\ln \gamma_{Zn} = \ln \gamma^0_{Zn} + [1 - x_{Pb} - x_{Ag})\,(\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Zn})x_{Zn}=x_{Ag}=0 +$$

$$+ x_{Ag}\,(\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Ag})x_{Zn}=x_{Ag}=0] + [1/2(1-x_{Pb}-$$

$$x_{Ag})^2\ (\partial^2 \ln \partial_{Zn}/\partial x^2_{Zn})x_{Zn}=x_{Ag}=0 + x_{Ag}(1 - x_{Pb} -$$

$$-x_{Ag})\,(\partial^2 \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Zn}\,\partial x_{Ag})x_{Zn}=x_{Ag}=0 + 1/2x^2_{Ag}(\partial^2 \ln \gamma_{Zn}/\partial x^2_{Ag})x_{Zn}=x_{Ag}=0] + \ldots \tag{4}$$

Les paramètres d'interaction s'expriment par l'expressiones :

$$\varepsilon^{Zn}_{Zn} = (\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Zn})x_{Zn}+x_{Ag}=0 \tag{5}$$

$$\varepsilon^{Ag}_{Zn} = (\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Ag})x_{Zn}=x_{Ag}=0 \tag{6}$$

$$\varepsilon_{Zn}^{ZnZn} = (\partial^2 \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Zn}^2)x_{Zn}=x_{Ag}=0 \quad (7)$$

$$\varepsilon_{Zn}^{AgAg} = (\partial^2 \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Ag}^2)x_{Zn}=x_{Ag}=0 \quad (8)$$

$$\varepsilon_{Zn}^{AgZn} = (\partial^2 \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Zn}\,\partial x_{Ag})x_{Zn}=x_{Ag}=0 \quad (9)$$

A l'aide de les rélationes (5)—(9), l'équation (4) devient :

$$\ln \gamma_{Zn} = \ln \gamma_{Zn}^0 + x_{Zn}\,\varepsilon_{Zn}^{Zn} + x_{Ag}\,\varepsilon_{Zn}^{Ag} + 1/2\,(x_{Zn}^2\,\varepsilon_{Zn}^{ZnZn} + \\ + 2x_{Zn}\,x_{Ag}\,\varepsilon_{Zn}^{AgZn} + x_{Ag}^2\,\varepsilon_{Zn}^{AgAg}) \quad (10)$$

Les termes d'ordre supérieur à I sont nuls parceque la dépendance $\ln \gamma_{Zn} = f(x_{Ag})$ est linéaire (fig. 6, 7).

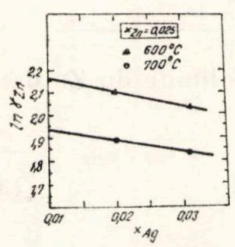


Fig. 6. Dépendance de logarithme du coéfficient d'activité du Zinc, de frcation atomique d'Ag.

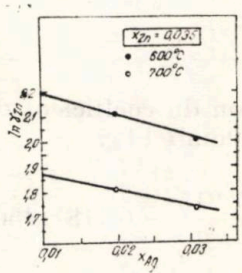


Fig. 7. Dépendance de logarithme du coéfficient d'activité du Zn, de fraction atomique d'Ag.

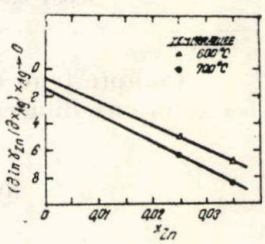


Fig. 8 Dépendance de $(\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Ag})x_{Ag}=0$, de fraction atomique du Zn.

Par conséquent le modèle d'interaction pour les solutiones diluées Pb-Zn-Ag revêt la forme :

$$\ln \gamma_{Zn} = \ln \gamma_{Zn}^0 + (1-x_{Pb}-x_{Ag})\,\varepsilon_{Zn}^{Zn} + x_{Ag}\,\varepsilon_{Zn}^{Ag} \quad (11)$$

La représentation géométrique des pentes de droites $\ln \gamma_{Zn}=f(x_{Ag})$ donne la dépendance $(\partial \ln \gamma_{Zn}/\partial x_{Ag})x_{Ag}=0=\varphi(x_{Zn})$ à 600°C et 700°C (fig.8).

L'extrapolation des valeurs ainsi obtenues à $x_{Zn} \to 0$ conduit à la determination de la valeur du paramètre d'interaction ternaire ε_{Zn}^{Ag}(Tab. III).

La variation avec température du paramètre ε_{Zn}^{Ag} s'expriment par l'équation :

$$\varepsilon_{Zn}^{Ag} = -\frac{6\,370}{T,\,°K} + 5{,}9 \quad (12)$$

Tableau III

Paramètres d'interaction ternaire ε_{Zn}^{Ag} dans le systeme Pb — Zn — Ag

x_{Zn}	x_{Ag}	x_{Pb}	Température, °K 873 $\ln\gamma_{Zn}\left(\frac{\partial \ln\gamma_{Zn}}{\partial x_{Ag}}\right)_{\substack{x_{Zn}=ct \\ x_{Zn}=0}}$	ε_{Zn}^{Ag}	973 $\ln\gamma_{Zn}\left(\frac{\partial \ln\gamma_{Zn}}{\partial x_{Ag}}\right)_{\substack{x_{Zn}=ct \\ x_{Ag}=0}}$	ε_{Zn}^{Ag}
0,035	0,010	0,955 2,187			1,971	
	0,020	0,945 2,105	−8,35		1,804	−6,77
	0,031	0,934 2,011			1,728	
				−1,4		−0,65
0,025	0,010	0,965 2,170			1,811	
	0,020	0,955 2,106	−6,45		1,761	−5,00
	0,031	0,944 2,032			1,706	

Compte tenu de rélation du coéfficient d'activité limite du Zn dans les solutions diluées avec plomb [4]:

$$\log \gamma_{Zn}^{0} = \frac{1\,215}{T} - 0{,}418 \quad (450 - 800°C) \tag{13}$$

et de valeur [5] $\varepsilon_{Zn}^{Zn} = -5{,}3$ l'équation (11) devient:

$$\log \gamma_{Zn} = -0{,}418 - 2{,}3\ x_{Zn} + 2{,}56\ x_{Ag} + (1\,215 - 2\,750\ x_{Ag})\frac{1}{T} \tag{14}$$

La rélation ainsi obtenue permet la determination du coéfficient d'activité du Zn dans les solutions liquides ternaires Pb—Zn—Ag dans la zone riche en plomb et l'amélioration [6,7] des processus qui ont lieu dans la pyrométallurgie du plomb.

La chaire de métallurgie
Institutul polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *T.R.A. Davey*: TMS-AIME, 1954, *200*, 830—848
2. *R. D. Pehlke, K. Okajima*: TMS — AIME, 1967, *239*, 1351—1357.
3. *C. Wagner*: Thermodynamics of Alloys, Cambridge, Mass. 1952.
4. *R. L. Louvet, J.V. Gluck, R. D. Pehlke*: TMS — AIME, 1968, *242*, 2369—2370.
6. *J. M. Dealy, R.D.Pehlke*: TMS — AIME, 1963, *227*, 88—94
5. *Fl. Oprea*: La théorie des processus métallurgiques, E. D. P., Bucarest, 1966.
7. *M. Ienciu*: Elaboration des alliages non-ferreux, Bucarest 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

БЮЛЛЕТЕНЬ ИНСТИТУТА ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" БУХАРЕСТ

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно -исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel q'il se présente. il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informația" c. 1238

40820

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVIII NUMĂRUL 3 ANUL 1976
SEPTEMBRIE — DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Neniţescu*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar ştiinţific) Prof. dr. *Octavian Stănăşilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import export press, 64—66 Griviţei st., P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest

Sumar

MATEMATICA

C. Târcolea

Funcționale caracteristice în spații liniare 9

P. Stavre

Asupra unor 1-forme speciale pe structuri A_j ($j \leqslant 2$) 15

FIZICA

N. N. Ceaușescu, Vl. Doicaru, Cl. Niculescu

Utilizarea modulației impulsurilor în poziție (MIP) într-un sistem de comunicații cu dioda laser 19

D. Iordache

Asupra unei noi parametrizări, specifică sistemelor fizice netotal-simetrice, a operațiilor punctuale de simetrie 3

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

Th. Bădescu, C. Stoica

Studiul unor posibilități de innobilare a baritinei 27

Margareta Tomescu, Maria Georgescu, L. Ciohodaru

Influența clorurii de alil asupra vitezei de copolimerizare a sistemului: acrilonitril-stiren-anhidridă maleică-clorură de alil 33

I. Constantinescu, Cristina Hajdu, Irina Constantinescu

Studiul depoluării apelor reziduale cu conținut de cupru și zinc 39

C. Ambruș, N. Demian, E. Butuceanu, D. Camboli

Études conductométriques des systèmes formés par les sels de Pd(II) et les amines. Note II. Les systèmes $PdCl_2$-pic-KSCN et $PdCl_2$-lutid-KSCN . . 43

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

G. Bărănescu

A General Approach of the Mechanical Balance of the External Moments of the Inertia Forces of the Reciprocating Masses for in-line Internal Combustion Engines 47

Gh. Zătreanu

Influențele unor factori asupra proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru, la motorul cu ardere internă 53

D. Taraza

Un model fizico-matematic al mișcării de rotație a unui fluid viscos într-o incintă cilindrică 61

TERMOTEHNICA

D. Stefănescu, Carmen Papadopol

Metodă de aplicare a calculatorului analogic în transmisia de căldură 71

MECANICĂ AGRICOLĂ

I. Chelemen, I. Roșca

Considerații teoretice privind alegerea parametrilor tocătorului-aruncător de tip tambur cu cuțite drepte de la combinele de siloz 75

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

Al. Rădulescu, A. Vlase, I. Popescu, V. Matache

Studiul comparativ asupra comportării la uzură a cuțitelor cu plăcuțe din carburi metalice brazate de fabricație românească și străină 83

I. Gheorghe
Frezarea fină ca operație finală de prelucrare a suprafețelor plane 89

MAȘINI UNELTE SCULE

V. Tabără
Unele probleme privind influența mișcării de rotație asupra comportării lagărelor hidrostatice folosite la mașini-unelte de precizie 97

C. Minciu
Freze-melc pentru prelucrarea roților dințate folosite la mecanismele de orologerie 105

Al. Dorin
Evaluarea durabilității burghielor elicoidale prin metode statistice 111

ELECTROTEHNICA

N. Galan
Puterea electromagnetică la mașinile electrice 119

C. Ghiță
Dispersion Magnetic Field Induced by the Magnetization Current in Electrical Transformers 127

ELECTRONICA

Tatiana Rădulescu
Analiza și sinteza circuitelor RC active cu ajutorul grafurilor de fluență 131

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

Ion Ana — Studiul asupra coroziunii fluidelor de foraj la temperaturi și presiuni ridicate

Călugăreanu Sofia — Combinații complexe ale unor metale tranziționale cu 3,6 diamino-tetrazina.

Cenușe Zoica — Caracterizarea termodinamică a soluțiilor reale prin metoda tensiunilor de vapori.

Gheorghiu Mircea — Cercetări în seria ciclobutanului.

Mureșanu Mariana — Corelațiile dintre caracteristicile fizico-mecanice și rezistența la îngheț, dezgheț a ceramicii de construcții.

Jurconi Ecaterina — Influența solventului asupra cineticii reacțiilor de descompunere a unor oxalați complecși în soluție.

Rizescu Constanța — Metode analitice în izolarea și purificarea unor principii active din plante medicinale.

Popescu Ovidiu — Contribuții privind ridicarea preciziei la măsurarea prin intercomarare a calelor plan-paralele și sferelor.

Matei Nicolae — Cercetări privind influența factorilor fizico-chimici asupra formării cavității libere la laminarea țevilor din oțel.

Copony Willi — Contribuții la stabilirea compoziției hiteropoliacizilor fosfor și silicomolibdenici în stare redusă folosiți la determinările analitice din sol și plantă.

Rusu Corneliu — Apărarea împotriva inundațiilor în cadrul amenajării complexe a apelor.

Pop G. M. Mihai — Contribuții la studiul influenței pornirilor asupra duratei de viață a generatoarelor de abur.

Kümbetlian G. — Calculul exact al plăcilor acționate hidrostatic și cu stare complexă de imobilitate a conturului pe baza rezolvării problemei antimediane a teoriei mobilității elastice

Milițescu G. — Contribuții la optimizarea montajului echipamentului termomecanic de mare putere.

Nguyen Duy Hann — Contribuții la calculul analitic și numeric al șocului hidraulic în instalațiile hidroenergetice.

Serbănescu Mihai — Sinteza cîmpurilor magnetice intense cuasistaționare utilizînd concentratori neferomagnetici de cîmp; acțiuni ponderomotoare ale acestora.

Gălățeanu Șerban Bircă — Amplificatoare de bandă largă cu transistoare cu corecții R. C.

Hănțilă Ioan Florea — Contribuții asupra teoriei mașinilor de curent continuu cu magneți permanenți.

Sin Chern Lor — Utilizarea calculatoarelor electrice pentru determinarea erorilor în sisteme logice complexe.

MŰSZAKI KÖNYVTÁRES KÖZPONTI DOKUMENTÁCIÓS SZOLGÁLAT 1883

C.D. 51

C. Târcolea

Functionales caracteristiques dans éspaces linéaires.

Dans cet article sont énoncées quelques proprietés des functionales caracteristiques.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.C. 517

P. Stavre

Referring to Some 1-Special Forms on Structures A_j $(j \geqslant 2)$

It is researched the 1 analytic forms on varietics with metric structure near the contact.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.C. 621. 385. 2

N. N. Ceauşescu, Vl. Doicaru Cl. Niculescu.

Laser Diode in a Communication System Using P.P.M. Method

The advantages of using the P.P.M. and a design method for GaAs laser diode driver is presented.

Also the pulse repetition frequency and the puls width influence is analized.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.C. 539. 4

D. Iordache

On a New Parametrization, Specific to the Nontotally Symmetric Physical Systems, of the Symetry Point Operatory

The obtained results concerning the determination of those parameters of the symmetry point operations which permit the most direct finding of the ,,natural'' parameters corresponding to the product of two such operations are reported by this work. The advantages of this new parametrization in solving certain problems concerning the study of the point-groups or the study of their representations are also — with any exemplifications — presented here.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 661.844.22

Th. Bădescu, C. Stoica

L'étude de certains possibilités d'enrichissement de la barytine

On etudie dans laboratoire l'enrichissement en substance utile ($BaSO_4$) de la barytine type A et type B et en conséquence la croissance du degré de blanc, propriété qui conditionne l'utilisation de ces produits en industrie.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 678—13

Margareta Tomescu, M. Georgescu, L. Ciohodaru

L'influence du allylchloride sur la vitésse de la copolymerisation du système acrylonitrile—styrene—maleic anhidride—aliyl chloride.

On a étudié la copolymèrisation radicalaire du système : acrylonitrile-styrène-maleic anhidride-allyl chloride. On a examinée la cinétique de la réaction et l'inffluence du allyl chloride et du maleic anhidride sur la vitèsse de la réaction et sur les poids moléculaires.

On décrit les fluctuations en composition instantanée et moyenne des copolymères. Les copolymères obtenus au taux des conversion asses élévées ne sont pas homogènes.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 628.54

I. Constantinescu, Cristina Hajdu, Irina Constantinescu.

L'étude de epuration des eaux résiduelle contenant du cupre et du zinc.

Les auteurs ont abordé le probleme d'épuration des eaux contenant des ions de cupre et de zinc provenant de l'industrie metallurgique et neferreuse.

Les recherches scientifiques ont permis d'élaboré une tehnologie d'épuration basé par la précipitation des ions metallique, consequence des modification des pH et l'eloignement ceux-ci par un traitement avec coagulants.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.C. 546.98

C. Ambruş, N. Demian, E. Butuceanu, D. Camboli

Conductometric Studies of the Systems : Pd(II) Salts and Amines. Note II : The systems $PdCl_2$-pic-KSCN and $PdCl_2$-lut-KSCN.

There was studied the conductometric behaviour of the systems composed of $PdCl_2$-picolins, and $PdCl_2$-lutidines, in the presence of SCN ions. There are given the plots of the variations of the systems resistances as a function of the added volumes of amine solution, allowing in this way the discussion of the composition of the systems and the stability of the obtained compounds.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 621.43

G. Bărănescu

Etude gèneral sur la balance méeanique des moments extérieurs des forces d'inertie pour les masses eu monvenient de translation pour les moteurs à combustion interne eu fluxe

On établit des relations générales pur dimensioner le dispositif mécanique qui équilibre le moment externe d'un terme quelconque des forces d'inertie des masses en mouvement de translation. Quand les termes d'ordre considerés ont une résultante qui agit dans un plan variable et la résultante est équilibrée mécaniquement, on détermine la position optimale du plan dans lequel on doit placer les centres des masses qui équilibrent la résultante.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 621.43

Gh. Zătreanu

Influences des quelques facteurs sur les processus gazodynamiques développés entre le piston et le cylindre, au moteur à combustion interne

On présente les résultats des recherches visant la dépendance des processus gazodynamiques développés entre le piston et le cylindre à l'égard du jeu à la coupe des segments, des jeux radials piston-cylindre et de la vitesse de rotation du moteur. Les résultats montrent l'importance décisive du battement des segments dans les processus analysés.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.C. 621.43

D. Taraza

A Physico-mathematical Model of the Swirling Motion of a Viscous Fluid Inside a Cylinder

The paper presents a physico-mathematical model of the swirling motion ledaing to a ,,swirl formula''. This formula has a general character and allows computations of time and local-evolution of the motion.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 536.2

D. Stefănescu, Carmen Papadopol,

La solution du problème de la transmission de la chaleur par conductibilité en régime variable dans le cas du cylindre massif à l'aide du calculateur analogique.

L'équation de la conductibilité du Fourier en régime variable est solutionée en utilisant le calculateur analogique en cas du cylindre long, massif.

On présent bref la méthodologie de calcul et la des famille courbef qui donne le champs de température pendant le chaufage du cylindres.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

Д.К. 631.3

И. Келмен, И. Рощка

Теоретические соображения относительно выбора параметров режуце-швыр яющего аппарата типа барабана с прямыми ножами от силозных комбайнов.

Б настоящей работе представлено теоретическое изучение движения срезанных частиц, после их резания, с целью выявления способности швыряния этих частиц из резающего аппарата в восходящий трубопровод в интервал очень молого времени и значит, возможности использования схемы режуще-швыряыщего аппарата с прямым щвырянием, используя прямые ножы.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Д.К. 621.004.6

А. Рэдулеску, А. Власе, И. Попеску, В. Матаке

Сопоставительное исследование износа твердосплавных резцов румынского и иностранного производства.

В статье представлены резултаты экспериментального исследования на износ твердых сплавов P_{10} и P_{20} румынского производства, а также твердых сплавов S_1 и S_2 иностранного производства.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

D.K. 621.914

I. Gheorghe

Feinstirnfräzbearbeitung als Endoperation Planoberflächebearbeitung

Auf Grund der Forschung der Störungsfaktoren, die bei der Feinstirfräzbearbeitung vorhanden sind, verfolgt man das fynamischen Prozess der Zerspanung zu verbessern, so dass man mit üblichen Werkzeugen und Werkzeugmaschinen die vorgestellten Bedingungen bei der Planober flächebearbeitungen durchführen zu können.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Реэюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C.D. 621.917

V. Tabără

Oellques problemes sur l'influence de mouvement de rotation a la caracteristique fonctionelle des paliers hidrostatiques, utilises aux machines-outils de precision.

La construction des paliers hydrostatiques présent encore de questions insuffisomment eclaireé comme par exemple l'influence de mouvement de rotation de l'arbre a leurs caracteristiques functionnelles.

C'est pourquoi l'analyse effectuée dans l'etude elaboré a été dirigé vers la probleme de l'influence de cette mouvement de rotation a la distribution de la pression au palier.

Ou a demonstré que le mouvement de rotations a un influence importante a la stabilité de l'arbre et a la capacité portant des paliers. Les conclusions sont que meuleurs resultats pent etre obtenu pour les constructions qui nont pas de canaux entre ces poches.

Les problemes sont traite aussi bien pour les variantes constructives des conaux de drenage entre ses poches, que pour les variantes anquelle l'huille s'ecoule seulement en direction axiale.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 621.833

Ctin. Minciu

Frèse mère pour l'usinage de roues dentées utilisées dans les mécanismes d'horologerie

Le travail contient les calculs concernant l'établissement du prophile des frèses mères pour l'usinage, par la méthode de roulement, des roues dentés à prophiles specials utilisées dans les mécanismes de mécanique fine.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

C.D. 621.95

Al. C. Dorin

Estimation de la durabilité des forets hélicoidaux moyennant des méthodes statistiques.

On présente dans l'ouvrage une méthode de détermination de la durabilité des forets hélicoidaux moyennant et un test séquentiel pour le rapport de vérissemblance.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Реэюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D.C. 621.315

N. Galan

Power Electromagnetic of the Electrical Machines

One has made conspicuous in the work some inconsequences oh the classical theory of electrical machines concerning the explanation of the procces of the transmission of the energy by the air-gap of the electrical machines. These inconsequences are the result of the application of some symlifying hypothesis used for the calculating of the magnetic field.

One has demonstrated in a rigurous way the linear variation of the magnetic induction in the air-gap with relation with angular coordonate as welle as the expression of the magnetic forces in the stator and in the rotor. One has done it for idealized model with one conductor in the air-gap.

One pas presented a rigurous explanation of the transfer of the energy having as base the study of the magnetic field.

One has made conspicuous some false results wich persist in litteratture.

One has worked having in view idealized models

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

Ç.D. 621.3.013.5

Const. Ghiţă

Champ magnetique de dispersion determiné par l'ampere-tours d'aimentation aux transformateurs electriques

Dans l'article on présente une procédée de calculation du champ magnétique de dispersion, determiné par l'ampére-tours d'aimantation dans l'enceinte de la fenêtre d'un transformateur electrique, utilisant la méthode de la function de Green.

D.K. 621.3.042

Tatiana Rădulescu

Die Analyse und Synthese des aktiven RC Netzes mit Hilfe des Signalflussdiagramme.

Die Signalflussdiagramme verwendend die Mitra und Soderstrand vorschlungen, erhält man nene Signalflussdiagramme und Übertragungs funktionen, zusammen mit dem jeweiligen aktiven RC-Netzes.

Es wird eine einfache Analyse-methode des aktiven RC Netzes vorgestellt, mit mehrere tätigen Verstärker, die Signalflussdiagramme verwenden.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVIII Nr. 3/1976

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

FUNCȚIONALE CARACTERISTICE IN SPAȚII LINEARE*

CONSTANTIN TÂRCOLEA

§ 1. Repartiții de probabilitate în spațiul R^N generalități

1.1. Noțiunea de funcțională caracteristică a fost introdusă în anul 1935 de Kolmogorov.

În anul 1951. M. Freché a definit noțiunea de element aleator gaussian (repartiție gaussiană) în spații Banach.

Un studiu sistematic al elementelor aleatoare, cu valori în spații Banach, a fost făcut de Mourier și Fortet.

Importante rezultate în cercetarea repartițiilor de probabilitate în spații Hilbert au obținut V. Prohorov și V.V. Sazanov.

Menționăm ca un rezultat deosebit de important faptul că în anul 1958 V.V. Sazanov a găsit topologia spațiilor Hilbert, relativ la care este adevărată analogul teoremei Bochner.

În continuare vom da cîteva proprietăți cunoscute ale spațiului R^N și ale spațiului său conjugat R_0^N

1.2. *Definiție* [1]. Prin R^N vom înțelege spațiul linear a tuturor șirurilor de numere reale.

Vom conveni a spune că elementul $0 \neq x \in R^N$, are lungimea L, dacă $x_k = 0$, oricare ar fi $k > L$, și $x_L \neq 0$; dacă un astfel de element L nu există, atunci lungimea elementului corespunzător se va socoti egală cu infinit. Evident lungimea elementului nul se va considera egală cu zero.

După cum se știe, în spațiul linear R^N este definită topologia Tihonov, definind ca bază de vecinătăți a originii clasa mulțimilor de forma:

$$O_{\varepsilon,n}(0) = \bigcap_{k=1}^{n} \{x : |x_k| < \varepsilon ;\ n \geqslant 1\}$$

Cu această topologie, R^N este un spațiu linear topologic.

Vom enunța, în continuare, fără a demonstra cîteva proprietăți cunoscute ale spațiului topologic în R^N.

1.3. *Proprietăți* [1].

1°. R^N are bază numărabilă (deci este separabil);

*Manuscris predat redacției la data de 28 iunie 1974

2°. Convergența în R^N este echivalentă cu convergența pe coordonate;

3°. R^N este spațiu Freché (F-spațiu);

4°. Oricare mulțime mărginită închisă în R^N este compactă;

5°. Spațiul conjugat spațiului R^N este spațiul R_0^N; prin spațiu conjugat se înțelege un spațiu linear (fără topologie fixată), al tuturor funcționalelor lineare continue, definite în R^N, cu operațiile naturale de „adunare" și „înmulțire" a numerelor reale; prin R_0^N am notat acea parte din R^N, care constă din toate acele elemente cu lungimea finită.

Rezultă atunci că o funcțională f pe R_0^N are forma $f(x) = \Sigma f_k\, x_k$ unde f_k este coordonată oarecare definită în mod univoc de funcțională f.

1.4. Mulțimi măsurabile în R^N; după cum se știe vom numi mulțimi măsurabile în R^N, mulțimile care aparțin celei mai mici σ-algebre, care conține toate mulțimile boreliene cilindrice, adică mulțimile de forma:

$$\{x\,;\ x \in R^N\,;\ (x_1\, x_2, \ldots, x_n) \in B^n\}$$

unde n este un număr natural arbitrar și B^n este mulțimea arbitrară boreliană în spațiul euclidian $R^{(n)}$.

În același sens vom înțelege măsurabilitatea funcționalelor, date în R^N (preimaginile tuturor mulțimilor boreliene unidimensionale trebuie să fie mulțimi măsurabile în R^N).

Toate funcționalele lineare continue sînt măsurabile, mai mult chiar, toate funcționalele continue sînt măsurabile.

§ 2. Repartiții de probabilitate în spațiul R^N

2.1. Se numește repartiție de probabilitate o măsură numărabil aditivă, finită, dată pe σ- algebra mulțimilor măsurabile și normată în așa fel, încît măsura întregului spațiu R^N să fie egală cu unitatea.

Se numește funcțională caracteristică a repartiției μ, funcționala $U(f)$ definită prin egalitatea:

$$U(f) = U(f\,;\mu) = \int_{R^N} \exp\,[if(x)]\,\mu(\mathrm{d}x) \tag{2.1}$$

Următoarea teoremă constituie analogul teoremei lui Bochner; această teoremă dă caracterizarea clasei funcționalelor caracteristice.

2.2. *Teoremă* [1]. Pentru ca funcționala $U(f), f \in R_0^N$ să fie funcțională caracteristică a unei repartiții oarecare în R^N, este necesar și suficient să fie îndeplinite următoarele condiții:

a) U să fie pozitiv definită pentru oricare număr natural n și oricare alegere a numerelor complexe $a_1, a_2, \ldots, a_n$ și a elementelor $f^{(1)}, f^{(2)}, \ldots$ $\ldots, f^{(n)}$ din R_0^N să fie adevărată inegalitatea:

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_i \bar{a}_j U\,(f^{(i)} - f^{(j)}) \geqslant 0 \tag{2.2}$$

b) $U(0) = 1$

c) continuitatea lui $U(f)$ pentru $f = 0$ în topologia I_c.

În cazul îndeplinirii acestor condiţii, repartiţia corespunzătoare se defineşte în mod unic.

Demonstraţia acestei teoreme se găseşte, de exemplu, în [1].

În continuare vom demonstra o teoremă despre funcţionale caracteristice reale.

2.3. *Teoremă.* Fie $T(f;\mu)$ o funcţională caracteristică reală. Atunci inegalitatea :

$$1 - T(mf,\ \mu) \leqslant m^2[1 - T(f;\ \mu)] \tag{2.3}$$

are loc oricare ar fi $m \in N$ şi $f \in R_0^N$.

Demonstraţie. Deoarece $T(f;\ \mu)$ este funcţională caracteristică reală, rezultă :

$$T(f;\ \mu) = \int_{R^N} \cos f\ (x)\ \mu(dx),\ f \in R_0^N \tag{2.4}$$

şi respectiv

$$T(mf;\ \mu) = \int_{R^N} \cos\ (mf)(x)\ \mu(dx). \tag{2.5}$$

Deoarece $\int_{R^N} \mu(dx) = 1$ şi ţinînd seama de (2.4) şi (2.5), relaţia (2.3) se mai poate scrie şi sub forma :

$$\int_{R^N} [1 - \cos\,(mf)(x)]\ \mu(dx) \leqslant m^2 \int_{R^N} [1 - \cos f(x)]\ \mu(dx) \tag{2.6}$$

oricare ar fi $f \in R_0^N$ şi $m \in N$.

Este suficient a demonstra inegalitatea :

$$1 - \cos\,(mf)(x) \leqslant m^2\,[1 - \cos f(x)] \tag{2.7}$$

oricare ar fi $m \in N$, $f \in R_0^N$, $x \in R^N$.

Dar

$$f(x) = \Sigma f_k x_k \tag{2.8}$$

Atunci inegalitatea (2.7) devine

$$1 - \cos \Sigma\, m f_k x_k \leqslant m^2\,[1 - \cos \Sigma f_k x_k] \tag{2.9}$$

care este adevărată conform [2] şi teorema este demonstrată.

2.4. *Propoziţie.* Fie $U(f;\mu)$ o funcţională caracteristică oarecare. Atunci relaţia

$$Re[1 - U(mf;\ \mu)] \leqslant m^2\, Re[1 - U(f;\ \mu) \tag{2.10}$$

are loc oricare ar fi $m \in N$, $f \in R_0^N$ şi $x \in R^N$.

Demonstrație. Este suficient a considera în teorema 2.3, $T(f;\mu) = ReU(f;\mu)$ și propoziția este demonstrată.

2.5. *Consecință.* Fie $U(f;\mu)$ o funcțională caracteristică oarecare. Atunci inegalitatea :

$$|1 - U(mf;\mu)| \leqslant m^2 |1 - U(f;\mu)| \tag{2.11}$$

are loc oricare ar fi $m \in N$, $f \in R_0^N$, $x \in R^N$.

Demonstrația este evidentă.

2.6. *Consecință.* Fie $U(f;\mu)$ o funcțională caracteristică oarecare. Atunci relația

$$1 - |U(mf;\mu)|^2 \leqslant m^2 [1 - |U(f;\mu)|^2] \tag{2.12}$$

are loc oricare ar fi $m \in N$, $f \in R_0^N$, $x \in R^N$.

Demonstrația este evidentă.

§ 3. Repartiții de probabilitate în subspațiile spațiului R^N

3.1. La început vom da cîteva definiții și notații cunoscute ale subspațiilor spațiului R^N.

Spațiul l_p, subspațiu al spațiului R^N, este definit prin egalitatea :

$$l_p = \left\{ x : \sum_{i=1}^{\infty} |x_j|^p < \infty \right\}; \quad 1 \leqslant p < \infty$$

Spațiul linear l_p este un spațiu Banach, dacă norma, notată de exemplu $\|x\|$, se definește prin egalitatea :

$$\|x\| = \|x\|_{l_p} = \left[\sum_{j=1}^{\infty} |x_j|^p < \infty \right]^{\frac{1}{p}}$$

Spațiul conjugat spațiului l_p, $p > 1$, este spațiul l_q, unde q este conjugatul lui p, adică $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Conjugatul spațiului l_1 este l_∞, definit prin egalitatea : $l_\infty = \{x : \sup_j |x_j\} < \infty\}$ și este spațiu Banach dacă vom considera norma $\|x\| = \|x\|_{l_\infty} = \sup_j |x_j|$.

Spațiul l_∞ se notează și cu m.

Mai considerăm $C_0 = \{x : \lim_{j \to \infty} x_j = 0\}$; C_0 este un subspațiu al spațiului l_∞ și cu norma indusă din l_∞ constituie el însuși un spațiu Banach. Conjugatul spațiului C_0 este spațiul l_1.

Pentru ușurarea scrierii în cele ce urmează introducem încă o notație ; dacă spațiul X este conjugatul spațiului Y, adică $X = Y^*$, atunci se obișnuiește a se scrie $Y = {}_*X$. În aceste notații avem, în particular : ${}_*l_p = l_q$ pentru $p > 1$ și ${}_*l_1 = C_0$

3.2. *Definiţie* [3]. Vom indica prin X, spaţiul C_0 sau unul din spaţiile l_p $(\leqslant p<\infty)$; prin μ vom indica o măsură în spaţiul X

Vom numi funcţională caracteristică, $U(f)$, în spaţiul conjugat X^*, funcţionala definită prin egalitatea:

$$U(f) = \int_X \exp\ [if(x)]\ \mu(dx)\,;\ f \in X^*$$

În continuare vom enunţa analogul teoremei lui Bochner în subspaţiile spaţiului R^N.

3.3. *Teoremă* [1]. Pentru ca, funcţionala $U(f)$, $f \in {}_*l_p$ să fie funcţională caracteristică a unei repartiţii μ în l_p, $(1\leqslant p<+\infty)$ astfel ca

$$\int_{l_p} \|x\|^p\ \mu(dx)<+\infty \tag{3.1}$$

este necesar şi suficient să fie îndeplinite următoarele condiţii:

a) U să fie pozitiv definită

b) $U(o) = 1$

c) U să fie continuă în normă, în spaţiul ${}_*l_p$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |u|^p\ \mu^{(k)}(du)< +\infty$, (3.2), unde $\mu^{(k)}$ este o repartiţie (a axei reale, avînd funcţia caracteristică $\varphi_k(t) = U(te^{(k)})$. În cazul îndeplinirii acestor condiţii repartiţia corespunzătoare se defineşte în mod unic.

Demonstraţia teoremei se găseşte, de exemplu, în [1].

Vom enunţa şi demonstra două relaţii pe care le satisfac funcţionale caracteristice.

3.4. *Teoremă*. Fie $T(f\,;\,\mu)$ o funcţională caracteristică reală. Atunci relaţia

$$1 - T(mf\,;\,\mu)\leqslant m^2\ [1 - T(f\,;\,\mu)] \tag{3.3}$$

are loc oricare ar fi $m \in N$; $f \in X^*$ şi $x \in X$.

Demonstraţie. Din condiţiile teoremei rezultă

$$T(f\,;\,\mu) = \int_X \cos\ [f(x)]\ \mu(dx)\,;\ f \in X^*\,;\ x \in X \tag{3.4}$$

şi respectiv

$$T(mf\,;\,\mu) = \int_X \cos\ [(mf)\,(x)]\ \mu(dx)\,;\ f \in X^*\,;\ x \in X \tag{3.5}$$

Atunci concluzia devine:

$$\int_X (1 - \cos [(mf)(x)])\, \mu(dx) \leqslant m^2 \int_X [1 - \cos f(x)]\, \mu(dx) \qquad (3.6)$$

care este adevărată oricare ar fi $f \in X^*$, $x \in X$ şi $m \in N$.

3.5. *Consecinţă*, Fie $U(f; \mu)$ o funcţională caracteristică oarecare. Atunci inegalitatea:

$$Re[1 - U(mf; \mu)] \leqslant m^2\ Re[1 - U(f; \mu)] \qquad (3.7)$$

are loc oricare ar fi $m \in N$, $f \in X^*$ şi $x \in X$.

Demonstraţie. Este suficient a considera în teorema anterioară $T(f; \mu) = Re\,U(f; \mu)$ şi consecinţa este demonstrată.

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej. Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bahania N.N.* Veroiatnostinîie raspredelenia v lineinîh prostranstvah, Izd . Meţnierevea Tbilisi. T. V. i. Izd. Nauka Moskva, 1971.
2. *Târcolea C.* Unele proprietăţi ale funcţiilor caracteristice. Studii şi cercetări matematice nr. 5. 1974.
3. *Skorohod A. V.* Ob odnoi formule obrascenia dlea preobrazovabia Fourier v gilbertovana prostranstve, Izd. Nauka, Moskva, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3

C.Z.: 517

ASUPRA UNOR 1-FORME SPECIALE PE STRUCTURI $A_j (j \geq 2)$

PETRE STAVRE

UNIVERSITATEA CRAIOVA

Se continuă studiul început în ([3]), se dau definițiile (1) (2) (3) (4) și se obțin rezultatele cuprinse în teoremele (1) (2) (3) cît și în propoziția 1;

Fie V_{2n+1} o varietate diferențiabilă (conexă C^∞) cu o structură (J, η, E, g) metrică aproape de contact $= A_2$, metrică de contact $= A_3$ sau normală $= A_4$) ([1] [2] [3]). Dacă $U \in \mathfrak{X}(V_n)$ și A corespunde lui U; $U \xrightarrow{g} A$, adică avem:

$$g(U, X) = A(X), \forall X \tag{1}$$

Vom introduce:

Definiția 1: Dacă avem:

$$g((D_Z J)X, U) + g(D_X U, Z) = -g(D_X JU, Z) + \\ + \frac{1}{2} g(U, \bar{N}(X, JZ) + (\mathrm{d}\eta)(X, JZ) A(E) \tag{2}$$

atunci vom spune că A este η-aproape analitică. Dacă ultimii doi termeni din partea dreaptă nu-i scriem atunci A se va numi η-analitică. ($\bar{N}$ fiind tensonul lui Nijenhuis)

Cum avem:

$$g(D_X JU, Z) = g((D_X J)U, Z) - g(D_X U, JZ) \tag{3}$$

obținem relația

$$(D_Z F)(U, X) - (D_X F)(U, Z) = -g(D_{JX} U, Z) - g(J(D_X U), Z) \tag{4}$$

(D fiind conexiunea Riemanniană)

*Manuscris predat redacției la data de 23 martie 1974

Dacă în (3) schimbăm X și Z și scădem rezultatele obținem :

$$(5) \qquad g(D_Z JU, X) - g(D_X JU, Z) = (D_Z F)(U, X) - (D_X F)(U, Z) + \\ + g(D_{JX} U, Z) - g(D_{JZ} U, X)$$

Înlocuind (4) în (5) obținem,

$$(6) \qquad g(D_Z JU, X) - g(D_X JU, Z) = - g(D_{JZ} U, X) - g(J(D_X U), Z)$$

De unde, dacă $JU \xrightarrow{\theta} \bar{A}$, obținem,

$$(7) \qquad (d\bar{A})(Z, X) = (dA)(X, JZ)$$

Avem,

$$JU \xrightarrow{\theta} \bar{A}^{\text{del}} = g(JU, X) = A(X) \ \forall X \in \mathfrak{X}(V_n)$$

Teorema 1 : Dacă A este η—analitică atunci diferențialele exterioare ale lui A, $\bar{A}$ sînt legate prin relația (7) pe orice structură $A_j (j \geqslant 2)$.

Consecință : Condiția necesară și suficientă ca A să fie închisă este ca A să fie quasi-închisă ([3]) (adică $(dA)(X, J, Z) = 0$)

Această condiție de quasi-închidere este o generalizare a noțiunii de 1-formă armonică pe structuri aproape Kähleriene [6]

Să notăm,

$$(8) \qquad \overline{U} = JU$$

Cum $\bar{A}(E) = O$, $A(E) = \eta(U)$ obținem :

$$(9) \qquad U = - J\overline{U} + A(E)\, E$$

Înlocuind (9) în (2) obținem,

$$- g((D_Z J)X, J\overline{U}) - g(D_{JX} J\overline{U}, Z) + A(E)[g((D_Z J)(X, E) + \\ + g(D_{JX} E, Z) + g((JX)(AE))\, E, Z) = - g(D_X \overline{U}, Z)$$

Dar pe orice structură $A_j (j \geqslant 2)$ avem,

$$(11) \qquad g((D_Z J)X, E) + g((D_{JX} E, Z) = 2(d\eta)(JX, Z)$$

Teorema 2 : Condiția necesară și suficientă ca 1-forma fundamentală η să fie η-analitică este ca η să fie quasi-închisă.

Într-adevăr, dacă η este quasi-închisă membrul drept din (11) este nul. De unde cum partea dreaptă din (2) se anulează pentru $U = E$ obținem rezultatul dorit.

Reciproca este imediată.

Consecință. Dacă η este η- analitică și E închisă ([4]) atunci este închisă pe $A_j (j \geqslant 2)$.

Definiția 2. O structură A_2 cu η închisă o vom numi η-aproape cosimplectică.

Consecință. Pe orice structură η -aproape cosimplectică, η este η-analitică.

Fie o varietate diferențiabilă V_{2n+1} de contact ([1] [2] [3]), pe care avem,

$$\eta \wedge (d\eta)^n \neq 0 \tag{12}$$

Se poate defini o structură A_3 așa cum se arată în ([2] [5]) pe care deci vom avea $(d\eta)\ (E,\ X) = 0$ adică η este E închisă.
Dacă ar fi și η-analitică ar rezulta că η este închisă, ceea ce ar contrazice (12). Deci pe o varietate de contact (12) η, nu poate fi η — analitică.

Definiția 3 : O structură A_j $(j \geqslant 2)$ este o F- structură dacă F este închisă, unde $F(X,Y) = g(X,\ JY)$
Pe o asemenea structură obținem ([3]) (dacă A este η-analitică)

$$(D_U F)(X,\ Z) = g(D_{JX}\ U,Z) + g(J(D_X\ U),\ Z) \tag{13}$$

și reciproc.

Teorema 3 : Pe o E-structură, condiția necesară și suficientă ca A să fie η-analtică este (13).

Definiția 4 Dacă pe A_2 avem,

$$g(D_{JX}U,\ JZ) - g\ (D_{J^2Y}\ U,\ Z) = 0 \tag{14}$$

vom spune că A este η-pseudo-coautomorfism.
Am introdus această denumire, deoarece pe distribuția Δ definită prin $\eta = 0$, (14) generealizează noțiunea de „pseudo-coautomorfism"([6]).

Dacă $D_U F = 0$ rezultă.

$$g(D_{JX}\ U,\ Z) - g(D_X U,\ JZ) = 0 \qquad \forall X,Z \tag{15}$$

Înlocuind X și JY obținem (14) adică,

Propoziția 1 : Pe o F — structură dacă A este η -analitică și $D_U F = 0$ atunci A este „η-pseudo-coautomorfism"

Astfel pe V_{2n+1} aproape cosimplectică ([2] [3]), orice A η-analitică este η-pseudo-coautomorfism". Avem,

$$g(D_{JY}\ U,\ JZ) = -\ g(J(D_{JY}\ U),\ Z) = g((D_{JY}\ J)U,\ Z) - g((D_{JY}JU),\ Z) \tag{16}$$

Cum în (14) Z era arbitrar, rezultă :

$$J(D_{JY}\ U) - D_Y\ U + \eta(Y) D_E U = 0 \tag{17}$$

Relația (17) este echivalentă cu (16)

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Sasaki*, On Diff. Manif. Cretain Structures Tohoky Math. J 12 (1960) p. 459—476.
2. *S. Goldberg, K. Yano*, Integrability of Almost Cosymplectic Structures Pacific, J. of Math. vol. 31 nr. 2 (1969).
3. *P. Stavre*, Coautomorfisme și — automorfisme pe strucuri Aj(j ⩾ 2). Studii și cercetări mat. (sub tipar).
4. *P. Stavre*, Asupra unor automorfisme pe F-structuri. Bul. Inst. Politehnic Iași (sub tipar).
5. *J. A. Schouten*, The Ricci Calculus, Springer Berlin 1954.
6. *Shun-Ichi-Tacjibana*, On Almost-analitic Vectors in Almost Kählerian manifolds, Tohoky vol. 11, nr. 2, (1969).
7. T. S. Nokayoma Some Notes on Almost Hermitian Nanifolsds, Kodai 17 nr. 2(1966).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3

FIZICĂ

C.Z. :621.385.2

UTILIZAREA MODULAȚIEI IMPULSURILOR IN POZIȚIE (MIP) INTR-UN SISTEM DE COMUNICAȚII CU DIODA LASER *

N. N. CEAUȘESCU, VL. DOICARU., CL. NICULESCU

1. Schema bloc și elementele ei componente

Elementul principal al schemei bloc a emițătorului laser este pe dioda (fig. 1) [1]:

— Modulatorul în impulsuri al diodei laser „Driverul", care generează impulsuri de durată fixă ($\tau = 0{,}2\ \mu s$) pentru comanda diodei laser. Aceste impulsuri se obțin prin descărcarea unei linii artificiale de întîrziere perioada laser prin deschiderea unui tiristor de viteză mare de către un impuls pozitiv modulat în poziție.

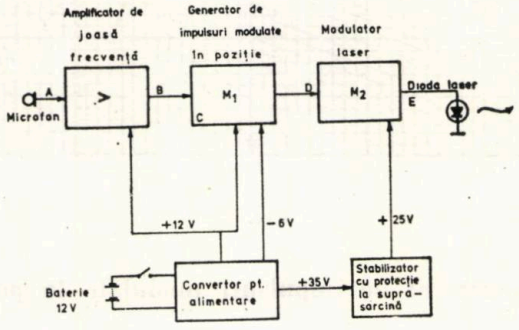


Fig. 1 Schema bloc a emițătorului laser

În pauza dintre impulsuri linia se încarcă de la sursa de alimentare printr-o bobină de șoc [2]. Proiectarea elementelor modulatorului se realizează cu ajutorul graficelor caracteristice diodei laser folosite (fig. 2).

---

* Lucrare susținută la sesiunea științifică de comunicări a secție de științe tehnice a Academiei R.S.R., 24—25 septembrie 1975

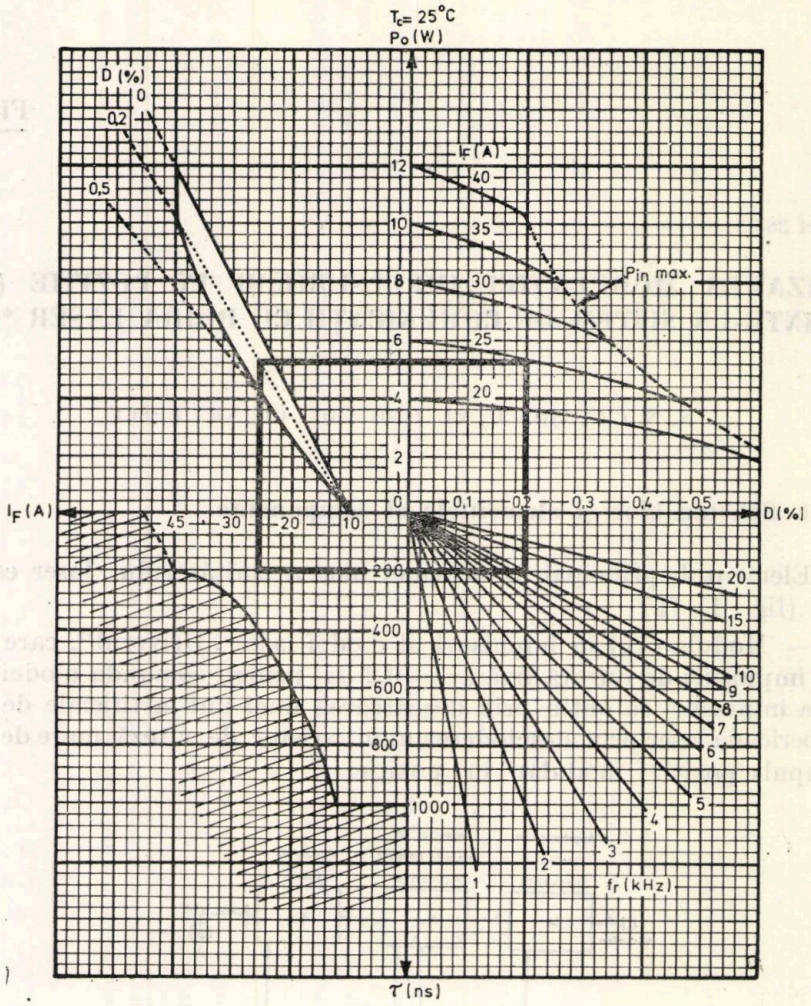


Fig. 2

2. Blocul generator de impulsuri modulate în poziție

Un circuit comparator de nivel, integrat, generează impulsuri cu o frecvență de repetiție $f_{R0} = 10$ KHz prin compararea celor două tensiuni de la intrare — tensiunea de pe un condensator ce se încarcă printr-un generator de curent constant și o tensiune fixă U_0. În momentul cînd peste tensiunea U_0 se aplică tensiunea de audiofrecvență de la amplificatorul de microfon, frecvența impulsurilor de la ieșirea comparatorului variază liniar cu valoare instantanee a acesteia. Descărcarea condensatorului C se realizează printr-un tiristor ce se deschide de către impulsurile de la ieșirea comparatorului. Celelalte elemente ale schemelor din fig. (1) nu pun probleme deosebite.

3. Alegerea și justificarea tipului de modulație

Tipul de modulație de impulsuri folosit este determinat în primul rînd de caracteristicile impulsurilor care alimentează dioda laser : impulsuri de durată foarte mică (fracțiuni de microsecundă), cu perioada de repetiție de ordinul sutelor de microsecunde, deci impulsuri cu factor de umplere foarte mic. [4]. Aceasta ne duce direct la modulația în poziție a impulsurilor, care are avantajul că durata impulsurilor este constantă. De aici rezultă și avantajul că impulsurile se pot forma cu ajutorul unui circuit de descărcare cu linie de întîrziere, care generează impulsuri de durată constantă.

În plus, rezultă și alt avantaj ; puterea medie constantă, deci dioda laser poate lucra într-un regim optim de putere.

Modularea în poziție a impulsurilor este utilă și pentru receptor, și anume putem beneficia de un limitator de impulsuri care îmbunătățește raportul semnal — zgomot [3].

La rîndul ei modulația în poziție poate fi :

1° Modulația în fază a impulsurilor în care faza impulsurilor este proporțională cu funcția care reprezintă semnalul.

2° Modulația în frecvență a impulsurilor, în care frecvența instantanee de repetiție este proporțională cu funcția care reprezintă semnalul Tipul al doilea de modulație este avantajos întrucît nu necesită impulsuri de sincronizare (sistemul de transmisiune lucrează asincron) și ca urmare a acestui fapt, permite o mai bună utilizare a benzii de frecvență.

Alegînd acest tip de modulație, din funcționarea circuitului generator de impulsuri modulate în poziție, descrisă anterior, analizăm regimul dinamic (fig. 3).

Notăm cu t_1, $t_2 ... t_n$ momentele cînd are loc descărcarea condensatorului C, care coincid cu momentele de apariție a impulsului la ieșirea comparatorului.

Considerăm intervalul (t_{n-1}, t_n) și îl notăm cu T (perioada instantanee). Rezultă

$$T_n = \frac{1}{K}(U_0 + U_m \cos \Omega t_n). \quad (1)$$

unde $K = \frac{I_c}{C}$, I_c este curentul de încărcare dat de generatorul de curent constant, C este valoarea capacității condensatorului, U_4 este valoarea de tensiune fixă la intrarea comparatoruului și U_m este amplitudinea tensiunii de audiofrecvență

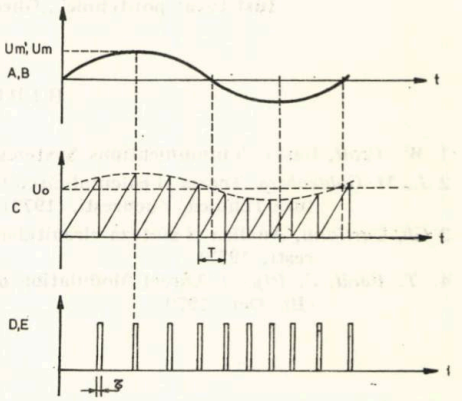


Fig. 3 Formele de undă ale semnalelor care trec prin schema bloc

În loc de (1) putem avea:

$$T_n = T_0\left(1 + \frac{U_m}{U_0}\cos \Omega t_n)\right) \qquad (2)$$

unde $T_0 = \frac{U_0}{K} = \frac{U_0 C}{I_c}$.

Relația (2) ne arată că perioada instantanee de repetiție a impulsurilor este o funcție liniară de tensiune de modulație. Acest gen de modulație este avantajos în cazul transmisiei pe un singur canal pentru că la recepție nu sînt necesare impulsuri de sincronizare și nici circuite de corecție.

Putem ilustra mai bine avantajele tipului de modulație adoptat, făcînd o scurtă referire și la demodulatorul din receptor. Se poate arăta că putem îmbunătăți substanțial eficiența demodulării, dacă înainte de filtrare (*FTJ*), impulsurile de la ieșirea fotodetectorului sînt formate cu ajutorul unui circuit basculant monostabil. Aceasta echivalează cu mărirea artificială a valorii medii a impulsurilor, păstrînd poziția impulsurilor neschimbată În acest fel, eficiența demodulării poate fi ridicată la valori pe deplin utilizabile.

Sistemul, privit în ansamblu, are deci următoarele avantaje:

— lipsa impulsurilor de sincronizare care simplifică instalația.

— nu necesită circuite corectoare la recepție deoarece este evident că răspunsul demodulatorului nu depinde de frecvența de modulație, așa cum este cazul la modulația de poziție de fază.

— banda de frecvență transmisă este mai mare decît la sistemul cu impulsuri de sincronizare, în condițiile în care frecvența maximă a impulsurilor este limitată de dioda laser folosită.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1 *W. Pratt*, Laser Communications Systems, J. Wiley § Sons, New York, (1969)

2 *L. M. Goldenberg*, Teoria și calculul circuitelor de impulsuri (Traducere din limba rusă), Editura Tehnică, București, (1972)

3 *Gh. Cartianu*, Analiza și sinteza circuitelor electrice, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972).

4. *T. Paoli, J. Ripper*, Direct Modulation of Semiconductor Lasers, Proc. of the IEEE — 50 10, Oct. 1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 539.4

ASUPRA UNEI NOI PARAMETRIZĂRI, SPECIFICA SISTEMELOR FIZICE NETOTAL-SIMETRICE, A OPERAȚIILOR PUNCTUALE DE SIMETRIE*

DAN IORDACHE

În cadrul unei analize detaliate [1] a posibilităților de perfecționare a metodelor de determinare a structurilor moleculare, am constatat — printre altele — și faptul că expresia cea mai comodă (directă) a parametrilor „naturali" (vector unitar $\bar{1}_a$ al axei de rotație, respectiv al normalei la planul de oglindire, și unghiul φ al rotației corespunzînd operației studiate) ai produsului a două operații punctuale de simetrie în funcție de parametrii „naturali" ai celor două operații care se compun, se obține pentru o descriere a acestor operații prin parametrii *caracter* s *și* — respectiv — *vector* $\bar{q}$ *al operației punctuale*, definiți prin expresiile:

$$s = \det \bar{\bar{T}}, \quad \bar{q} = \sin\left[\frac{\varphi}{2} + (s-1)\frac{\pi}{4}\right]\cdot\bar{1}_a, \tag{1}$$

unde T este matricea corespunzînd respectivei transformări*. În acest caz, se constată ([1]) că efectuarea în ordine a operațiilor punctuale $P(\bar{q}_1, s_1)$ și apoi $P(\bar{q}_2, s_2)$ este echivalentă cu o operație punctuală ai cărei parametri $\bar{q}$, s sînt dați de identitatea:

$$\hat{P}(\bar{q}_2, s_2)\cdot\hat{P}(\bar{q}_1, s_1) = \hat{P}[s_{12}\cdot(\tilde{q}_2\cdot\bar{q}_1 + \tilde{q}_1\cdot\bar{q}_2 - \bar{q}_1\times\bar{q}_2), s_1\cdot s_2], \tag{2}$$

unde *norma* $\tilde{q}$ a *dualului vectorului* $\bar{q}$, și s_{12} au expresiile:

$$\tilde{q} = |\sqrt{1-q^2}|, \quad s_{12} = \operatorname{sign}(\tilde{q}_1\cdot\tilde{q}_2 - \bar{q}_1\cdot\bar{q}_2) \tag{3}$$

Pornind de la această relație de bază avantajoasă, se obțin expresii directe și pentru parametrii:

* Manuscris predat redacției la data de 31 iulie 1975

* Caracterul s al unei operații punctuale este egal deci cu $+1$ sau cu -1 după cum respectiva operație constă într-o rotație proprie, respectiv într-o rotație improprie (incluzînd un număr impar de oglindiri).

(*i*) produsului a trei operații punctuale :

$$[\hat{P}(\bar{q}_3, s_3)\cdot\hat{P}(\bar{q}_2, s_2)]\cdot\hat{P}(\bar{q}_1, s_1) = \hat{P}(\bar{q}_3, s_3)\cdot[\hat{P}(\bar{q}_2, s_2)\cdot\hat{P}(q_1, s_1)] =$$

$$= \hat{P}[s_{123}\cdot\{(\tilde{q}_2\tilde{q}_3 - \bar{q}_2\cdot\bar{q}_3)\bar{q}_1 + (\tilde{q}_1\tilde{q}_3 + \bar{q}_1\cdot\bar{q}_3)\bar{q}_2 + (\tilde{q}_1\tilde{q}_2 - \bar{q}_1\cdot\bar{q}_2)\bar{q}_3 -$$

$$- \tilde{q}_1(\bar{q}_2\times\bar{q}_3) - \tilde{q}_2(\bar{q}_1\times\bar{q}_3) - \tilde{q}_3(\bar{q}_1\times\bar{q}_2)\}, \; s_1\cdot s_2\cdot s_3], \tag{4}$$

unde :

$$s_{123} = \text{sign}[\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{q}_3 - \tilde{q}_1\bar{q}_2\cdot\bar{q}_3 - \tilde{q}_2\bar{q}_1\cdot\bar{q}_3 - \tilde{q}_3\bar{q}_1\cdot\bar{q}_2 + \bar{q}_1(\bar{q}_2\times\bar{q}_3)] \tag{5}$$

(*ii*) operației inverse :

$$\hat{P}^{-1}(\bar{q}, s) = \hat{P}(-\bar{q}, s), \tag{6}$$

(*iii*) transformatei asemenea a operației $\hat{P}_1 = \hat{P}(\bar{q}_1, s_1)$ prin operația $\hat{P}_2 = \hat{P}(\bar{q}_2, s_2)$:

$$\hat{P}_2\hat{P}_1\hat{P}_2^{-1} = \hat{T}_2\hat{P}_1 = \hat{P}[2(\bar{q}_1\cdot\bar{q}_2)\bar{q}_2 - 2\tilde{q}_2(\bar{q}_1\times\bar{q}_2) + (\tilde{q}_2^2 - q_2^2)\bar{q}_1, \; s_1], \tag{7}$$

și altele.

Dacă în cazul sistemelor fizice total-simetrice (spre ex. în cazul studiului atomilor, sau al unor corpuri izotrope) această parametrizare nu prezintă totuși avantaje în raport cu metodele clasice ([2]—[5]) — bazate pe descrierile prin parametri Cayley-Klein sau unghiuri Euler — de rezolvare a problemelor privind structura și reprezentările grupurilor de operații punctuale de simetrie, în cazul sistemelor fizice netotal-simetrice (spre ex. al moleculelor poliatomice, rețelelor cristaline, ș.a.) parametrizarea prezentată permite studii mai comode (deci avantajoase) a raporturilor dintre elementele geometrice de simetrie.

Spre exemplu, faptul că rețelele cristaline pot admite mai multe axe C_n (de ordinul n) doar în cazul în care n este egal cu 1, 2, 3, 4 sau 5, reiese — pe o cale mai directă decît cea clasică (v. spre ex. [6]) — pornind de la faptul că, pentru ca două axe de rotație de ordinul n să „genereze" — prin compunerea operațiilor punctuale corespunzătoare — o axă similară, formînd împreună cu primele două un triedru simetric, este necesar [după cum rezultă din relațiile (1)—(3)] ca unghiul α_n dintre cele două axe să satisfacă cerinței :

$$\sec\alpha_n = \sec\frac{2\pi}{n} - 1. \tag{8}$$

Funcția $f(x) = \sec\dfrac{2\pi}{x} - 1$ fiind — pentru $x > 4$ — nenegativă și monoton scăzătoare, iar $f(6) = 1$, rezultă că doar axe de ordinele 2, 3, 4 și 5 pot genera axe similare cu direcții diferite.

Deoarece, în plus, aceste axe (de ordinul 2, 3, 4 și 5) satisfac și cerinței de „umplere" a spațiului tridimensional cu unghiuri solide corespunzînd triedrelor simetrice de unghiuri la vîrf α_n:

$$\frac{4\pi}{6\arcsin\left[\frac{1}{2}\cdot\sec\left(\frac{1}{2}\alpha_n\right)\right]-\pi}=\frac{4n}{6-n}=\text{întreg}, \tag{9}$$

rezultă în final că doar axele de ordinele 2,3,4 și 5 și—desigur — axa de ordinul 1, pot fi prezente în număr $\geqslant 2$ (axe de același ordin) într-o rețea cristalină.

În plus, deoarece parametrii $q_x = \bar{q}\cdot\bar{1}_x$, q_y, q_z, s sînt independenți, acești parametri pot fi utilizați — la fel de bine ca și cei clasici — pentru studiul reprezentărilor diferitelor grupuri punctuale de operații de simetrie. În particular, drept unic exemplu, expresia caracterului operației $\hat{P}(\bar{q}, s)$ în reprezentarea vectorilor polari de ordinul $3N$ (caracter necesar reducerii reprezentării complete a unui sistem fizic în reprezentări ireductibile neechivalente, caracterizînd evoluțiile independente posibile ale sistemului) este (v. [1]):

$$\chi[\hat{P}(\bar{q}, s)] = s\cdot(3-4q^2) \tag{10}$$

Cu toate avantajele (inclusiv de natură didactică) pe care le poate prezenta (în special pentru studiul raporturilor dintre elementele geometrice de simetrie ale sistemelor fizice netotal-simetrice), această parametrizare — pentru care nu am întîlnit studii în literatura matematică consultată — pare să fie ignorată și de acele tratate de fizică (v. spre ex. [7] —[9]) care conțin probleme (referitoare la simetriile diferitelor structuri moleculare, respectiv cristaline) a căror rezolvare ar putea fi considerabil simplificată pe această cale, fapt care m-a îndemnat să formulez această succintă notă informativă.

În final, voi menționa că avantajele particulare prezentate de parametrizarea analizată se datoresc poziției „centrale" ocupate de această parametrizare față de grupul parametrizărilor clasice; într-adevăr, parametrii $\bar{q}$ și s fiind definiți prin cei „naturali" conform relațiilor (1), aceiași parametri pot fi corelați ([1]) cu unghiurile Euler prin relațiile:

$$q_x = \sigma\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma-\alpha}{2},\quad q_y = \sigma\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma-\alpha}{2},$$

$$q_z = \sigma\cos\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma+\alpha}{2}, \tag{11}$$

[unde $\sigma = s_{123}$ — v. relația (5) — pentru $\bar{q}_1 = \bar{q}(\bar{1}_z, \alpha, s_\alpha)$, $\bar{q}_2 = \bar{q}(\bar{1}_x, \beta, s_\beta)$, $\bar{q}_3 = \bar{q}(\bar{1}_z, \gamma, s_\gamma)$], respectiv cu parametrii Cayley-Klein prin expresiile:

$$a = \sigma\cdot(\tilde{q} + i\cdot q_z),\quad b = \sigma\cdot(q_x + i\cdot q_y)\quad (i=\sqrt{-1}). \tag{12}$$

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Iordache*, Dizertație, Universitatea București, 1971.
2. *J. Schur*, Die algebraischen Grundlagen der Darstellungstheorie der Gruppen, Frey und Kretz, Zürich, 1936.
3. H. *Weyl* Klassiceskie grupî, ih invarianti i predstavleniia, Izd. Inostr. Lit., Moscova, 1947.
4. *V. I. Smirnov*, Curs de matematici superioare, vol. III, partea I-a, Ed. tehnică, București, 1955.
5. *E. P. Wigner*, Group Theory and its Application to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra, Acad. Press, New York, 1959.
6. *H. Weyl*, Simetria, Ed. Științ., București, 1966.
7. *L. D. Landau, E. M. Lifșiț*, Mecanica cuantică (teoria nerelativistă), Ed. tehnică, București, 1965.
8. *E. B. Wilson, J. C. Decius, P. C. Cross*, Molecular Vibrations, McGraw Hill Book Publ.Comp. New York, 1955.
9. S. *Bhagavantam, T. Venkatarayudu* , Theory of Groups and its Applications to Physical Problems, Andhra Univ., Waltair, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 661.844.22

STUDIUL UNOR POSIBILITĂȚI DE ÎNNOBILARE A BARITINEI*

TH. BĂDESCU, C. STOICA

Introducere

Punerea în valoare a substanțelor minerale utile — inclusiv a celor sărace — reprezintă o preocupare generală pe plan mondial. În cazul baritinei, preocupările de înnobilare prin concentrare în sulfat de bariu și eliminarea elementelor dăunătoare se impun unei dezvoltări continue, datorită existenței pe glob a unui număr însemnat de zăcăminte sărace.

Metodele de concentrare depind de compoziția minereului și de destinație. Baritina apare în zăcăminte însoțită de witherit ($BaCO_3$) cuarț, sulfuri metalice (de Pb, Zn, Cu, Fe, Mn), oxizi de fier sau de mangan etc. De asemenea, bariul poate fi înlocuit în anumite propoziții cu stronțiu, formînd seria stronțio — baritinei — de la baritina propriu-zisă ($BaSo_4$) pînă la celestină ($SrSO_4$), cu plumb (barito — anglezitul), cu calciu, sau, există și unele înlocuiri minore (Hg, Co etc). Condițiile de calitate impuse baritinei în diversele domenii de utilizare diferă, mergînd de la un conținut de minimum 90—91 % $BaSO_4$ și masă specifică minimă de 4,15 g/cm^3 pentru baritina necesară îngreunării fluidelor de foraj din industria petrolieră și cea necesară industriei materialelor de construcție, pînă la un conținut de 98 % $BaSO_4$ pentru industria sticlei, lacurilor și vopselelor, hîrtiei, maselor plastice, chimică și alte industrii. La unele dintre aceste industrii se cere pentru baritină și un grad de alb ridicat (85—90 %) precum și o finețe ridicată (de ordinul micronilor).

În lucrarea de față s-au luat în studiu unele posibilități de înnobilare a baritinei de două tipuri (A și B).

La tipul A mineralizațiile de baritină, depuse din soluții hidrotermale au caracter filonian, Baritina A are o culoare albă cu slabe nuanțe albăstrui și este impregnată cu cristale de galenă în cantitate redusă, constatîndu-se și cantități infime de carbonat, sulfat de calciu și fluorină iar uneori este asociată cu witherit [1, 2, 3].

Baritina de tip B s-a format în masa calcarelor triasice prin substituția metasometică a calcarelor și prin apariția de filoane, evidențiate în

* Manuscris predat redacției la data de 26 oct. 1973.

special la contactul cu porfirele cuarțifere. Spre deosebire de baritina filoniană, care este mai larg dezvoltată, structura baritinei de substituție metasomatică este grăunțoasă, cu o culoare alb — cenușie, uneori gălbuie, datorită limonitului. Baritina granulară apare insinuată printre grăunți de cuarț și este uneori asociată cu fluorină, witherit și sulfuri complexe metalice [2].

Pentru îmbunătățirea calității baritinei trebuie să se ia în considerare prezența impurităților nedorite, mai ales a oxizilor de fier (limonitul și hematita) care colorează baritina, precum și a silicei din argile sau porfirele cuarțifere, care depreciază baritina și are un efect de corodare a pompelor care împing noroiul de foraj sau a utilajelor din alte industrii. Baritina de tip B este mai bogată în silice și oxizi de fier decît cea de tipul A, care în schimb conține o cantitate mai ridicată de witherit.

Un tratament chimic suplimentar este de natură a aduce baritina la indici superiori de calitate, procedeele utilizate fiind destul de variate [3, 4, 5], aplicabile după o judicioasă justificare economică pentru trecerea de la cercetarea de laborator la exploatarea industrială.

Scopul studiului de laborator de față este obținerea unor concluzii de ordin comparativ pentru baritină cu caracteristici diferite din cele două tipuri, în ceea ce privește eficacitatea unor metode de înnobilare, folosite ca atare sau în mod combinat.

Rezultate obținute — concluzii

S-a urmărit în principal creșterea concentrației în $BaSO_4$ (concomitent cu scăderea impurităților dăunătoare) precum și creșterea gradului de alb, în special prin deferizare.

Analiza probelor luate în lucru s-a efectuat după metodele obișnuite [6, 7, 8]. Rezumînd, s-a dozat $BaSO_4$ și $BaCO_3$, trecîndu-se mai întîi acesta din urmă în soluție, după care s-a făcut dezagregarea alcalină a sulfatului de bariu cu amestec de carbonați. Silicea s-a dozat gravimetric, prin insolubilizări cu HCl și volatilizare cu HF. Fierul s-a determinat fotocolorimetric, minereul fiind dezagregat cu H_2SO_4 și HF.

Compoziția inițială a probelor luate în studiu este prezentată în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. crt.	Proba	$BaSO_4$(%)	$BaCO_3$(%)	SiO_2(%)	Fe_2O_3(%)
1	A I	74,20	17,56	4,00	0,94
2	A II	64,60	2),06	13,50	1,15
3	B I	57,90	4,80	31,10	5,99
4	B II	62,80	2,21	13,00	20,80

Se constată, din tabel, că proba A conține un procent mai ridicat de substanță utilă, dar și o cantitate mai ridicată de witherit. Uneori (proba A_I) silicea și fierul se află în cantități foarte reduse, ceea ce indică acor-

darea atenţiei pentru valorificarea baritinei înnobilate şi în alte domenii decît cea petrolieră.

Tabelul 2

Nr. crt.	Proba	$BaSO_4$(%)	$BaCO_3$(%)	$SioO_2$(%)	Fe_2O_3(%)
	HCl 2 %				
1	A I	84,20	10,10	4,55	0,59
2	A II	72,80	11,00	15,20	0,72
3	B I	61,80	2,40	33,80	2,80
4	B II	71,00	1,15	14,70	12,30
	HCl 5 %				
1	A 1	92,80	2,10	5,00	0,18
2	A II	81,10	2,10	16,90	0,30
3	B I	63,80	1,30	34,30	1,10
4	B II	80,00	0,60	16,40	2,10
	HCl 10 %				
1	A I	95,40	0,33	5,12	0,11
2	A II	82,00	0,33	17,20	0,12
3	B I	65,00	0,24	34,80	0,20
4	B II	82,70	0,19	16,70	0,32

a) O primă serie de încercări de înnobilare a fost făcută prin tratare cu acizi, respectiv cu soluţii de acid clorhidric de diferite concentraţii. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 2, iar din aspectul diagramelor din fig. 1 se poate observa mai uşor creşterea comparativă a procentului de substanţă utilă (obţinută sub forma de $BaSO_4$) faţă de probele iniţiale, în urma tratării cu HCl a celor patru probe luate în lucru.

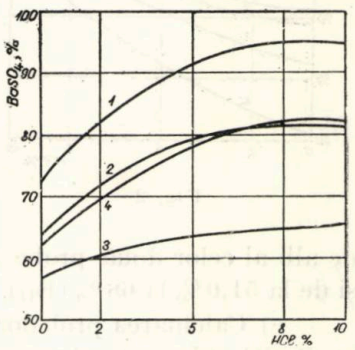


Fig. 1

Creşterea concentraţiei soluţiei acide influenţează în mod favorabil atît îmbogăţirea în $BaSO_4$ cît şi scăderea procentului de $BaCO_3$ şi a fierului, obţinîndu-se compoziţii optime ale baritinei, astfel înnobilate, la o concentraţie de 10% HCl. Rezultate nesemnificative sub raportul creşterii conţinutului în substanţă utilă s-au obţinut pentru una din probele de baritină de tipul B (proba 3), care conţine un procent iniţial foarte

ridicat de SiO_2 (31,10 %) și care crește apoi (în valoare relativă) la tratarea cu acizi, cum de altfel se observă și în cazul celorlalte probe. Aceasta, deooarece silicea nu se dizolvă în HCl (rămîne constantă din punct de vedere cantitativ), spre deosebire de impuritățile solubile, a căror concentrație scade progresiv.

Solubilizarea silicei și îndepărtarea ei completă s-a făcut urmărindu-se o probă inițială tratată cu HCl soluție 10 % la cald (operație prin care celelalte elemente au trecut în cloruri solubile) și apoi tratînd proba cu HF (în mod analog metodei de analiză aplicate). S-a ajuns în acest mod la un grad foarte ridicat de înnobilare, după cum se poate vedea și din rezultatele înscrise în tabelul 3.

Tabelul 3

Nr. crt.	Proba	$BaSO_4$ (%)	$BaCO_3$ (%)	SiO_2 (%)	Fe_2O_3 (%)
1	A I	99,70	0,20	—	0,11
2	A II	99,60	0,21	—	0,11
3	B 1	98,90	0,22	—	0,19
4	B II	99,00	0,19	—	0,25

În urma tratamentului baritinei cu acizi se constată și creșterea sensibilă a gradului de alb (determinat cu leucometrul Zeiss), a cărui variație se poate observa din diagramele prezentate în fig. 2.

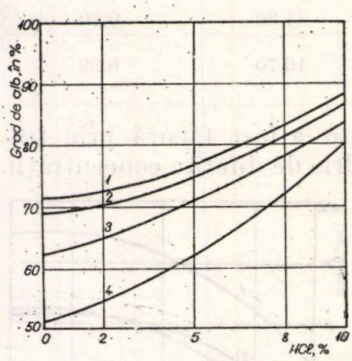


Fig. 2

b) O altă metodă folosită pentru creșterea gradului de alb a fost complexarea fierului din baritina mai închisă la culoare (B) sub formă de ferocianură ferică, conform reacțiilor :

$$Fe_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2\,FeCl_3 + 3H_2O$$

$$4FeCl_3\,3K_4[Fe(CN) \rightarrow$$

$$\rightarrow Fe_4[Fe(CN)_6]_3 + 12\,KCl$$

Nuanța albastră a complexului format, complementară galbenului — cenușiu al baritinei, a permis o creștere a gradului de alb al celor două probe de baritină de tip B, de la 62,5 % la 75 % (B_I) și de la 51,0 % la 68 % (B_{II}).

c) Calcinarea probelor la 750—800°C a permis creșterea conținutului în $BaSO_4$ (datorită descompunerii carbonaților), în mod practic numai pentru materialul cu un conținut mai redus de silice (baritina de tip A). Se elimină totodată apa și substanțele organice. Compoziția probelor înainte și după calcinare este reprodusă în tabelul 4.

Tabelul 4

Nr. crt.	Proba	$BaSO_4$ (%)	BaO (%)	CO_2 (%)	SiO_2 (%)	Fe_2O_3 (%)
	ÎNAINTE DE CALCINARE					
1	A I	74,20	13,64	3,93	4,00	0,94
2	A II	64,60	15,62	4,46	13,50	1,15
3	B I	57,90	3,73	1,07	31,10	5,99
4	B II	62,80	1,71	0,50	13,00	20,80
	DUPĂ CALCINARE					
1	A I	80,00	14,74	—	4,23	1,01
2	A II	68,20	16,04	—	14,20	1,21
3	B 1	58,50	3,76	—	31,50	6,06
4	B II	63,90	1,74	—	13,20	21,15

d) Încercările de înnobilare prin flotaţie de laborator au confirmat eficacitatea acestei metode, utilizată în diferite variante în practică, în funcţie de tipul de minereu. După obţinerea tulburelii, în celula de flotaţie s-au adăugat ca reactivi modificatori pentru ganga calcaroasă Na_2CO_3 10% şi Na_2SiO_3 10%, în proporţii convenabile faţă de cantitatea de minereu (echivalente cu cantitatea de 800 g/t) precum şi alcool cetilic sulfatat 5%, în calitate de reactiv colector şi spumant (în practică se foloseşte în proporţie de 1 200—2 000 g/t). După efectuarea flotaţiei produsul obţinut a fost supus la două reflotaţii.

Rezultatele obţinute prin metoda de mai sus sînt înscrise în fig. 3,în care se reprezintă creşterea conţinutului în $BaSO_4$ prin flotări repetate (I, II, III) pentru o probă medie de baritină de tip A (1) şi pentru o probă medie de baritină de tip B (2). Scăderea conţinutului de impurităţi, respectiv, variaţia $BaCO_3$, SiO_2 şi Fe_2O_3 (1,2,3 — A şi 1', 2', 3' — B) este reprezentată în fig. 4

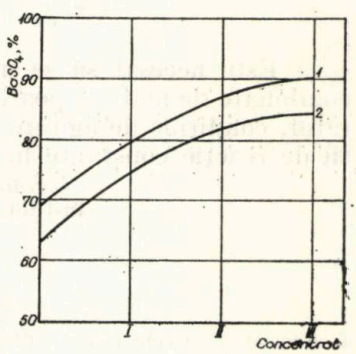


Fig. 3

e) Pentru obţinerea unei baritine cu grad de alb ridicat, concentratele obţinute prin flotaţie au fost calcinate în prezenţa acidului fosforic, studiindu-se astfel variaţia gradului de alb funcţia de cantitate de H_3PO_4 utilizat şi de temperatură. Menţinînd temperatura constantă (800°C timp de 3 ore), se constată din fig. 5, că este necesară o cantitate mai mare de acid fosforic în cazul probei cu conţinut mai ridicat de fier (B — curba 2) pînă la limita cînd s-a ajuns la cantitatea de H_3PO_4 necesară complexării fierului (în cazul nostru, la valoarea de 7,5 g H_3PO_4), după care creşterea cantităţii de H_3PO_4 nu mai influenţează gradul de alb.

Influența temperaturii asupra gradului de alb la cantitatea optimă și constantă de H_3PO_4 de mai sus este reprezentată în fig. 6, din care se observă o creștere mai lentă a gradului de alb la temperaturi cuprinse între 700—800°C,

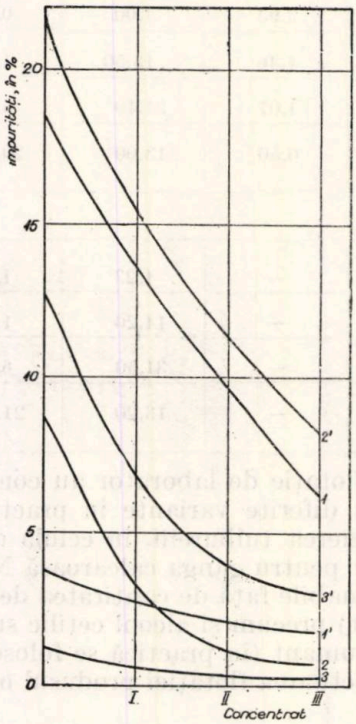


Fig. 4

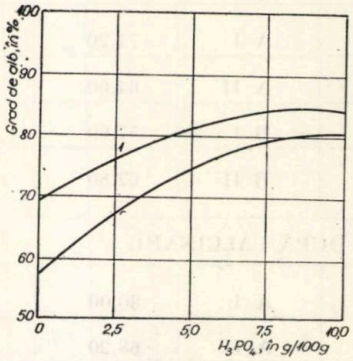


Fig. 5

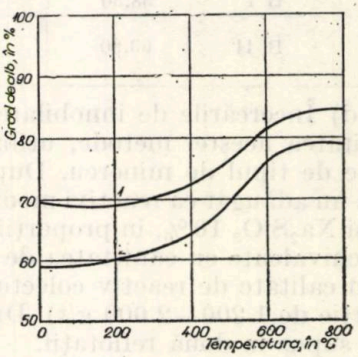


Fig. 6

Este necesar să se menționeze că aplicarea industrială a metodei combinate de mai sus poate da rezultate superioare celor obținute în laborator, condițiile de agitare și aeraj contribuind la menținerea unor condiții de reacție constante în toată masa minereului.

Catedra de Chimie anorganică și tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Băncilă, I.*, Geologia Carpaților Orientali , Ed. științifică, Buc. 1958.
2 *Brana V* , Zăcăminte nemetalifere în România. Ed. tehnică Buc , 1967, p 139.
3. *Butucescu, D., Grigorescu, Cl. Sandu, D., Ștefan, H.*, Zăcăminte, tehnologii, producție, prețuri pe piața mondială privind baritina, grafitul și beriliul, Buc., 1971.
4. * * * Revista minelor, nr. 4, 1960, p. 159
5. * * * Revista minelor, nr. 8, 1972, p. 421
6. *Ionescu, M., Demetrescu, A. N., Tuloveanu A.*, Analiza tehnică a minereurilor. Ed. tehnică, Buc. 1966, p. 388, 451.
7. *David, B., Olleneanu*, M. Analize utilizate în practica geologică Ed. tehnică, Buc. 1968,
8. STAS 8125/1—11—68 Barită.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 678—13

INFLUENȚA CLORURII DE ALIL ASUPRA VITEZEI DE COPOLIMERIZARE A SISTEMULUI: ACRILONITRIL—STIREN— — ANHIDRIDĂ MALEICĂ — CLORURĂ DE ALIL*

MARGARETA TOMESCU, M. GEORGESCU, L. CIOHODARU

Copolimerizarea multicomponentă prezintă o importanță deosebită pentru practica industrială. Prin introducerea de grupe funcționale în catena macromoleculară, proprietățile fizice, chimice și mecanice ale compușilor macromoleculari pot fi modificate în direcția dorită. Un interes deosebit îl prezintă sistemele care conțin monomeri ca anhidridă maleică și derivații acidului maleic, fumaric, citraconic, crotonic, itaconic și cinamic, compușii alilici, stilbenul, indenul, fenil acetilenele, clor-etilenele și vinil eterii care nu homopolimerizează prin mecanism radicalic, dar care pot copolimeriza radicalic cu un mare număr de monomeri.

Pentru o valorificare cît mai eficientă a acestor monomeri sub formă de compuși macromoleculari, cu aplicații largi în diferitele domenii ale tehnicii contemporane este necesar să se studieze efectul acestor monomeri asupra proceselor de copolimerizare.

Sistemul de monomeri: acrilonitril — stiren — anhidridă maleică — clorură de alil prezintă și un interes teoretic deosebit, deoarece clorura de alil și anhidrida maleică au viteze neglijabile ale reacției de autopropagare și nu pot copolimeriza între ei, dar pot copolimeriza cu ceilalți monomeri din sistem. O altă caracteristică a acestor substanțe constituie valorile foarte mari ale constantelor de transfer cu polimerul, solventul, inițiatorul și în special cu monomerul.

Partea experimentală. Acrilonitrilul (AN), stirenul (S) și clorura de alil (CA) au fost folosiți în reacțiile de copolimerizare proaspăt purificați prin distilare fracționată. Anhidrida maleică (AM) a fost purificată prin recristalizare din cloroform.

Ca inițiator de reacție s-a folosit α, α-azodiizobutironitrilul care a fost purificat prin recristalizare din alcool etilic.

Constantele fizice ale substanțelor folosite, care au fost determinate după metode indicate în literatura de specialitate sînt prezentate în tabela 1

Reacțiile de copolimerizare au fost efectuate în fiole de sticlă închise, în sistem omogen, în următoarele condiții de reacție:

Compoziția substratului inițial în fracții molare: AN : S : AM : CA = 0,4 : 0,1 : 0,2 : 0,3

* Manuscris predat redacției la data de 7 februarie 1974.

Tabela 1

Constante fizice

Monomer	d_4^{20}	P_f°C/mm$_{Hg}$	P_t, °C	n_D^{20}
Acrilonitril	0,8060	77/30	—	1,3910
Stiren	0,9060	48/14	—	1,5472
Clorură de alil	0,9380	45/760	—	1,4160
Anhidridă maleică	—	—	52,60	—

Solvent: acetona. Raport în greutate: monomer/solvent — 1/1. Iniţiator, % faţă de cantitatea totală de monomer: 1%.

Temperatura, °C :60.

Copolimerii obţinuţi au fost separaţi din soluţie prin precipitare cu metanol, purificaţi prin reprecipitare şi spălări repetate şi uscaţi în vid.

Vîscozitatea intrinsecă a soluţiei de polimer a fost stabilită cu ajutorul unui vîscozimetru Ubelhode, la temperatura de 25°C.

Compoziţia copolimerilor a fost determinată experimental prin analiză elementară, prin dozarea azotului cu metoda semimicro Kjeldhal şi prin dozarea clorului cu metoda Schoniger.

Compoziţia teoretică a copolimerilor. Compoziţia copolimerului a fost calculată cu ecuaţiile diferenţiale de compoziţie pentru cazurile particulare ale copolimerizării sistemelor multicomponente care conţin monomeri incapabili să homopolimerizeze radicalic [1].

Sistemul studiat conţine doi monomeri: anhidrida maleică şi clorura de alil care prezintă o viteză neglijabilă a reacţiei de autopropagare şi de copolimerizare binară şi în consecinţă $K_{33} = K_{44} = K_{34} = K_{43} = 0$

S-a notat cu K_{ij} constanta vitezei de reacţie a macroradicalului care are unitatea terminală m_i^* cu monomerul M_j.

În acest caz ecuaţiile de compoziţie au următoarea formă:

$$d/M_1/ : d/M_2/ : d/M_3/ : d/M_4/ = /m_1/ : /m_2/ : /m_3/ : /m_4/ =$$

$$= /M_1/\left[/M_1/ + \frac{/M_2/}{r_{12}} + \frac{/M_3/}{r_{13}} + \frac{/M_4/}{r_{14}}\right]:$$

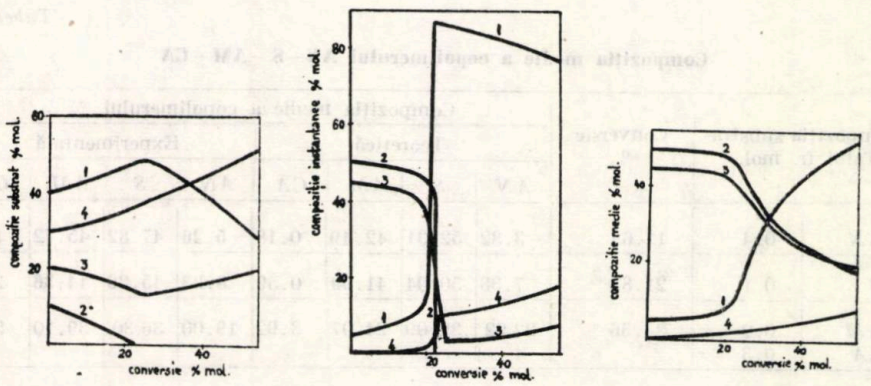
$$: /M_2/\,\frac{r_{21}}{r_{12}}\left[\frac{/M_1/}{r_{21}} + /M_2/ + \frac{/M_3/}{r_{23}} + \frac{/M_4/}{r_{24}}\right]:$$

$$: /M_3/\left[\frac{/M_1/}{r_{13}} + \frac{/M_2/}{r_{12}}\cdot\frac{r_{21}}{r_{23}}\right]: /M_4/\left[\frac{/M_1/}{r_{14}} + \frac{/M_2/}{r_{12}}\cdot\frac{r_{21}}{r_{24}}\right]$$

În ecuaţiile de mai sus s-a notat cu $/M_1/$, $/M_2/$, $/M_3/$, şi $/M_4/$ concentraţiile molare ale monomerilor din substrat, cu $/m_1/$, $/m_2/$, $/m_3/$ şi $/m_4/$ compoziţia morală instantanee a copolimerului şi cu r_{ij} constantele de copolimerizare binară.

În calcule s-au introdus următoarele valori ale constantelor de copolimerizare extrase din tabelele lui Young /2/ :

$$r_{12} = 0{,}04\,;\ r_{13} = 6\,;\ r_{14} = 5{,}5\,;\ r_{21} = 0{,}41\,;\ r_{23} = 0{,}02\,;\ r_{24} = 36{,}8$$



a b c

Fig. 1. Variația în funcția de conversie a :
— compoziției substratului (1 a)
— compoziției instantanee a copolimerului (1 b)
— compoziției medii a copolimerului (1 c).
Curba : 1 — AN, 2 — S, 3 — AM, 4 — CA

Cu ajutorul ecuațiilor diferențiale (1) se poate calcula compoziția copolimerului format la începutul procesului de copolimerizare. Pentru a stabili prin calcul compoziția copolimerului la conversii ridicate am integrat numeric în trepte sistemul de ecuații (1) considerînd că într-un interval de conversie de 2% molare, compoziția copolimerului rămîne practic constantă.

Analiza rezultatelor. Cu datele obținute prin integrarea numerică a ecuațiilor diferențiale de compoziție s-au trasat diagramele de variație a compoziției substratului și a compoziției instantanee și medii a copolimerului în funcție de conversie. Ele sînt prezentate în figurile 1, a ; 1,b și 1, c. Compoziția copolimerului a fost calculată pînă la conversia de 56 %

Din figura 1, a se constată că stirenul, monomerul cel mai activ din sistem se consumă, dispărînd din substrat la conversia de 23% molare. Dispariția lui din amestecul de monomeri determină modificări profunde în compoziția substratului. Conținutul de acrilonitril în substrat crește pînă la o valoare minimă care corespunde conversiei de 23 % molare, după care scade. Concentrația de clorură de alil în substrat crește continuu, creșterea fiind însă mai pronunțată după atingerea conversiei de 23 % molare.

Diagramele din figura 1, b descriu variația compoziției instantanee a copolimerului în funcție de conversie. În copolimerul format instantaneu, modificările din compoziția copolimerului se accentuează în jurul conversiei de 23 % molar, cînd are loc un salt. În decursul reacției în copolimerul format instantaneu concentrația de acrilonitril crește de la 10,23 % molare la 86,31 % molare, concentrația de anhidridă maleică scade de la

33,71% molare la 3,44% molare, concentrația de clorură de alil crește de la 0,0075% la 10,24% molare, iar concentrația de stiren scade la zero.

Modificările care apar în compoziția medie a copolimerului în decursul reacției sînt descrise de diagramele din figura 1, c. Din tabela 2

Tabela 2

Compoziția medie a copolimerului AN—S—AM—CA

Compoziția substratului fr. mol.		Conversie %	Compoziția medie a copolimerului %							
			Teoretică				Experimentală			
			AN	*S*	*AM*	*CA*	*AN*	*S*	*AM*	*CA*
AN	0.4	11.64	3.32	52.31	42.19	0.18	5.26	47.82	45.72	1.20
S	0.1.	21.83	7.38	50.04	41.99	0.59	8.33	45.36	44.36	2.02
AM	0.2	34.36	22.92	39.09	34.07	3.92	19.00	36.30	39.10	5.60
CA	0.3									

care compară valorile compoziției medii calculate cu datele experimentale de compoziție se constată o concordanță care poate fi considerată satisfăcătoare, dacă ținem seama de erorile experimentale și de limitele ecuațiilor clasice de compoziție.

În procesul de copolimerizare al monomerilor acrilonitril, stiren, anhidridă maleică, clorură de alil se formează un amestec fizic de copolimeri, eterogen din punct de vedere al constituenților și a compoziției. Conținutul de clorură de alil în compusul macromolecular format este foarte mic ceea ce corespunde datelor menționate de alți autori [3—6].

Figura 2 prezintă curba experimentală de variație a conversiei în funcție de durata procesului de polimerizare. În decursul reacției, datorită creșterii concentrației de clorură de alil în substrat, viteza de reacție scade foarte mult. Clorura de alil se comportă ca un întîrzietor al reacției

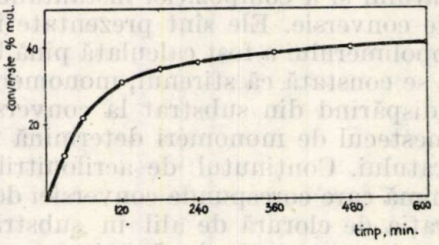
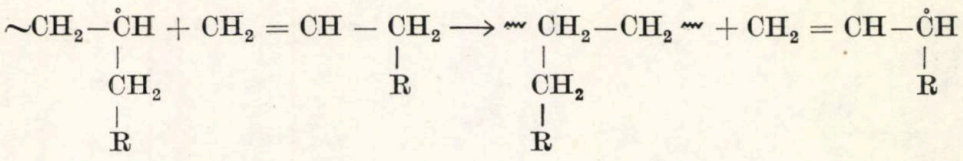


Fig. 2. Variația conversiei în funcție de timp

de copolimerizare. Această comportare este explicată prin reacțiile de transfer degradativ de lanț, determinat de prezența hidrogenului alilic din molecula de clorură de alil. Atomii de hidrogen pot fi extrași cu ușurință de un lanț macroradical în creștere ducînd la întreruperea lanțului respectiv de reacție și la formarea unui nou radical stabilizat prin rezo-

nanță cu dubla legătură adiacentă, deci cu o tendință mult mai mică de a iniția un nou lanț de reacții :



Prezența anhidridei maleice și a clorurii de alil în sistem, caracterizate prin constante de transfer mari cu monomerul și cu inițiatorul poate explica de asemenea masele moleculare foarte mici ale copolimerilor formați. Măsurătorile de vîscozitate a soluției de polimer au dat pentru vîscozitatea intrinsecă valoarea $/\eta/ = 0{,}38$.

Concluzii

Prin copolimerizarea radicalică la conversii înalte a amestecului de monomeri cu următoarea compoziție (exprimată în fracții molare) : acrilonitril : stiren : anhidridă maleică : clorură de alil= 0,4 :0,1 :0,2 :0,3 se formează un amestec de copolimeri cu o polidispersie compozițională foarte avansată și cu un conținut foarte redus de clorură de alil.

Datele experimentate de compoziție ale copolimerului corespund în limita erorilor experimentale cu datele teoretice.

Valorile foarte mici ale maselor moleculare ale copolimerilor se explică prin constantele mari de transfer ale clorurii de alil și anhidrinei maleice cu monomerul și inițiatorul.

Clorura de alil acționează ca un întîrzietor al reacției de copolimerizare. Această comportare se explică prin reacția de transfer degradativ de lanț determinat de prezența H alilic.

Prin integrarea numerică a ecuațiilor diferențiale de compoziție pentru cazurile particulare ale copolimerizării sistemelor care conțin monomeri incapabili să homopolimerizeze, se calculează compoziția medie și instantanee a copolimerului examinat și compoziția amestecului de monomeri pînă la conversia de 56% molare.

Catedra de chimie fizică și tehnologie electrochimică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Tomescu Margareta*, Lucrare comunicată la Sesiunea de Comunicări a Institutului Politehnic București, 1972
2. *Young L. J.*, J. Polym. Sci., 54, 411, 1961.
3. *Chapin E. L., R. F. Smith*, US Patent 2894938, 1958
4. *Korshakov V. V, Petrov A. D., Matveeva G., Nikitin G. I. Sadkyh, S. I.*, J. Gen. Chem., URSS, 26, 2367, 1956
5. *Titov A. P., Livshits I. A.*, J. Gen. Chem., URSS, 29, 1605, 1959
6. *Ham G.*, Copolimerization, Interscience, New York, 1964
7. *Brandrup J., E. H. Immergut*, Polym. Handbook, Interscience, 1967

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 628.54

STUDIUL DEPOLUĂRII APELOR REZIDUALE CU CONȚINUT DE CUPRU ȘI ZINC*

I. CONSTANTINESCU, CRISTINA HAJDU,
IRINA CONSTANTINESCU

Prin dezvoltarea industriei extractive de minereuri și de prelucrare a acestora s-a ajuns la solicitarea unor cantități din ce în ce mai mari de apă tehnologică. Cum aceste industrii în țara noastră se află plasate în apropierea unor cursuri de apă cu debite destul de mici, permanent există pericolul de poluare a acestora. Determinările făcute pentru stabilirea gradului de poluare în aval de deversarea apelor uzate din întreprinderi, indică valori foarte ridicate de impurificare, de cele mai multe ori cu mult peste limita admisă de STAS.

Măsurile ce s-au impus a fi luate nu au fost de loc simple, pe de o parte datorită volumului mare de ape poluate, pe de altă parte datorită diversității de substanțe poluante.

Cercetările de pînă acum au reliefat faptul că nu pot fi indicate rețete generale de tratare a unei ape datorită unor factori care determină în mod direct aplicativitatea uneia sau alteia din tehnologiile cunoscute.

În prezenta lucrare ne-am propus să studiem posibilitățile de depoluare a apelor reziduale provenite de la o platformă de exploatare a minereurilor. Vom prezenta rezultatele referitoare la posiblitățile de îndepărtare ale cuprului și zincului precum și a fierului, plumbului și aluminiului prezente permanent ca însoțitori în formă solubilă în aceste ape. În laborator s-au realizat modele de apă ce ating principalele impurități provenite din diferite puncte ale platformei industriale (tab. 1)

În literatura de specialitate sînt indicate o serie de metode pentru cazuri de ape industriale impurificate cu unul sau altul din poluantii amintiți mai sus, dar realizarea unei tehnologii în cîteva etape succesive, deși conduce la îndepărtarea tururor acestora, influențează în mod direct asupra creșterii excesive a prețului de cost.

De aceea am urmărit în cercetările de laborator să stabilim o tenhologie care să permită aplicarea unui tratament cît mai eficace și cît mai ieftin, în condiții de operativitate maximă.

---

* Manuscris predat redacției la data de 6 noiembrie 1973

Pentru îndepărtarea substanțelor solubile s-a recurs la tehnica precipitării, în timp ce pentru îndepărtarea celor aflate în suspensie s-a folosit tehnica coagulării-floculării.

Tabela nr. 1

Modelul	1	2	3	4
Componenți	mg/l	mg/l	mg/l	mg/l
SO_4^{2-}	15,40	15,40	15,40	15,40
Cl-	40	40	40	40
Fe	1,82	1,82	1,82	1,82
Al_2O_3	1,95	1,95	1,95	1,95
CaO	0,82	0,82	0,82	0,82
Mg O	0,50	0,50	0,50	0,50
Mn	0,13	0,13	0,13	0,13
Pb	8	0	8	8
Cu	10,9	10,9	0	10,9
Zn	18	18	18	0
pH	3	3	3	3
suspensii	150	150	150	150

Realizarea procesului de precipitare pentru înlăturarea produselor toxice alfate în forme solubile în apă, s-a bazat pe formarea unor compuși insolubili, susceptibili de a da precipitate ușor de îndepărtat prin procedee mecano-chimice.

Toți ionii metalici, Cu^{2+}, Zn^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}, Al^{3+}, Pb^{2+}, care sînt princi palii impurificatori ai acestor ape, datorită mediului acid, se găsesc în forme solubile. Prin alcalinizare se poate realiza precipitarea acestora sub forma unor hidroxizi metalici, precipitate care se pot separa de mediul apos. Apare însă inconvenientul că aceste precipitate sînt susceptibile de a se redizolva în medii puternic alcaline.

Încercările de laborator pentru această primă fază a precipitării s-au referit la stabilirea domeniilor de pH care asigură precipitarea integrală a tuturor ionilor metalici și implicit posibilitatea de îndepărtare a precipitatelor prin sedimentare.

În cazul cuprului pentru îndepărtarea integrală este necesară realizarea unui PH între 9 și 11,8 (fig. 1). În cazul ionului de fier, în funcție de valența sub care se regăsește este necesară realizarea unui p Hcuprins între 9,9 și 11,7 pentru Fe^{2+} sau între 3 și 12 pentru Fe^{3+}(fig. 2). În cazul ionului de zinc este necesară realizarea unui pH între 9,7 și 10,1 (fig. 3). În

cazul ionului de aluminiu este necesară realizarea unui pH cuprins între 7 și 8 (fig. 4). În cazul ionului de plumb este necesară realizarea unui pH cuprins între 7,7 și 9,8 (fig. 5).

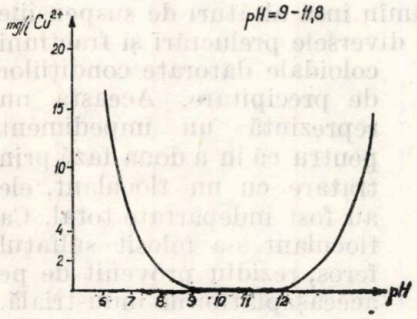


Fig. 1

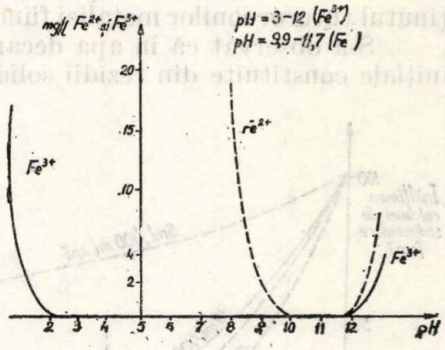


Fig. 2

Se constată că pentru concentrații în ioni metalici de pînă la 20 mg/l caracteristice apelor poluate, trecerea totală a ionilor din formă solubilă sub forma unui precipitat se poate realiza (fig. 6)

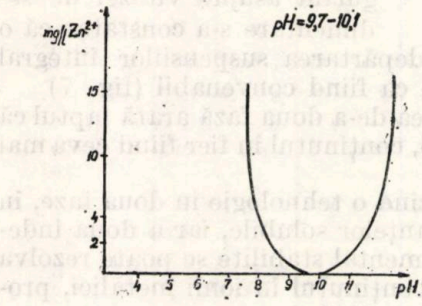


Fig. 3

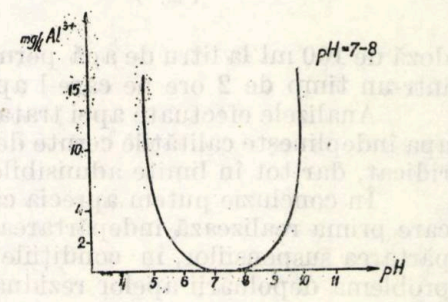


Fig. 4

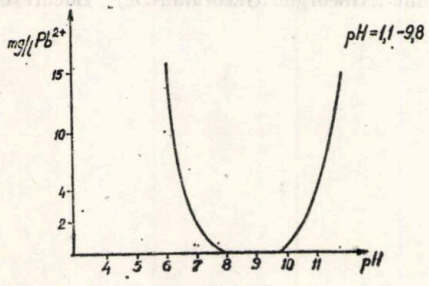


Fig. 5

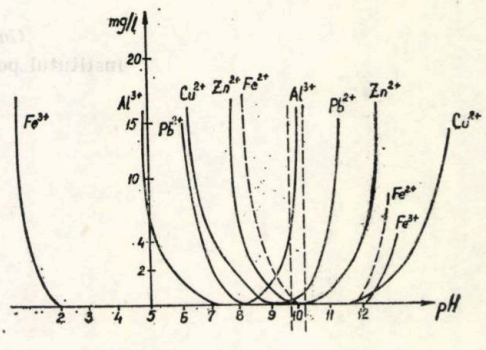


Fig. 6

în intervalul de pH cuprins între 9,9 și 10,1, cînd toți ionii afară de cel de aluminiu se află insolubilizați. În ceea ce privește aluminiul, prezența acestuia în cantitățile respective nu ridică probleme deosebite.

În realizarea procesului de precipitare, pentru o eficiență economică sporită s-a utilizat ca mediu alcalinizat, hidroxidul de calciu, rezidiu la combinatul chimic Craiova de la instalația de producere a acetilenei.

Analizele efectuate apei tratate au reliefat calitățile acesteia, conținutul tuturor ionilor metalici fiind în limitele admise de STAS.

S-a observat că în apa decantată rămîn însă altături de suspensiile inițiale constituite din rezidii solide de la diversele prelucrări și fracțiuni coloidale datorate condițiilor de precipitare. Aceasta nu reprezintă un impediment pentru că în a doua fază prin tratare cu un floculant, ele au fost îndepărtate total. Ca floculant s-a folosit sulfatul feros, rezidiu provenit de pe aceeași platformă industrială. Concentrația optimă a floculantului a fost stabilită a fi 8 % și este conformă cu indicațiile din literatură. Urmărind influența dozei de coagulant asupra vitezei de sedimentare s-a constatat că o doză de 100 ml la litru de apă permite îndepărtarea suspensiilor integral într-un timp de 2 ore pe care-l apreciem ca fiind convenabil (fig. 7)

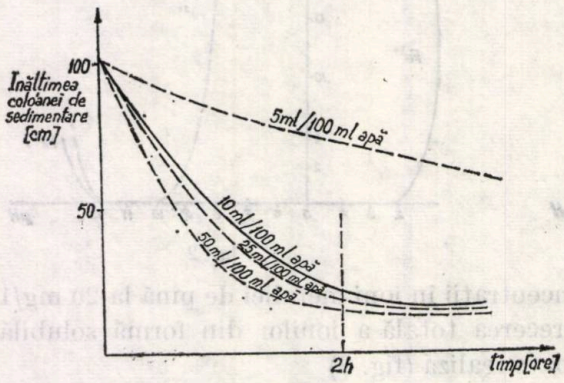


Fig. 7

Analizele efectuate apei tratate în cea de-a doua fază arată faptul că apa îndeplinește calitățile cerute de STAS, conținutul în fier fiind ceva mai ridicat, dar tot în limite admisibile.

În concluzie putem aprecia că realizînd o tehnologie în două faze, în care prima realizează îndepărtarea substanțelor solubile, iar a doua îndepărtarea suspensiilor, în condițiile experimental stabilite se poate rezolva problema depoluării apelor reziduale de conținutul în ionii metalici, provenite de la platformele de prelucrare a minereurilor.

Catedra de tehnologie chimică anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 546.98

ÉTUDES CONDUCTOMÈTRIQUES DES SYSTÈMES FORMÉS PAR LES SELS DE Pd(II) ET LES AMINES.

Note II. Les systèmes $PdCl_2$-pic-KSCN et $PdCl_2$-lutid-KSCN.

CARMEN AMBRUȘ, NELI DEMIAN, EVA BUTUCEANU, D. CAMBOLI

Dans le cadre des études conductométriques des systèmes formés par les sels de palladium et les amines, dans la note antérieure [1], on a suivi le comportement du système $PdCl_2$-py-KSCN.

Les résultats obtenus permettent de conclurre le comportament des systèmes Pd (II) — amines aromatiques. En tenant compte de ce fait, les auteurs proposent l'éxtension des études conductométriques sur les systèmes :

$$PdCl_2 - \alpha - pic - KSCN$$

$$PdCl_2 - \beta - pic - KSCN$$

$$PdCl_2 - \gamma - pic - KSCN$$

$$PdCl_2 - 2,4 - lutid - KSCN$$

$$PdCl_2 - 2,6 - lutid - KSCN$$

(où pic = picoline ; lutid = lutidine),

Appareil et substances

Pour tous les systèmes, les déterminaisons ont été effectuées sur une installation qui se compose d'une cellule aux électrodes de platine platinée, un pont de type RFT et un source de courant de 1000 Hz. On a maintenu la température du système une valeur constante (20±0,5°C). Pour omogéniser le système, on s'est servi d'un agitateur magnétique. Les solutions des amines ont été ajoutées avec une microburette.

On a utilisé des solutions clorhydriques de $PdCl_2$, dont les concentrations varient entre $2,33.10^{-3}$ M et 7.10^{-3}M. La concentration de solutions aqueuses des amines était de $4,7.10^{-3}$ M.

* Ouvrage reçu à la rédaction 3 oct. 1974.

Les determinaisons

En ajoutant un excès de KSCN dans les solutions de $PdCl_2$, il se forme l'ion complexe soluble $[Pd(SCN)_4]^{2-}$ de couleur rouge. On détermine la conductivité de la solution initiale et ensuite on constate les variations de la conductivité en fonction des volumes d'amine ajoutés.

Résultates et discussions

Dans les figures 1—5 on a représenté les courbes de la variation de la résistance de chaque système.

Ainsi que pour le système $PdCl_2$-py-KSCN [1], aux premières gouttess d'amine qu'on introduit, on constate la formation des précipités colorés dans de différentes nuances de rouge-brun. La couleur des précipités s'éclarcit en augmentant les volumes des amines. Pour tous les systèmes, a l'approche du premier point d'inflexion, qui correspond au rapport molaire Pd^{2+} : amine = 1 : 1, les précipités deviennent rouges-oranges. Un second

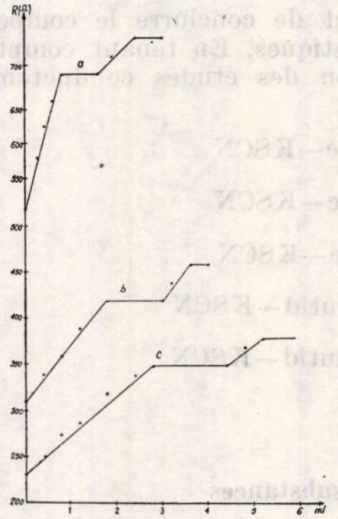


Fig. 1 La variation de la résistence des solutions de $PdCl_2$ de différentes concentration (a, b, c) avec le volume de α — picoline ajouté :
a — concentration $2{,}33.10^{-3}$M
b — concentration $4{,}7-.10^{-3}$
c — concentration $7{,}10.10^{-3}$M

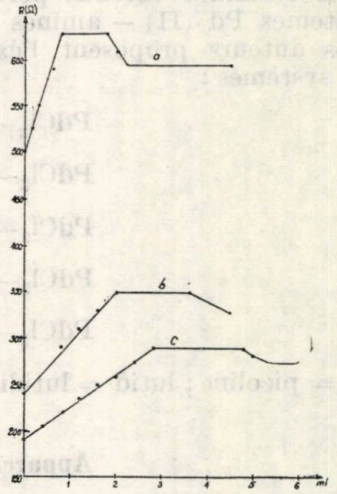


Fig. 2 La variation de la résistance des solutions de $PdCl_2$ de différentes concentrations (a, b, c^2 avec le volume de β—picoline ajouté :
a — concentration $2{,}33.10^{-3}$M
b — concentration $4{,}70.10^{-3}$-M
c — concentration $7{,}10.10^{-3}$M

point d'inflexion apparaît pour des rapports molaires d'environ 1 :2, quand tous les précipités deviennent jaunes. En ajoutant ensuite les amines, par petites portions, on constate l'apparition d'un troisième point d'inflexion

sans changement de la couleur des précipités. Dans tous les cas étudiés, de nouvelles portions d'amine, jusqu'aux rapports molaires Pd^{2+} : amine de 1 :4, ne provoquent aucune variation de la conductivité des systèmes.

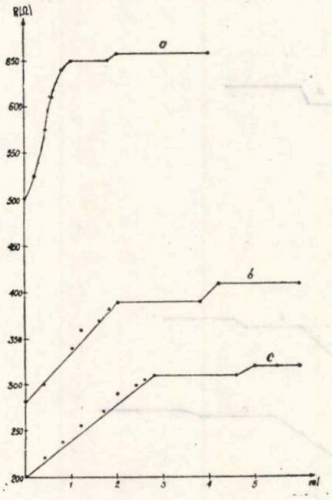


Fig. 3 La variation de la résistance des solutions de $PdCl_2$ de différentes concentrations (1a, b, c) avec le volume de γ — picoline ajouté :
a — concentration $2{,}33.10^{-3}$M
b — concentration $4{,}70.10^{-3}$M
c — concentration $7{,}10.10^{-3}$M

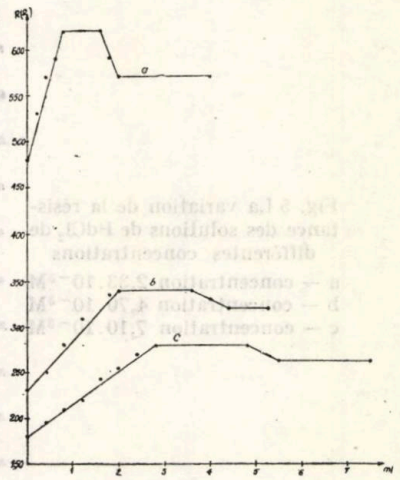


Fig. 4 La variation de la résistance des solutions ce $PdCl_2$ de différentes concentratinn (a, b, c) avec le volume de 2,4 — lutidine ajouté :
a — concentration $2{,}33.10^{-3}$M
b — concentration $4{,}70.10^{-3}$M
c — concentration $7{,}10.10^{-3}$M

Des courbes présentées dans les figures 1—5 on peut tirer certaines conclusions sur le comportement des systémes :

— on constate des évolutions similaires de la résistance pour tous les systèmes. Les premiers deux points d'inflexion, démontrent l'existence des suivantes étapes de la réaction entre les ions $[Pd(SCN)]^{-2}$ et les amines (A) :

$$[Pd(SCN)_4]^{2-} + A \rightarrow [PdA(SCN)_3^-] + SCN^-$$

$$[PdA(SCN)_3]^- + A \rightarrow [PdA_2(SCN)_2]$$

Les composants $[PdA\ (SCN)_3]$- colorés en rouge-brun ont une très faible stabilité, tandis que les diammines sont très stables. La grande stabilité des combinaisons très peu solubles correspondant a la formule générale $[PdA_2\ (SCN)_2]$ est conue et, comme nous l'avons mentionné dans la note [1], nous avons établi des méthodes de dosage des ions Pd^{2+}, en utilisant certaines de ces diammines. La valeur constante de la résistance des systèmes au-delà du troisième point d'inflexion, même pour de très importantes quantités d'amines ajoutés confirme cette stabilité ;

— l'apparition du troisième point d'inflexion (déjà constaté pour le système contenant la pyridine), qui correspond aux faibles excès d'amines

au-dessus du rapport molaire Pd^{2+} : amine de 1 : 2, doit être interpretée par des modifications de la solubilité des diammines dues aux variations de la composition des systèmes.

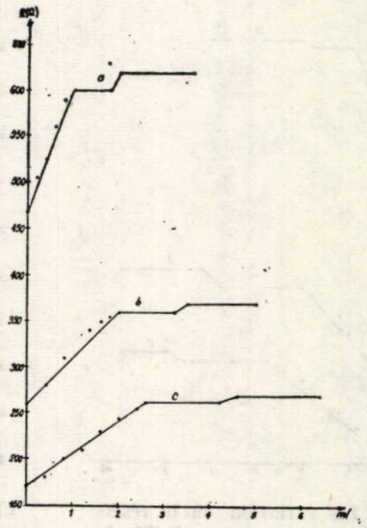


Fig. 5 La variation de la résistance des solutions de $PdCl_2$ de différentes concentrations
a — concentration $2{,}33.10^{-3}$M
b — concentration $4{,}70.10^{-3}$M
c — concentration $7{,}10.10^{-3}$M

A cause de la bonne reproductibilité des titrations conductométriques des systèmes Pd (II)-amines aromatiques, cette méthode peut être utilisée pour le dosage rapide et simple en solutions diluées.

Le Laboratoire de chimie générale
Institut politechnique „Gheorghe Gheorghiu -Dej" Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Camboli, Neli Demian, Carmen Ambruş et Eva Butuceanu,* **Buletinul** Institutului politehnic Gh. Gheorghiu-Dej „Bucureşti nr. 1/1976

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43

A GENERAL APPROACH OF THE MECHANICAL BALANCE OF THE EXTERNAL MOMENTS OF THE INERTIA FORCES OF THE RECIPROCATING MASSES FOR IN-LINE INTERNAL COMBUSTION ENGINES.

GEORGE BĂRĂNESCU

In an internal combustion engine, the terms of any arbitrary order of the inertia forces F_t of the reciprocating masses have a resultant of variable magnitude situated in a plane P_p perpendicular on the axis Oz of the crankshaft. In the general case, the position of the plan P_p changes during the engine cycle, the plan being always perpendicular to the Oz axis. Therefore, the balancing of the any order terms should be accomplished for each cylinder separately.

In order to have fewer counterweights the following solution may be adopted. The resultant of any order terms is balanced by help of two equal masses, whose gravity centres rotate in opposite senses, in a plane P_e, perpendicuiar to the Oz axis [1]; a device is provided, for mechanical balancing of the moment generated by the fact that the plan P_e is fixed, while the plan P_p is mobil.

The position of the plane P_e does not affect the balancing of the inertia forces but it determines the parametres of the balancing device.

In the present paper the dimensioning of the balancing device of the external moment $\mathfrak{M}_p$ of any p order terms is presented. The general case is considered when the plan P_p is mobil during the rotation of the crankshaft. It is assumed that the parameters of the masses that balance the resultant of any order term has been established by help of the equations presentd in [1]. Finally, the optimal position of the plan P_e is determined. One makes use of the mechanical interpretation of an arbitrary order term of the inertia forces of the reciprocrating masses of a cylinder, presented in [2], and one uses the same notations.

Parameters of the device that balances the external moment of any arbitrary order term

An i cylinder in-line engine is considered. According to the mechanical interpretation from [2], the p order term of the force F_t is the resultant

Manuscris recevied march 3 1975

of the inertia forces of two equal masses, $m_1 = \frac{1}{2}\frac{m_t R}{\rho \cos \sigma}$ for the first order term, and $m_p = \frac{1}{2}\frac{m_t R A_p^*}{\rho}$ for the other terms. The masses are concentrated at a distance ρ from the Oz axis, they rotate around Oz in the same plane but in opposite senses, with angular velocities $(+p\omega)$ aud $(-p\omega)$ respectively; they stay always symetric with respect to Ox axis [2] and the rotation radius of the mass that rotates in the positive sense is inclined respective to the plan x0z parallel to the cylinder plan with an angle Ω_p at moment $\alpha = 0$.

According to this interpretation, the p order terms of an i cylinder in-line engine may be replaced by two groups of i equal masses, each group having masses that revolve in the same sense and with the same angular velocity. Thus, the balancing of the external moment of the p order term is reduced to the balancing of the moment of the inertia forces of the two groups of i masses and of the two masses that balance the resultat of the respective terms, in total two groups of $i+1$ masses. For each group, the balance is achieved by help of a device having two equal and opposite disposed masses, at equal distances with respect to Oz axis, rotating in different planes with the angular velocity of the respective group.

The two groups of mases are identical and rotating in opposite senses and so will be the groups of masses balancing the moment of the inertia forces. Within each group, the device balancing the external moment of the p order term of the forces F_t consists of the opposite masses I and III rotating around the Oz axis in the positive sense, with angular velocity $p\omega$, and of the opposite masses II and IV rotating around the Oz axis in the negative sense, with angular velocity $-p\omega$ (Fig. 1). The centres of the masses are situated in two perpendicular planes to the Oz axis: P' for masses I and II and P'' for masses III and IV.

Consecutive numbers are atributed to the cylindrs from one end of the engine to the other. Let m_e^* be one of the masses of the device, $\rho_{e_p}^*$ its distance to the Oz axis and $\Delta z_{e_p}^*$ the distance between the planes P' and P''. At moment $\alpha_1 = 0$ the angle between crank *1* and the radius of rotation of the mass rotating in the same sense and which is closer to cylinder *1* is $\gamma_{1_{e_p}}^*$. It is assumed that the p order terms give resultant whose direction moves during the engine cycle along Oz axis. It is also assumed that this rezultant was balanced with a device having two masses m_{e_p} at a dis tance ρ_{e_p} with respect to their axis of rotation., that move in a plan perpendicular to Oz at a distance $z_{1_{e_p}}$ with respect to the plane of crank *1*.

To dimension the device that balances the moment $\mathfrak{M}_p$, one must fiind the parameters of one pair of opposite masses only, since the other pair is identical and symetric with respect to the xOz plane.

As one knows from theoretic mechanics, the moment of the inertia forces of rotating masses is zero if the centrifugal inertia moments of these masses are zero. Therefore, the dimensioning of the device is reduced to imposing these conditions for one of the two groups of $i+1$ masses.

Using the notation γ_{1_q} for the angle between the cranks *1* and *q*, measured in the sense of rotation of the cranks and the notation z_{1_q} for the distance between the planes P_1 and P_q that contain the cranks *1* and

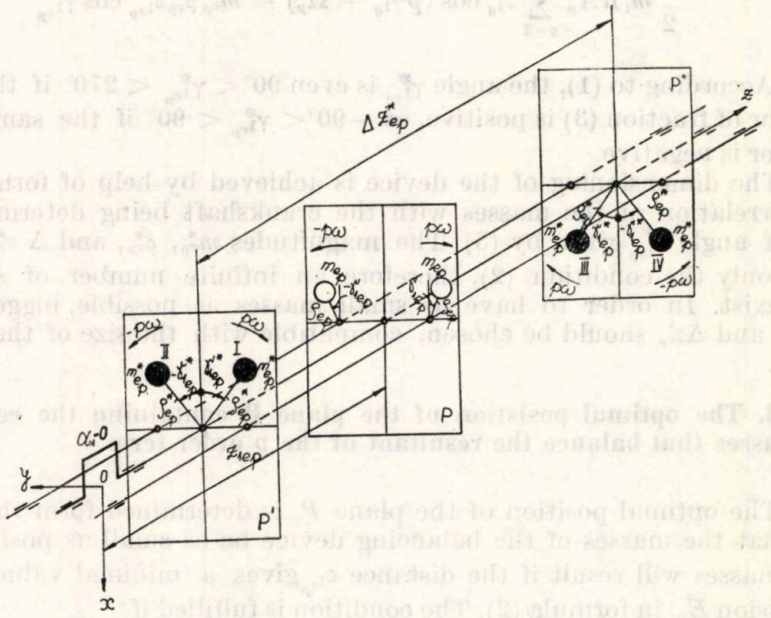


Fig. 1

q, using the coodinate system *Oxyz* from fig. 1, the conditions of balancing the moment $\mathfrak{M}_p$ written for the masses rotating in the same sense as the cranks, at moment $\alpha_1 = 0$ are

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{2} m_t R A_p^* \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos\,(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) + m_{e_p} \rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \cos\,(\pi + \gamma_{1_{e_p}}) + \\
&\qquad + m_{e_p}^* \rho_{e_p}^*\ \Delta z_{e_p}^*\ \cos \gamma_{1_{e_p}}^* = 0, \\
&\frac{1}{2} m_t R A_p^* \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q}\ \sin\,(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) + m_{e_p}\ \rho_{e_p}\ z_{1_{e_p}}\ \sin\,(\pi + \gamma_{1_{e_p}}) + \\
&\qquad + m_{e_p}^*\ \rho_{e_p}^*\ \Delta z_{e_p}^*\ \sin \gamma_{1_{e_p}}^* = 0,
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

provided that the planes *xoy* and P_1 are superposed.

From (1) one gets

$$m_{e_p}^* \rho_{e_p}^* \Delta_{e_p}^* = \sqrt{\left[\frac{1}{2} m_t R A_p^* \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos\,(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - m_{e_p} \rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \cos \gamma_{1_{e_p}}\right]^2 + \left[\frac{1}{2} m_t R A_p^* \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin\,(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - m_{e_p} \rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \sin \gamma_{1_{e_p}}\right]^2} \tag{2}$$

$$\operatorname{tg}\gamma^{*}_{1_{e_p}} = \frac{\frac{1}{2} m_t R A^{*}_{p} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - m_{e_p}\rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \sin\gamma_{1_{e_p}}}{\frac{1}{2} m_t R A^{*}_{p} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - m_{e_p}\rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \cos\gamma_{1_{e_p}}}. \tag{3}$$

According to (1), the angle $\gamma^{*}_{1_{e_p}}$ is even $90° < \gamma^{*}_{1_{e_p}} < 270°$ if the denominator of fraction (3) is positive, or $-90° < \gamma^{*}_{1_{e_p}} < 90°$ if the same denominator is negative.

The dimensioning of the device is achieved by help of formula (2), the correlation of the masses with the crankshaft being determined by help of angle $\gamma^{*}_{1_{e_p}}$ given by (3). The magnitudes $m^{*}_{e_p}$, $\rho^{*}_{e_p}$, and $\Delta z^{*}_{e_p}$ should fulfill only the condition (2), therefore an infinite number of solutions may exist. In order to have as small masses as possible, bigger values for $\rho^{*}_{e_p}$ and $\Delta z^{*}_{e_p}$ should be chosen, compatible with the size of the engine.

3. The optimal posistion of the plane P containing the centers of the masses that balance the resultant of the p order term.

The optimal position of the plane P_p is determined form the condition that the masses of the balancing device be as small as posible. The least masses will result if the distance $z_{1_{e_p}}$ gives a minimal value for the expression E_p in formula (2). The condition is fulfilled if

$$\frac{dE_p}{dz_{1_{e_p}}} = -2\left[\frac{1}{2} m_t R A^{*}_{p} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - \right.$$

$$\left. - m_{e_p}\rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \cos\gamma_{1_{e_p}}\right] m_{e_p}\rho_{e_p} \cos\gamma_{1_{e_p}} - 2\left[\frac{1}{2} m_t R A^{*}_{p} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) - \right.$$

$$\left. - m_{e_p}\rho_{e_p} z_{1_{e_p}} \sin\gamma_{1_{e_p}}\right] m_{e_p}\rho_{e_p} \sin\gamma_{1_{e_p}} = 0,$$

and thus $z_{1_{e_p}}$ will be

$$z_{1_{e_p}} = \frac{\frac{1}{2} m_t R A^{*}_{q}\left[\cos\gamma_{1_{e_p}} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos(p\gamma_{1_q} + \Omega_p) + \sin\gamma_{1_{e_p}} \sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin(p\gamma_{1_q} + \Omega_p)\right]}{m_{e_p}\rho_{e_p}} \tag{4}$$

This expression will be used to find the parameters of the device by help of (2) and (3).

For normal crank connecting rod mechanisms the order p may take values $p = 1,2,4,6, \ldots$; therefore $A^{*}_{1} = 1$, $\Omega_1 = \pi$, $A^{*}_{2p} = A_{2p}$, $\Omega_{2p} = p\pi$.

If the p order terms are balanced due to the crankdistribution around their rotating axis, it results that $m_{e_p} = 0$. In this circumstances, formulae (2) and (3) turn into

$$m^*_{e_1}\rho^*_{e_1}\Delta z^*_{e_1} = \frac{1}{2} m_t R \sqrt{\left[\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos \gamma_{1_q}\right]^2 + \left[\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin \gamma_{1_q}\right]^2},$$

$$\operatorname{tg} \gamma^*_{1_{e_1}} = \frac{\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin (\gamma_{1_q} + \pi)}{\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos (\gamma_{1_q} + \pi)},$$

for the first order terms, and into

$$m^*_{e_{2p}}\rho^*_{e_{2p}}\Delta z^*_{e_{2p}} = \frac{1}{2} m_t R A_{2p} \sqrt{\left[\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos 2p\gamma_{1_q}\right]^2 + \left[\sum_{q=2}^{q=i} z_{2_q} \sin 2p\gamma_{1_q}\right]^2},$$

$$\operatorname{tg} \gamma^*_{1_{e_{2p}}} = \frac{\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \sin (2p\gamma_{1_q} + p\pi)}{\sum_{q=2}^{q=i} z_{1_q} \cos (2p\gamma_{1_q} + p\pi)},$$

for the even order terms.

The masses of the balancing device should not obviously rotate around the *Oz* axis. The device should only generate in plane *xoz* a couple, equal and opposite to the moment $\mathfrak{M}_p$. This condition is also flufillesd if the masses of the device rotate around two parallel axis in a plane perpen-

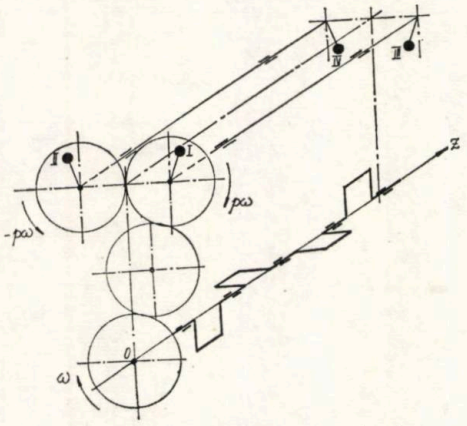


Fig. 2

dicular to $x0z$. The axis are equaly spaces with respect to $x0z$. Two opposite masses rotate in positive sense arround one axis, and other two opposite mases rotate in the negative sense arround the other axis (Fig. 2).

Department of Internal Combustion
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *G. Bărănescu* O tratare generală a problemei echilibrajului mecanic al forţelor de inerţie ale maselor cu mişcare de translaţie la motoarele cu ardere internă în linie. Construcţia de maşini nr. /1976
2. *G. Bărănescu* Interpretări vectoriale ale forţei de inerţie a maselor cu mişcare de translaţie aferente echipajului mobil al cilindrului unui motor cu ardere internă, cu considerarea variaţiei vitezei unghiulare de rotaţie a arborelui cotit. Studii şi cercetări de mecanică aplicată nr. 6/1969

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.42

INFLUENȚELE UNOR FACTORI ASUPRA PROCESELOR GAZODINAMICE DINTRE PISTON ȘI CILINDRU, LA MOTORUL CU ARDERE INTERNĂ *

GHEORGHE ZĂTREANU

1. Introducere

Funcționarea corespunzătoare a motorului cu ardere internă impune, între altele, un control eficient al proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru. Pentru a obține informații în acest sens, autorul a cercetat dependența proceselor amintite față de unii fatori, unele rezultate obținute fiind comentate în prezenta lucrare.

S-a utilizat o metodă de calcul elaborată anterior [2, 3] și concretizată într-un program aplicat pentru motorul Dacia 1300 pe calculatorul Felix C—256. În cadrul metodei se atribuie denumirea de „treaptă de segment" spațiului ocupat de gaze între flancurile inferioare a doi segmenți consecutivi. La motorul investigat, fiecare piston are doi segmenți de compresiune, existînd astfel trei trepte de segmenți în fiecare cilindru: treapta 0, delimitată de primul segment ; treapta 1, cuprinsă între cei doi segmenți ; treapta 2, situată sub al doilea segment**).

Cercetarea a pornit de la o diagramă indicată pentru regimul de sarcină plină și turație nominală, utilizată și în calculul prezentat în [4], numit mai jos „calcul de referință".

2. Influența secțiunilor de curgere

În legătură cu această influență, au fost analizate pe rînd implicațiile rostului segmenților și ale jocurilor radiale dintre piston și cilindru.

a) Prima influență a fost studiată considerînd succesiv valorile 0,18 și 0,11 mm ale rostului s al segmenților. Restul datelor numerice luate în considerare s-au menținut la valorile folosite în calculul de referință, unde $s = 0{,}25$ mm.

---

* Manuscris predat redacției la data de 23 iulie 1975

** Treptele 0 și 2 se extind și asupra gazelor din cilindru, respectiv din carter.

În figura 1 se prezintă variațiile rezultate pentru presiunea p_1 și temperatura T_1 din treapta 1 și pentru cantitatea $\Delta\nu_2$ de gaze scăpate în carter, comparativ cu evoluțiile aceloraşi mărimi din calculul de referință (unghiul θ este măsurat față de punctul mort exterior de la începutul cursei de compresiune). Se constată că alurile de variație se păstrează, din punct de vedere cantitativ înregistrîndu-se însă modificări importante ale mărimilor reprezentate. Astfel, micşorarea lui s la valorile amintite este însoțită de o substanțială reducere a vîrfului presiunii p_1 (24,4 și respectiv 52,3 %), ceea ce se explică prin micşorarea secțiunilor de curgere, similtan cu s, în zona presiunilor mari din cilindru; această zonă intervine după încheierea primei deplasări ascendente a segmentului 2 (după $\theta = 140°$ RAC la toate variantele). În mod corespunzător, vîrful temperaturii T_1 acuză o scădere de 11,1 și respectiv 28,3 %.

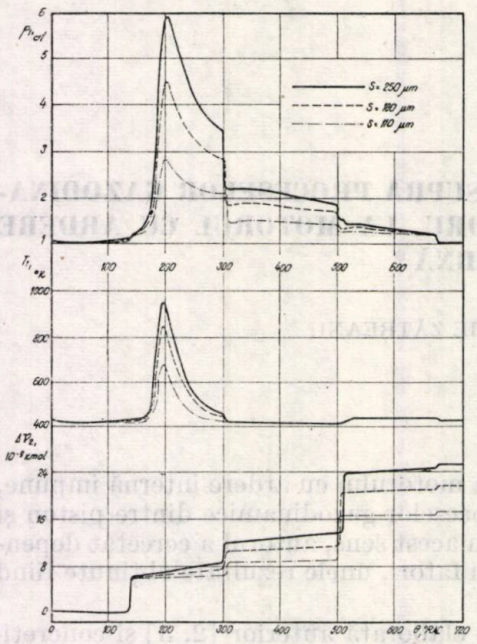


Fig. 1

Nivelul tot mai scăzut al lui p_1, la restul de 0,18 și 0,11 mm, determină micşorarea scăpărilor de gaze pînă la începutul revenirii segmentului 2 pe flancul inferior (pînă la $\theta = 300 \ldots 302$ °RAC, în funcție de valoarea lui s). În timpul acestei reveniri, modificările de nivel menționate antrenează căderi ale presiunii p_1 și temperaturii T_1 și creşteri ale cantității $\Delta\nu_2$ din ce în ce mai atenuate.

Pentru desfăşurarea ulterioară a ciclului se pot face constatări similare asupra variațiilor lui p_1 și $\Delta\nu_2$: cu cît s este mai mic, aceste variații sînt mai puțin însemnate; apropierea condițiilor de desfăşurare a proceselor pentru cele trei valori ale rostului considerate explică absența unor schimbări sensizabile în variația lui T_1, la modificarea rostului.

Micşorarea rostului s la valorile 0,18 și 0,11 mm nu a provocat variații importante ale regimului de pulsație a segmenților, întrucît forțele de inerție ale acestora, de care depinde în principal pulsația, s-au menținut la valorile din calculul de referință, masele segmenților și turația rămînînd constante.

Conform rezultatelor analizate, modificarea rostului segmenților exercită o influență însemnată asupra cantității de gaze scăpate în carter pe ciclu. Astfel (fig. 2), la micşorarea rostului de la 0,25 la 0,11 mm (cu 56 %), scăpările au scăzut de la $25{,}57 \cdot 10^{-9}$ la $17{,}55 \cdot 10^{-9}$ kmol/ciclu, adică cu 31,4 %.

b) Influența jocurilor radiale dintre piston și cilindru a fost cercetată mai întîi menținînd rostul $s = 0{,}25$ mm și celelalte mărimi din calculul

de referinţă. Faţă de valorile din acest calcul, jocurile radiale au fost iniţial mărite şi apoi micşorate conform legendei figurii 3 (indicii 0,1 şi 2 precizează jocul ε pentru fiecare treaptă).

Rezultatele obţinute sînt comparabile cu cele comentate anterior (fig. 1), deoarece atît modificarea jocurilor ε cît şi aceea a rostului s influenţează procesele mai ales prin schimbarea secţiunilor de curgere*). Astfel(fig. 3), la mărirea jocurilor piston-cilindru pînă la valorile amintite, ceea ce revine la o creştere de 23 %, se ridică sensibil nivelul presiunii p_1 începînd din apropierea punctului mort interior; creşterea secţiunilor de curgere o dată cu jocurile ε influenţează în mai mică măsură presiunea p_1 înainte de această zonă, întrucît regimul de presiuni din cilindru este mai coborît în porţiunea anterioară a ciclului. La fel se face simţită şi micşorarea adoptată (cu cca 26 %) a jocurilor ε, acţionînd evident în sensul unei variaţii mai moderate a presiunii p_1 pe parcursul ciclului.

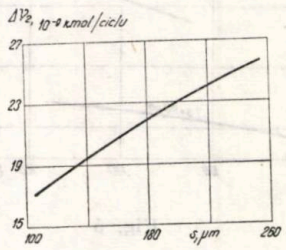


Fig. 2

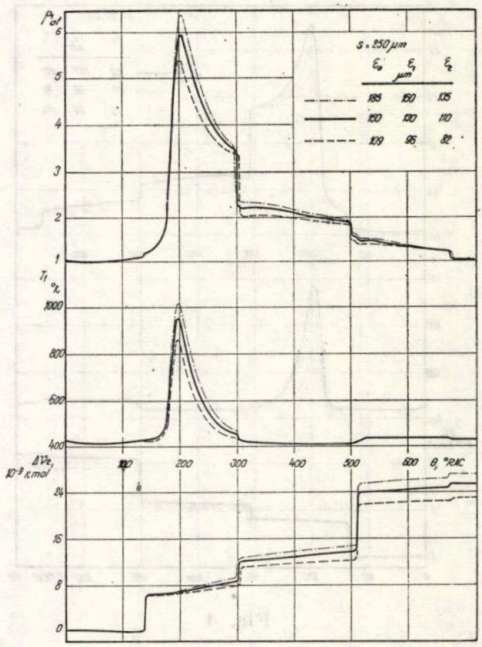


Fig. 3

Ca şi în testele privind influenţa rostului segmenţilor, variaţia temperaturii T_1 este sesizabilă tot între momentul în care începe prima deplasare ascendentă a segmentului 2 şi momentul reaşezării lui pe flancul inferior, din motivele expuse mai sus; de asemenea, variaţiile scăpărilor $\Delta\nu_2$ la modificarea jocurilor ε şi la schimbarea rostului s nu prezintă deosebiri din punct de vedere calitativ. Aceste rezultate se datoresc şi faptului că nici modificarea jocurilor piston-cilindru nu a afectat sensibil pulsaţia segmenţilor : numai intervalul de timp în care segmentul 2 execută prima mişcare descendentă este uşor deplasat o dată cu schimbarea acestor jocuri faţă de cele din calculul de referinţă.

Alte teste privind influenţa jocurilor radiale dintre piston şi cilindru s-au efectuat pentru $s = 0{,}11$ mm, micşorînd succesiv aceste jocuri, faţă

* Alte implicaţii asupra proceselor, mai puţin însemnate probabil, rezultă prin afectarea volumului treptelor şi a suprafeţelor de schimb de căldură.

de cele din calculul de referință, conform legendei figurii 4. Variațiile mărimilor reprezentate s-au reeditat, fiind mai puțin pronunțate. Acest aspect se datorește faptului că, la ultimele teste, modificarea jocurilor piston-cilindru și deci a secțiunilor de curgere se realizează la un nivel mai coborît al acestora din urmă, mai ales din cauza rostului mai mic.

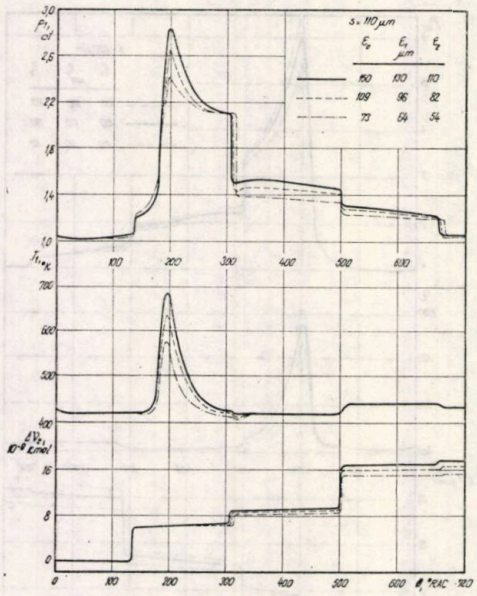


Fig. 4

Deoarece presiunea p_1 are acum un nivel scăzut, iar secțiunile de curgere din timpul staționării segmenților pe flancuri sînt mai reduse, evoluția scăpărilor de gaze în carter este mai lentă. În consecință, și cantitățile pierdute pe ciclu sînt mai mici.

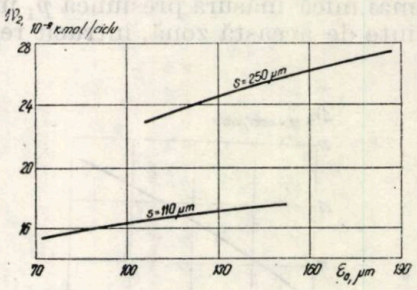


Fig. 5

În figura 5 este sintetizată influența jocurilor radiale dintre piston și cilindru, reprezentată convențional în funcție de ε_0, asupra scăpărilor pe ciclu. Influența este importantă. La $s = 0{,}25$ mm scăderea pe domeniul explorat al jocurilor ε (41 %) a antrenat o micșorarea a lui $\Delta\nu_2$ de 15,5 %. Așa cum s-a arătat, la $s = 0{,}11$ mm intervine nivelul mai coborît al secțiunilor de curgere, scăderea impusă jocurilor radiale (51 %) determinînd o reducere de numai 12,1 % a scăpărilor în carter.

3. Influența turației motorului

Pentru a studia această influență s-a lucrat cu aceeași diagramă indicată, neglijînd variația regimului de presiuni din cilindru provocată de modificarea turației.

Într-o primă grupă de teste s-au considerat turațiile de 4000 și 6500 rot/min, în afară de turația nominală (5250 rot/min), utilizată în calculul de referință, luînd în general mărimile inițiale ca în acest calcul. Fac excepție parametrii inițiali ai gazelor din treapta 1 ; în vederea închiderii ciclului a trebuit să se lucreze cu următoarele valori : $p_1 = 1{,}02$ at și $T_1 = 440°K$ în calculul cu 4000 rot/min, $p_1 = 1$ at și $T_1 = 418\ °K$ în calculul cu 6500 rot/min.

Rezultatele obținute sînt arătate în figura 6. Mărirea turației de la 5250 la 6500 rot/min a determinat o devansare a intervalelor caracterizate prin deplasările segmenților în canale, din cauza măririi în orice moment din ciclu a forțelor de inerție ale segmenților. În consecință, au rezultat schimbări importante în variația mărimilor studiate.

De exemplu, prima deplasare ascendentă a segmentului 2 s-a produs între 124 și 129 °RAC (față de intervalul 136 ... 140 °RAC în calculul de referință). Împreună cu micșorarea timpului de curgere între trepte, la creșterea turației, această devansare a antrenat o scădere cu 9,7 % a vîrfului presiunii p_1.

În evoluția temperaturii T_1 s-au produs schimbări cauzate tot de creșterea nivelului forțelor de inerție ale segmentelor. Scăderea amintită a vîrfului presiunii p_1 este corelată cu reducerea de 1,8 % a lui T_{1max}.

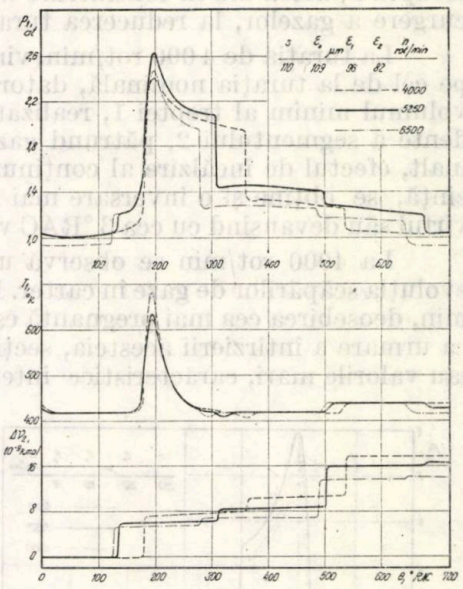


Fig. 6

Tot în testul cu 6500 rot/min s-a înregistrat în toate fazele ciclului o diminuare a scăpărilor de gaze în carter comparativ cu scăpările de la 5250 rot/min. Deosebirile apar o dată cu prima deplasare ascendentă a segmentului 2. Întrucît testul analizat corespunde unei turații mai mari decît cea nominală, timpul de curgere mai scurt reprezintă cauza principală a scăderii scăpărilor de gaze pe parcursul deplasării considerate. Această scădere a lui $\Delta\nu_2$ poartă amprenta unor influențe mai complexe. Pe de o parte, scăderea a fost frînată deoarece reducerea timpului de curgere a acuzat ea însăși o atare tendință, dat fiind că durata în grade RAC a deplasării segmentului 2 s-a mărit ușor; pe de altă parte, și execuția acestei deplasări la un nivel mai jos al presiunilor p_0 și p_1 a contribuit la efectul de ansamblu al modificării lui $\Delta\nu_2$.

Micșorarea turației la 4000 rot/min a prilejuit întîrzierea intervalelor în care au avut loc mișcările de pulsație, forțele de inerție ale segmentilor scăzînd o dată cu turația. Regimul de pulsație s-a modificat într-o mai mare amploare decît la creșterea turației, făcînd ca variațiile mărimilor p_1, T_1 și $\Delta\nu_2$ să prezinte schimbări corespunzător amplificate.

Se ia spre exemplu tot prima deplasare ascendentă a segmentului 2. Deoarece ea s-a desfășurat abia între 179 și 183 °RAC, a intervenit o frînare importantă a creșterii presiunii p_1, saltul caracteristic la 5250 rot/min acestei presiuni în timpul deplasării alese lipsind la noua turație. Totodată, întîrzierea semnalată a condus la reducerea cu 18,8 % a vîrfului presiunii p_1.

Ultimul aspect evidențiază implicațiile deosebite ale pulsației segmenților, subliniind implicit avantajul metodei aplicate : rezultatele citate

în literatură [1], obținute prin calcule ce nu țin seama de mișcarea de pulsație, nu pot sesiza asemenea implicații ; aceaste rezultate conduc invariabil la concluzia că scăderea turației provoacă mărirea vîrfului de presiune din treapta 1, adică iau în considerare numai efectul de creștere a timpului de curgere a gazelor, la reducerea turației.

La turația de 4 000 rot/min, vîrful temperaturii T_1 depășește cu 8,9 % pe cel de la turația nominală, datorită aceleiași întîrzieri. Într-adevăr, în volumul minim al treptei 1, realizat la încheierea primei deplasări ascendente a segmentului 2, pătrund gazele din cilindru cu regim termic mai înalt, efectul de încălzire al conținutului treptei fiind accelerat ; în consecință, se obține și o inversare mai rapidă a sensului de variație a lui T_1, vîrful său devansînd cu cca 3 °RAC valoarea $T_{1\max}$ din calculul de referință.

La 4000 rot/min se observă un ritm de creștere mai pronunțat în evoluția scăpărilor de gaze în carter. Față de variația lui $\Delta\nu_2$ de la 5 250 rot/min, deosebirea cea mai pregnantă este legată tot dè deplasarea analizată : ca urmare a întîrzierii acesteia, secțiunile de curgere dintre treptele 1 și 2 iau valorile mari, caracteristice intervalelor în care se produce deplasarea, la un plafon mai înalt al presiunii p_1, de unde se ajunge la majorarea scăpărilor.

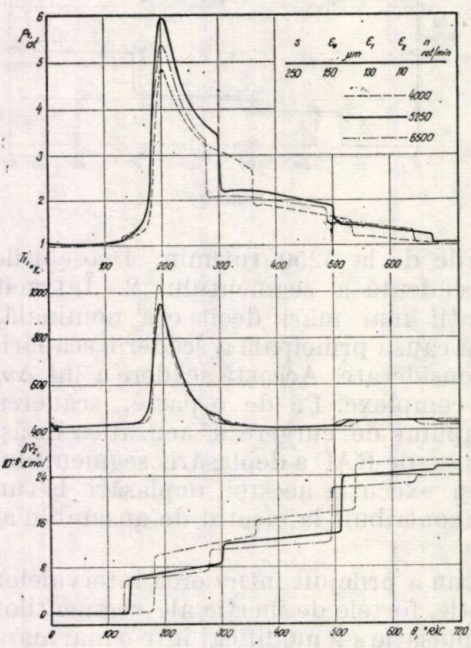


Fig. 7

Pentru o nouă grupă de teste vizînd influența turației s-au luat cele trei valori ale acesteia utilizate în prima grupă. În comparație cu vechile date de inițializare, s-au schimbat rostul s și jocurile ε, conform legendei figurii 7 ; în plus, în calculul la 6500 rot/min a intervenit necesitatea de a fixa presiunea p_1 inițială la 0,94 at, pentru a realiza periodicitatea proceselor.

Rezultatele (fig. 7) confirmă pe cele precedente. La 4000 rot/min se remarcă variația descrescătoare mai lentă a presiunii p_1 între momentul său de vîrf și începutul primei deplasări descendente a segmentului 2. În această zonă, influența dinamicii mai deosebite a segmenților, de la 4000 rot/min, se manifestă altfel decît în testul omolog din prima grupă (fig. 6), probabil datorită secțiunilor de curgere și presiunii p_1 mai mici.

În figura 8 este prezentată influența turației asupra scăpărilor de gaze în carter, în conformitate cu rezultatele de mai sus. La mărirea turației scad scăpările exprimate în kmol/ciclu (v. reprezentarea cu linie continuă). Dacă scăpările sînt exprimate în l/min (reprezentarea cu linie întreruptă), ele cresc o dată cu turația.

4. Influența jocurilor segmenților

Pentru studiul influenței jocurilor axial h' și radial a' ale segmenților s-au considerat variații ale fiecăruia din aceste jocuri în limitele cîmpului respectiv de toleranțe.

Jocului h' i s-au atribuit valori între 0,036 și 0,049 mm. Ele au fost asociate cu presiunea p_1 inițială cuprinsă între 1,09 și 1,02 at, în vederea închiderii ciclului, restul datelor inițiale fiind preluate din calculul de referință. S-a constatat că mărimea jocului h' cu 36,2% (corespunzătoare domeniului investigat) determină o micșorare de 4,2% a scăpărilor de gaze. Acest rezultat este explicabil, deși creșterea lui h' mărește durata mișcării de pulsație a segmentului 2, în care secțiunea de curgere dintre treptele 1 și 2 este importantă; într-adevăr, la creșterea lui h' s-a micșorat nivelul presiunii p_1 din timpul celei de a doua deplasări ascendente a segmentului 2 și al revenirii acestuia pe flancul inferior.

Pentru jocul a' s-au considerat valori între 0,36 și 0,48 mm, ceea ce corespunde unei creșteri de 33,3%. Rezultatele au arătat că periodicitatea proceselor este asigurată fără a se modifica datele inițiale utilizate în calculul de referință, obținîndu-se o mărire a scăpărilor de gaze de 9,8%. Această mărire poate fi explicată avînd în vedere mecanismul propus în /2,3/ pentru modificarea configurației treptelor în timpul pulsației segmenților.

5. Concluzii

Cercetarea efectuată oferă o imagine asupra mecanismului intim de desfășurare a proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru. Ea reliefează rolul predominant al fenomenului de pulsație, rezultatele arătînd că starea gazelor din treapta 1 și scăpările în carter acuză cele mai mari și mai rapide variații în timpul producerii fenomenului.

Rezultatele permit formularea unor recomandări vizînd sporirea eficienței proceselor analizate. În legătură cu influența secțiunilor de curgere, de exemplu, se conturează indicația de a limita în primul rînd rostul segmenților, deoarece se realizează astfel o micșorare mai pronunțată a scăpărilor de gaze.

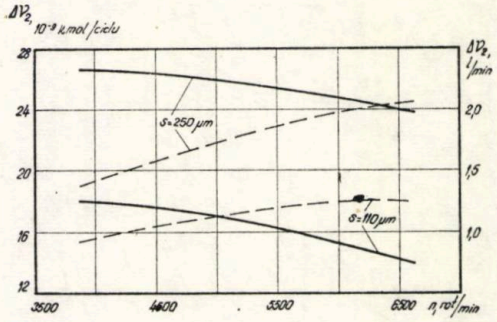
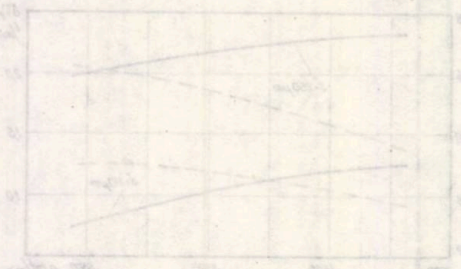


Fig. 8

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Englisch. C.*, Kolbenringe, Band I, II, Wien, Springer-Verlag, 1958.
2. *Zătreanu, Gh.*, Nouvelles recherches sur les processus gazodynamiques développés entre le piston et le cylindre, au moteur à combustion interne, Rev. Roum. Sci. Techn.— Électrotechn. et Énerg., 1976, 20, 1.
3. *Zătreanu, Gh.*, Sur l'évaluation analytique des processus contrôlés par les segments du moteur à combustion interne, Rev. Roum. Sci. Techn.-Électrotech. et Énerg., 1976, 20,2.
4. *Zătreanu, Gh.*, Unele rezultate ale calculului proceselor gazodinamice dintre piston și cilindru, la motorul cu ardere internă, Constr. de Mașini, 1976, sub tipar.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C·Z. : 621.43

UN MODEL FIZICO-MATEMATIC AL MIȘCĂRII DE ROTAȚIE A UNUI FLUID VISCOS INTR-O INCINTA CILINDRICA*

DINU TARAZA

Descrierea matematică a mișcării de rotație a fluidelor vîscoase, în spații mărginite de suprafețe cilindrice circulare, prezintă interes în multe aplicații tehnice ; în mod deosebit, ea este importantă pentru studiul proceselor de lucru din cilindrii motoarelor cu ardere internă.

Problema mișcării gazelor în cilindrii motoarelor a făcut obiectul a numeroase cercetări, atît teoretice [3], [6], [8], [9], cît și experimentale [1], [4], [5], [7]. În toate lucrările teoretice cunoscute, problema este abordată global admițîndu-se ipoteza simplificatoare, că fluidul execută fie o mișcare de rotație de corp solid, fie, mai rar, o mișcare de vîrtej potențial. Măsurătorile de viteză, efectuate în cilindrii motoarelor cu ardere internă, scot în evidență faptul că mișcarea gazelor îmbracă un caracter mult mai complex, ea abătîndu-se de la legile de distribuție simple preconizate de ipotezele simplificatoare menționate.

Prezenta lucrare își propune să dezvolte un model fizicomatematic al mișcării de rotație pe care o poate efectua un fluid vîscos în interiorul unui cilindru, cu luarea în considerare și a modului în care evoluează în timp o mișcare dată. În formularea modelului se admit următoarele ipoteze :

1. mișcarea este considerată drept unidimensională, acceptînd simetrie cilindrică, cu viteze variind numai în lungul razei cilindrului ;
2. fluidul considerat se comportă ca un fluid newtonian perfect ;
3. raportul dintre densitatea și viscozitatea dinamică a fluidului păstrează o valoare constantă pe toată durata mișcării.

În baza primei ipoteze, viteza fluidului este o funcție de două variabile : raza cilindrului și timpul. Se consideră, la un moment dat, un volum elementar de fluid, de rază r și grosime radială dr, aflat în mișcare de rotație cu viteza tangențială W (figura 1).

Comportarea elementului de fluid este descrisă de ecuația de conservare a momentului cinetic (M_c) :

$$\frac{dM_c}{dt} = dM_f, \tag{1}$$

* Manuscris predat redacției la data de 16 ianuarie 1976

unde, cu dM_f s-a notat variația elementară a momentului forțelor exterioare (forțele de frecare vîscoasă la periferia elementului) :

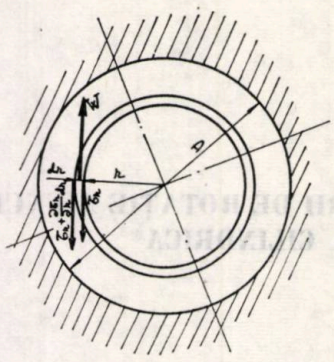


Fig. 1

$$dM_f = 2\pi (r + \mathrm{dr})^2 \left(\tau_r + \frac{d\tau_r}{dr} dr\right) - $$

$$- 2\pi r^2 \tau_r. \qquad (2)$$

Conform ipotezei 2, tensiunea tangențială are expresia :

$$\tau_r = \mu \frac{\partial W}{\partial r}. \qquad (3)$$

unde, cu μ s-a notat viscozitatea dinamică a fluidului.

Pe de altă parte, momentul cinetic al volumului elementar de fluid este :

$$M_c = 2\pi r \rho W \left(r + \frac{dr}{2}\right) d \qquad (4)$$

unde, cu ρ s-a notat densitatea fluidului.

Explicitînd termenii care apar în ecuația (1) cu ajutorul relațiilor (2), (3) și (4) se obține, după neglijarea cantităților infinitezimale de ordin superior :

$$\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \qquad (5)$$

Pentru rezolvarea acestei ecuații diferențiale cu derivate parțiale se aplică metoda separării variabilelor, :

$$W = W_1(t) \, x \, W_2(r). \qquad (6)$$

Calculînd derivatele parțiale care intervin în ecuația (5). pe baza tipului de soluție preconizat de relația (6) și introducînd aceste valori în ecuația (5) se determină :

$$\begin{cases} \dfrac{\rho}{\mu} \dfrac{1}{W_1(t)} \dfrac{dW_1(t)}{dt} = - C^2, & (7) \\ \dfrac{1}{W_2(r)} \dfrac{d^2 W_2(r)}{dr^2} + \dfrac{2}{r W_2(r)} \dfrac{dW_2(r)}{dr} = - C^2 & (8) \end{cases}$$

Ecuația diferențială cu derivate parțiale (5) a fost astfel separată în două ecuații diferențiale ordinare (7) și (8) care pot fi integrate în mod separat

În baza ipotezei 3, ecuația (7) se integrează simplu, prin separarea variabilelor, furnizînd soluția :

$$W_1(t) = K_1 e^{-C^2 \frac{\mu}{\rho} t}, \tag{9}$$

unde, K_1 este o constantă de integrare dependentă de condițiile impuse la limită.

Ecuația (8) transcrisă în forma :

$$r^2 \frac{d^2 W_2(r)}{dr^2} + r \frac{d W_2(r)}{dr} + C^2 r^2 W_2(r) = 0, \tag{10}$$

permite asimilarea ei cu o ecuație de tipul Sturm-Liouville ce poate fi rezolvată prin dezvoltare în serie de puteri, admițînd o soluție de forma :

$$W_2(r) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p r^{k_p}. \tag{11}$$

Derivînd relația (11), de două ori în raport cu r și introducînd expresiile obținute în ecuația (10), se determină, după egalarea coeficienților puterilor identice ale variabilei :

$$[W_2(r)]_1 = \frac{a_0}{C_r} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (Cr)^{2p+1}}{(2p+1)!}, \tag{12}$$

adică :

$$[W_2(r)]_1 = a_0 \frac{\sin(Cr)}{Cr}. \tag{13}$$

Întrucît ecuația (10) este o ecuație diferențială de ordinul, 2, ea trebuie să admită și o a doua soluție. Efectuînd substituția :

$$[W_2(r)]_2 = [W_2(r)]_1 \int U(r)\, dr \tag{14}$$

și derivînd această relație de două ori, se determină, după introducerea expresiilor obținute în ecuația de referință (10) :

$$U(r) = e^{-\ln[\sin(Cr)]^2} + K_2, \tag{15}$$

care, prin introducere în relația (14) precizează, în final, cea de a doua soluție a ecuației (10) :

$$[W_2(r)]_2 = -\frac{K_3}{C} \frac{\cos(Cr)}{Cr}. \tag{16}$$

Combinînd cele două soluții ale ecuației diferențiale (10) și introducînd variabila adimensională :

$$r^* = r/R, \tag{17}$$

unde, R reprezintă raza incintei cilindrice în care evoluează fluidul, soluția ecuației diferențiale (10) poate fi exprimată în forma :

$$W_2(r) = a_0 \frac{\sin(CRr^*)}{CRr^*} - \frac{K_2}{C} \frac{\cos(CRr^*)}{CRr^*}. \tag{18}$$

Cum însă, în orice punct al secțiunii cilindrului, viteza fluidului trebuie să aibă o valoare finită, se deduce imediat :

$$K_2 = 0, \tag{19}$$

întrucît altfel, ar rezulta că viteza în axul cilindrului ar fi infinită. În continuare, condiția la limită precizată de conceptul stratului limită determină că, viteza fluidului este nulă la suprafața peretelui care mărginește incinta cilindrică :

$$r^* = 1 \rightarrow W_2(r) = 0 \tag{20}$$

Deoarece a_0 nu poate fi nul, este necesar ca :

$$\sin(CR) = 0, \tag{21}$$

deci :

$$CR = n\pi\,;\ n = 1,\ 2,\ \ldots\ \infty \tag{22}$$

Înlocuind aceste rezultate în relația (18) și ținînd seama de relația (9), soluția finală a ecuației diferențiale cu derivate parțiale (5) poate fi exprimată pe baza relației (6) în forma :

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-\left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 \frac{\mu}{\rho} t} \frac{\sin(n\pi r^*)}{n\pi r^*}, \tag{23}$$

care reprezintă ecuația generală a mișcării de rotație a fluidului vîscos într-un cilindru circular.

Determinarea coeficienților D_n se face din considerentul că, în momentul considerat drept origine a timpului ($t = 0$), profilul de viteze se caracterizează printr-o anumită configurație inițială. Acest profil poate fi apreciat pe baza unor valori măsurate direct în cilindrul motorului sau pornind de la valori comunicate de alți cercetători [5], [12] și aproximînd profilul printr-o funcție convenabilă din punct de vedere al comodității de calcul.

Avîndu-se în vedere modalitățile practice de amorsare a unei mișcări de rotație în cilindrii motoarelor cu ardere internă, se constată că aceasta se obține prin dirijarea tangențială a curentului de încărcătură proaspătă la pătrunderea în cilindru. În momentul inițial, forma cea mai plauzibilă a profilului de viteze este deci aceea a unui profil de viteză uniformă pe o porțiune radială egală cu diametrul supapei de admisie. Ținînd cont și de faptul că imediat după pătrunderea în cilindru, curentul de aer va ciocni

sub un anumit unghi peretele, se poate aprecia că, prin reflexia determinată de ciocnire, vitezele tangențiale se vor redistribui sub forma unui profil de variație trapezoidală care se extinde de la o anumită valoare a razei cilindrului pînă la periferia acestuia (figura 2).

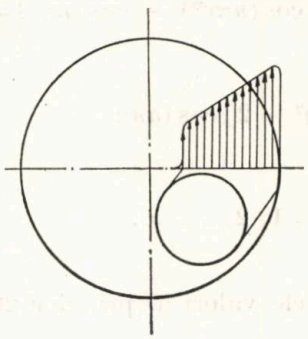


Fig. 2

Pornind de la o asemenea configurație ideală se pot explicita valorile coeficienților D_n din ecuația generală a mișcării (23), particularizînd-o la momentul inițial de timp ($t = 0$) :

$$W_0 = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{\sin(n\pi r^*)}{n\pi r^*} \tag{24}$$

Exprimînd profilul trapezoidal prin setul de relații :

$$\begin{cases} W_0 = 0, & 0 <^* < a \\ W_0 = B_M + C_M (r^* - a), & a < r^* < 1, \end{cases} \tag{25}$$

se determină din identificarea relațiilor (24) cu (25) :

$$B_M \pi r^* + C_M \pi r^* - a\, C_M \pi r^* = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{\sin(n\pi r^*)}{n}. \tag{26}$$

Prin înmulțirea acestei expresii cu $\sin(n\pi r^*)$ și integrare termen cu termen rezultă :

$$\pi B_M \int_0^1 r^* \sin(n\pi r^*)\, dr + \pi C_M \int_a^1 r^* \sin(n\pi r^*)\, dr^* -$$

$$- a\pi C_M \int_a^1 r^* \sin(n\pi r^*)\, dr^* = \frac{D_n}{n} \int_0^1 \sin^2(n\pi r^*)\, dr^* + \tag{27}$$

$$+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{\infty} \int_0^1 \sin(k\pi r^*) \sin(n\pi r^*)\, dr^*$$

Ținînd cont de valoarea integralelor definite între limitele considerate, pentru termenii din membrul drept al expresiei (27), se determină.

$$\begin{cases} D_n = 2n\pi\, [B_M - a\, C_M] \int_0^1 r^* \sin(n\pi r^*)\, dr^* + 2n\pi\, C_M \int_a^1 r^{*2} \sin(n\pi r^*)\, dr^* \\ n = 1, 2, \ldots \infty \end{cases} \tag{28}$$

Explicitînd integralele care apar în relația (28) cu ajutorul tabelelor de integrale nedefinite [10], se obține în final :

$$D_n = 2[B_M - a\,C_M]\left[-\frac{1}{n\pi}\sin(n\pi r^*) + a\cos(n\pi r^*) - \cos(n\pi)\right] +$$

$$+\frac{2C_M}{n\pi}\left\{-2\sin(n\pi r^*) + \frac{1}{n\pi}[(an\pi)^2 - 2]\cos(an\pi) - \right. \qquad (29)$$

$$\left. -\frac{1}{n\pi}[(n\pi)^2 - 2]\cos(n\pi)\right\};\ n = 1, 2, \ldots \infty.$$

Pentru $a = 0{,}25$ se calculează următoarele valori ai primilor 20 de coeficienți ai seriei (28) (Tabelul 1)

Tabelul 1

D_n	Profil trapezoidal	Profil liniar	Profil parabolic	Profil uniform $r = 0{,}3 \ldots 0{,}9$
D_1	1,904 B_M+0,693 C_M	1,189 W_M	0,784 A_M	1,747 B_M
D_2	−(2,318 B_M+1,474 C_M)	−2,000 W_M	−1,698 A_M	−2,131 B_M
D_3	1,469 B_M+1,446 C_M)	1,910 W_M	1,865 A_M	0,599 B_M
D_4	−(2,500 B_M−1,419 C_M)	−2,00 W_M	−1,924 A_M	−1,101 B_M
D_5	1,736 B_M+1,538 C_M	1,968 W_M	1,951 A_M	0,254 B_M
D_6	−(1,894 B_M+1,458 C_M)	−2,000 W_M	−1,966 A_M	1,002 B_M
D_7	2,418 B_M+1,458 C_M	1,983 W_M	1,975 A_M	−0,444 B_M
D_8	−(1,500 B_M+1,520 C_M)	−2,000 W_M	−1,981 A_M	1,668 B_M
D_9	2,304 B_M+1,436 C_M	1,990 W_M	1,985 A_M	−2,101 B_M
D_{10}	−(2,064 B_M+1,533 C_M)	−2,000 W_M	−1,988 A_M	1,200 B_M
D_{11}	1,644 B_M+1,487 C_M	1,993 W_M	1,993 A_M	−2,033 B_M
D_{12}	−(2,354 B_M+1,447 C_M)	−2,000 W_M	−1,992 A_M	1,726 B_M
D_{13}	1,680 B_M+1,398 C_M	1,995 W_M	1,993 A_M	−0,508 B_M
D_{14}	−(1,954 B_M+1,539 C_M)	−2,000 W_M	−1,994 A_M	1,552 B_M
D_{15}	2,384 B_M+1,461 C_M	1,996 W_M	1,995 A_M	0,000
D_{16}	−(1,500 B_M+1,521 C_M)	−2,000 W_M	−1,995 A_M	−1,025 B_M
D_{17}	2,327 B_M−1,591 C_M	1,997 W_M	1,996 A_M	0,463 B_M
D_{18}	−(2,036 B_M+1,544 C_M)	−2,000 W_M	−1,996 A_M	−1,215 B_M
D_{19}	1,622 B_M+1,550 C_M	1,998 W_M	1,997 A_M	2,081 B_M
D_{20}	−(2,354 B_M+1,556 C_M.	−2,000 W_M	−1,997 A_M	−1,200 B_M

Întrucît valorile acestor coeficienţi nu se modifică sensibil pe măsură ce rangul termenelor creşte, se constată că funcţia care exprimă profilul de viteze (23) exclude punctul situat în origine. Datorită acestei particularităţi, modelul formulat poate exprima profilul de viteze tangenţiale, numai, începînd din imediata vecinătate a centrului cilindrului.

Evoluţia în timp a profilului de viteze este determinată de valoarea exponentului bazei logaritmilor naturali din ecuaţia vitezei (23), Analizînd mărimile care intervin în expresia acestui exponent, se constată că parametrul T, exprimat prin grupajul de mărimi :

$$T = \left[\frac{R^2}{\pi^2}\frac{\rho}{\mu}\right] \tag{30}$$

are dimensiunea fizică a timpului. Întrucît valoarea lui este determinantă, în ceea ce priveşte comportarea în timp a mişcării fluidului, acest parametru se defineşte în continuare drept constanta de timp a mişcării. Constanta de timp va fi cu atît mai mare, cu cît raza incintei cilindrice şi densitatea fluidului în mişcare vor fi mai mari şi cu cît viscozitatea dinamică a fluidului va fi mai mică.

Scriind ecuaţia (23) în forma :

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} D_n(t)\,\frac{\sin(n\pi r^*)}{n\pi r^*}, \tag{31}$$

unde coeficienţii, variabili în timp, ai termenilor seriei au fost notaţi prin :

$$D(t) = D_n\, e^{-n^2 t/T}, \tag{32}$$

se poate calcula evoluţia în timp a profilului de viteze pornind de la un profil iniţial de tip trapezoidal (25) pentru diverse valori ale parametrului adimensional t/T.

Pentru a reprezenta la aceeaşi scară toate profilurile ce urmează a fi calculate, s-a luat drept bază un profil de variaţie liniară, derivat din profilul trapezoidal prin următoarele particularizări în setul de relaţii (25) :

$$a = 0\,;\ B_M = 0\,;\ C_M = W_M. \tag{33}$$

Corelarea cu acest profil de bază s-a făcut pe considerentul că, indiferent de configuraţia profilului iniţial, mişcarea posedă aceeaşi energie cinetică cu cea întruchipată de un profil liniar (mişcare de tipul rotaţiei de corp solid).

Considerînd particularizările $a = 0{,}25$ şi $B_M = C_M$ sau reprezentat în figura 3 configuraţiile profilului de viteze pentru 4 valori distincte ale parametrului adimensional t/T.

Profilul iniţial ($t/T = 0$) a fost calculat considerînd un număr de 20 de termeni ai seriei care exprimă funcţia de viteză (23). Calculul celorlalte profiluri reclamă considerarea unui număr mult mai redus de termeni : 14 ($t/T = 0{,}015$), 8 ($t//T = 0{,}06$) şi 6 ($t/T = 0{,}135$).

Se constată că, pe măsura trecerii timpului, mişcarea fluidului din cilindru degenerează, în sensul că viteza maximă scade şi, în acelaşi timp, îşi deplasează poziţia dinspre periferia cilindrului către centrul acestuia. După trecerea unui timp corespunzător lui $t/T = 0{,}135$, profilul de viteze îşi pierde complet asemănarea cu configuraţia iniţială trapezoidală.

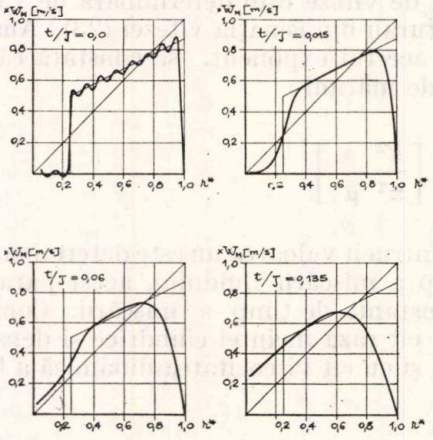


Fig. 3

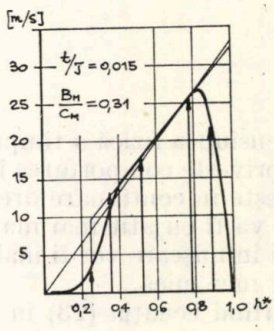


Fig. 4

O dovadă experimentală care pledează în favoarea mecanismului descris, privind amorsarea mişcării gazelor în cilindru, o constituie studiul comparativ reprezentat în figura 4.

În această figură s-a trasat cu linie continuă profilul de viteze de tip trapezoidal, calculat la timpul corespunzător lui $t/T = 0{,}015$ cu $a = 0{,}25$ şi $B_M = 0{,}31\ C_M$, pentru un profil liniar de referinţă caracterizat printr-o viteză maximă $W_M = 39{,}2$ m/s. Pe aceeaşi figură s-au reprezentat şi vectorii viteză măsuraţi de Horvatin şi Hussman [5] la o distanţă de 10 mm de peretele chiulasei, în momentul de închidere a supapei de admisie, într-un motor cu alezajul $D = 108$ mm antrenat la 1 000 rot/min. Se remarcă o coincidenţă foarte bună între alura profilului calculat şi valorile măsurate.

În continuare se cercetează evoluţia unor profiluri de viteze pornindu-se de la profiluri iniţiale de tip liniar :

$$W_0 = W_M r^*, \tag{34}$$

uniform :

$$\begin{cases} W_0 = 0 \quad \text{pentru} \quad 0 < r^* < 0{,}3 \\ \qquad\qquad\quad\ \ 0{,}9 < r^* < 1{,}0 \\ W_0 = B_M \end{cases} \tag{35}$$

şi parabolic

$$W_0 = A_M r^{*2}. \tag{36}$$

Procedîndu-se de o manieră similară cu cea descrisă pentru profilul trapezoidal, se determină valorile primilor 20 de coeficienţi ai seriei care apro-

ximează profilurile de viteze (tabelul 1). Alurile acestor profiluri sînt reprezentate, respectiv, în figurile 5, 6 și 7.

Din analiza figurilor (inclusiv figura 3) se constată că după scurgerea unui timp corespunzător unei valori $t/T = 0{,}135$, profilurile de viteze sea-

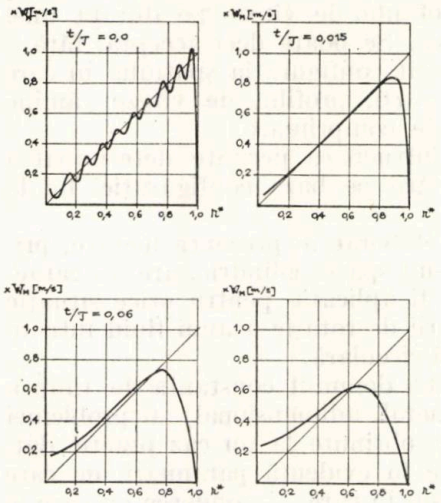


Fig. 5

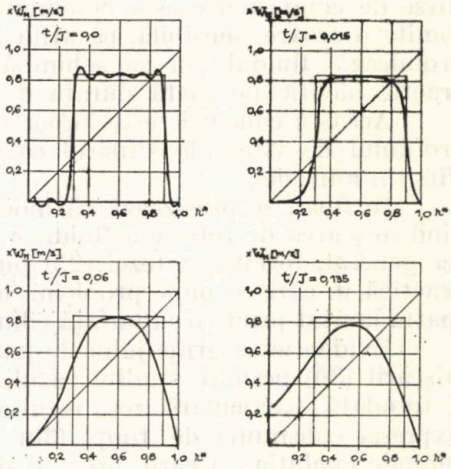


Fig. 6

mănă foarte mult între ele, indiferent dacă provin dintr-un profil inițial de tip liniar, trapezoidal sau uniform. Dacă se compară porțiunea situată între viteza maximă și peretele cilindrului se observă că alurile de variație sînt practic identice pentru profilurile provenite din tipul liniar, trapezoidal sau parabolic. Situația se datorește faptului că, pierderile de energie prin frecare la perete cresc odată cu creșterea valorilor vitezelor din vecinătatea peretelui.

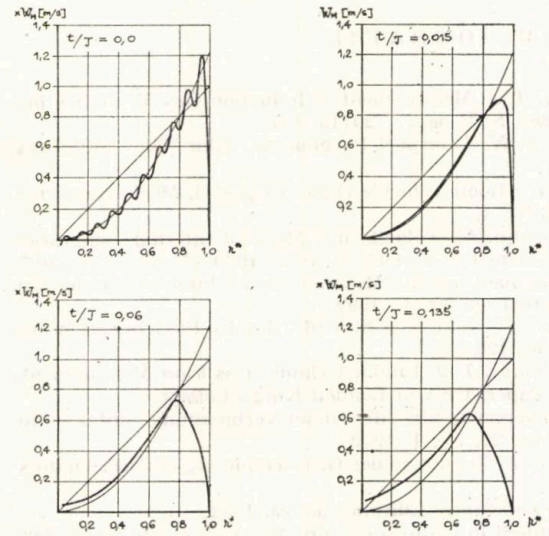


Fig. 7

Această explicație este susținută și de alura profilului, calculată la aceeași valoare a timpului ($t/T = 0{,}135$) pentru un profil de tip uniform a cărui viteză inițială la perete este nulă. Evoluția profilului conduce în acest caz la pierderile minime de energie, în măsura în care gazul din vecinătatea peretelui este antrenat în mișcare de restul masei de gaz. Valoarea mai scăzută a pierderilor este evidențiată de valoarea mai ridicată a vitezei maxime.

Profiluri de viteze de tipul uniform (asemănătoare celui reprezentat în figura 6 la timpul corespunzător lui $t/T = 0{,}015$) au fost evidențiate

experimental [5], ele fiind caracteristice momentelor de început ale aspirației.

Ținînd cont de valoarea mare pe care o are constanta de timp pentru dimensiunile uzuale ale unui ciclu cilindru de motor (— 16 s la un alezaj $D = 100$ mm), rezultă că modificarea profilului de viteze pe durata unei curse de comprimare este nesemnificativă. Se poate deci accepta, fără a comite o eroare sensibilă, că atîta timp cît configurația spațiului în care evoluează fluidul nu se schimbă ($D = ct$), profilul de viteze rămîne practic identic pe toată durata cursei de comprimare.

Această concluzie este importantă întrucît ea permite determinarea profilului de viteze la sfîrșitul comprimării pe baza configurației lui la sfîrșitul admisiei.

În final, se precizează că modelul elaborat în prezenta lucrare, privind mișcarea de rotație a fluidelor într-un spațiu cilindric, are un caracter general, formula vitezei (23) putînd fi aplicată pentru orice situație practică în care se pune problema mișcării de rotație a unui fluid într-un spațiu limitat printr-o suprafață cilindrică circulară.

Evidențierea grupajului de parametri denumit constanta de timp a mișcării (30) permite studiul cazului general, adimensional, al problemei și totodată particularizarea rezultatelor obținute la un caz practic dat. Expresia constantei de timp (30) pune în evidență parametrii de care depinde evoluția mișcării, precum și sensul în care, și ponderea cu care ei acționează asupra acesteia.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Ghiorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Arnold, M. J., Tindal, M.J., Williams, T. J.* Measurement of Induction Gas Velocities in a Reciprocating Engine Cylinder. SAE paper 720115, 1972.
2. *Bird, R. B, Stewart, W. E., Lightfoot, E. N.* Transport Phenomena. John Wiley and Sons, 1960.
3. *Fitzgeorge, D., Allison, J.L.* Air Swirl in a Rood-Vehicule Diesel Engine. I. Mech. Eng. Proc. of Automobile Div. 1962—63 Nr. 4.
4. *Hassan, H., Dent, J. C.* The Measurement of Air Velocity in a Motored Internal Combustion Engine using a Hot-Wire Anemometer. I. Mech. E. Proc. 1970—71 Vol. 185—50/7.
5. *Horvatin, M. Hussman, A. W.* Measurement of Air Movenments in Internal Combustion Engine Cylinders. DISA-Information Nr. 8—1969.
6. *Hussman, A. W., Kahoun, F., Taylor, R. A.* Charge Stratification by Fuel Injection into Swirling Air. SAE Transactions 1963.
7. *Khafaji, A. A. A., Tindall, M. J., Williams, T. J.* Engine Cylinder Gas Flow Measurements by Hot-Wire Anemometers. Paper. Univ of London King's College.
8. *Pischinger, A., Pischinger, F.* Bombenversuche uber die Diesel-Verbrennung unter motorischen Bendingungen. MTZ Vol. 20, Nr. 1, 1959.
9. *Pischinger, A., Krisper, G., Pischinger, F.* Zur Frage der Gemischbildung im Dieselmotors-MT2 Vol. 26, Nr. 8, 1965.
10. *Smoleanski, M. L.* Tabele de integrale nedefinite. Editura tehnică, 1952.
11. *Taraza, D.* Contribuții la studiul aprinderii în motorul cu aprindere prin comprimare. Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1975.
12. *Weidenmuller, M.* Gesehwindigkeiten im Brennraum eines fremd angetriebenen Dieselmotors. MTZ Nr. 1, 1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 536.2

METODĂ DE APLICARE A CALCULATORULUI ANALOGIC ÎN TRANSMISIA DE CĂLDURĂ

D. ȘTEFĂNESCU, CARMEN PAPADOPOL

Utilizarea calculatorului analogic în rezolvarea problemelor transmisiei de căldură permite obținerea directă a unor familii de curbe, care urmăresc un anumit aspect al fenomenului. Ca exemplu se consideră cazul conductibilității în regim nestaționar la încălzirea unui cilindru lung, plin, fără surse interioare de căldură și se presupune o lege de variație exponențială a temperaturii. Cilindrul este caracterizat prin : $r_1 = 0{,}1$ m ; $T_0 = 300°K$; $\theta_0 = 800°K$; $t = 600$ s ; $\alpha_1 = 4.000$ kcal/m^2.h.grd ; $\lambda_1 = 20$ kcal/m.h. grd ; $a = 0{,}6.10^{-5}$ m^2/s.

Se va prezenta pe scurt metodologia de calcul.

Ecuația conductibilității în regim nestaționar a lui Fourier :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a . \Delta^2 T \tag{1}$$

se scrie în coordonate cilindrice :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T'}{\partial r} = \frac{1}{\mathrm{a}} \cdot \frac{\partial T'}{\partial t} \tag{2}$$

pentru condițiile :

— la $t = 0$, $\forall r$, $T' = T_0 = 300°K$

— la $\forall t$, $r = 0$, $T'_0 = \theta' = \theta'_{max}(1 + k_1 e^{-kt}) = 800(1 + k_1 e^{-kt})$

Atunci ecuația (2) și condițiile inițiale aferente ei iau următoarea formă :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \text{unde} \quad T = T(r,t) \tag{3}$$

— la $t = 0$, $\forall r$, $T = \theta_i = 0$;

— la $\forall t$, $r = 0$. $T_{(0)} = \theta = \theta_{max}(1 - e^{-kt}) =$

$$= 500\,(1 - e^{-kt}) ; \quad k = 1{,}67 \times 10^{-3} \ [s^{-1}]$$

* Manuscris predat redacției la data de 26 dec. 1973

Funcţia $T = T(r,t)$ este o funcţie de două variabile; dar pe calculator există posibilitatea de a modela o singură variabilă independentă cu variaţie continuă → timpul maşinii şi atunci în integrarea ecuaţiei se porneşte de la următoarele premize:

— variabila independentă cu variaţia continuă pe calculator va fi timpul real modelat prin timpul pe maşină;

— variabila independentă cu variaţie discretă pe calculator va fi raza cilindrului r care s-a divizat în 6 părţi egale $\Delta r = r/6$.

În aceste condiţii se poate aplica metoda creşterilor finite:

$$\frac{\partial T_{(i)}}{\partial r} = \frac{T_{(i+1)} - T_{(i)}}{\Delta r}; \quad i = 1,\ 2 \ldots 6 \tag{4}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_{(i)}}{\partial r} = \frac{1}{r \cdot \Delta r} [T_{(i+1)} - T_{(i-1)}] \quad \text{unde } r = i \cdot \Delta r \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 T_{(i)}}{\partial^2 r} = \frac{T_{(i+1)} - T_{(i)} + T_{(i-1)}}{(\Delta r)^2} \tag{6}$$

Deci ecuaţia (2) devine

$$\frac{T_{(i+1)} - 2T_{(i)} + T_{(i-1)}}{(\Delta r)^2} + \frac{T_{(i+1)} - T_{(i)}}{i(\Delta r)^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dT_{(i)}}{dt}$$

$$\frac{dT_{(i)}}{dt} = \frac{a}{(\Delta r)^2}\left[\left(1 + \frac{i}{1}\right) T_{(i+1)} - \left(2 + \frac{1}{i}\right) T_{(i)} + T_{(i-1)}\right] \tag{7}$$

Pentru a trece de la mărimile reale la mărimile de pe calculator se fac următoarele transformări:

— se asociază variabilei reale t, variabila t_m (timpul maşinii):

$$t_m = M_t \cdot t; \quad M_t = 10^{-1} \quad [\mathrm{S/s}] \tag{8}$$

— se asociază valorii funcţiei T, valoarea funcţiei U.

Din condiţiile de lucru pe calculator rezultă că, este necesar ca, tensiunea care modelează valoarea maximă a funcţiei $T(r, t)$ să îndeplinească condiţia: $U_{max} \leqslant 10$ V(1MU)

De asemenea, din considerentele de simplificare a prelucrării datelor obţinute se preferă lucrul cu variabile normate, înţelegînd prin variabilă normată în domeniul funcţiei reale, cantitatea:

$$T^x = \frac{T}{T_{max}}, \quad (T_{max} = 800°\mathrm{K})$$

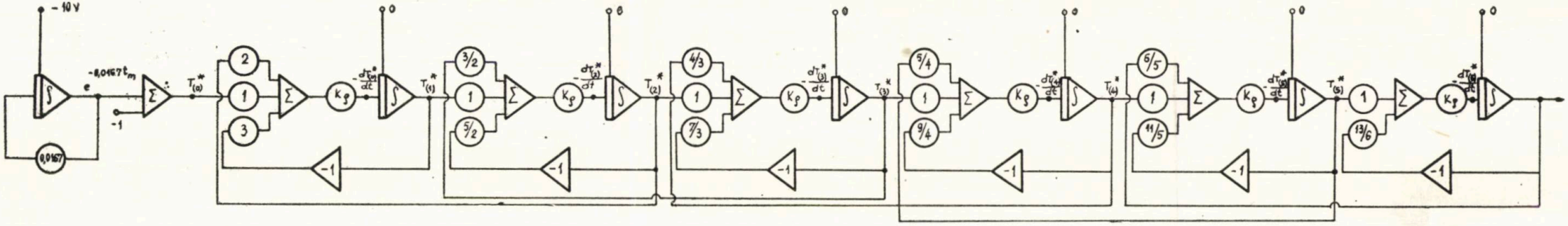
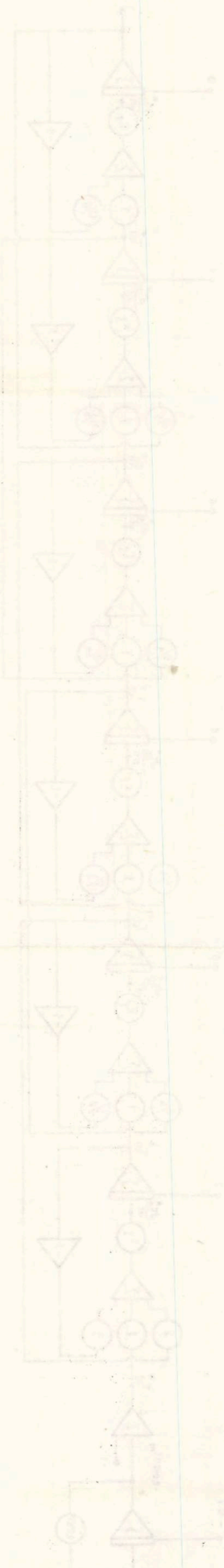

- 10 V
-8,0167 t_m
e
-1
0,0167
$T_{(0)}^*$
2
1
3
k_g
$-\frac{dT_{(0)}^*}{dt}$
0
$T_{(1)}^*$
3/2
1
5/2
$-\frac{dT_{(1)}^*}{dt}$
$T_{(2)}^*$
4/3
1
7/3
$-\frac{dT_{(2)}^*}{dt}$
$T_{(3)}^*$
9/4
1
9/4
$-\frac{dT_{(3)}^*}{dt}$
$T_{(4)}^*$
6/5
1
11/5
$-\frac{dT_{(4)}^*}{dt}$
$T_{(5)}^*$
1
13/6
$-\frac{dT_{(5)}^*}{dt}$
-1

Fig. 1



iar în domeniul funcţii modelate pe calculator :

$$Y^{\times}=\frac{U}{U_{\max}} \quad (U_{\max}=1\text{MU}).$$

Din teoria similitudinii aplicată mărimilor reale şi de pe model, rezultă : $T^{\times}=Y^{\times}$

Conform celor arătate, se efectuează modificarea ecuaţiei (7). Se obţine :

$$dT^{\times}_{(i)}=\frac{a}{(\Delta r)^2 . M_t}\left[\left(1+\frac{1}{i}\right)T^{\times}_{(i+1)}-\left(2+\frac{1}{i}\right)T^{\times}_{(i)}+T^{\times}_{(i-1)}\right] \tag{9}$$

Funcţia de excitaţie a sistemului este funcţia exponenţială, care reprezintă condiţia la limită a problemei. În mărimi-maşină funcţia se scrie :

$$T^{\times}_{(0)}=1-\mathrm{e}^{k\frac{t_m}{M_t}})=1-e^{-0{,}0167\ t_m} \tag{10}$$

Aplicînd relaţia (9) pentru $i=1{,}2...6$, se obţine un sistem de ecuaţii diferenţiale, ce urmează a fi modelate pe calculatorul analogic :

$$\begin{cases} i=1\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(1)}}{dt_m}=\dfrac{a}{(\Delta r)^2 M_t}[2T^{\times}_{(2)}-3T^{\times}_{(1)}+T^{\times}_{(0)}]; \\ i=2\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(2)}}{dt_m}=\dfrac{a}{(\Delta r)^2 M_t}\left[\dfrac{3}{2}T^{\times}_{(3)}-\dfrac{5}{2}T^{\times}_{(2)}+T^{\times}_{(1)}\right]; \\ i=3\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(3)}}{dt_m}-\dfrac{a}{(\Delta r)^2 M_t}\left[\dfrac{4}{3}T^{\times}_{(4)}-\dfrac{7}{3}T^{\times}_{(3)}+T^{\times}_{(2)}\right]; \\ i=4\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(4)}}{dt_m}=\dfrac{a}{(\Delta r)^2 M_t}\left[\dfrac{5}{4}T^{\times}_{(5)}-\dfrac{9}{4}T^{\times}_{(4)}+T^{\times}_{(3)}\right]; \\ i=5\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(5)}}{dt_m}=\dfrac{a}{(\Delta r)^2 M_t}\left[\dfrac{6}{5}T^{\times}_{(6)}-\dfrac{11}{5}T^{\times}_{(5)}+T^{\times}_{(4)}\right]; \\ i=6\rightarrow \dfrac{dT^{\times}_{(6)}}{dt_m}=\dfrac{a}{(\Delta r)^2 \cdot M_t}\left[-\dfrac{13}{6}T^{\times}_{(6)}+T^{\times}_{(5)}\right]; \end{cases} \tag{11}$$

Sistemului (11) îi corespunde schema din fig. 1 pentru calculatorul analogic, unde :

$$K_p=\frac{a}{(\Delta r)^2 M_t}=0{,}267\ ;\ T^{\times}_{(0)}=1-e^{-0.0167\,t_m} \tag{12}$$

Cu datele numerice utilizate la calculatorul numeric, sistemului (11) îi vor corespunde curbele din fig. 2 obţinute pe calculatorul analogic.

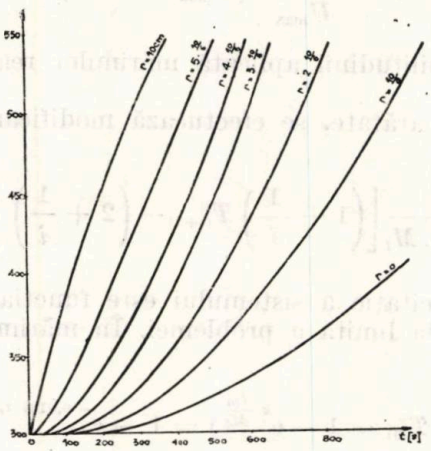


Fig. 2

Aceste rezultate arată că, se poate urmări foarte bine fenomenul şi dacă se ţine cont de diferitele constante de timp ale exponenţialei se pot obţine familii de curbe, care să permită dinainte studierea tempeturii în diferite secţiuni. Mai mult, se poate anticipa impunerea variaţiei de temperatură în piesă, deci contravaloarea fenomenului.

Catedra de termotehnieă
Institutul politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bubtiiarov A. M., Zikevskaia L. M., Frolov G. D.* — Culegere de probleme de programare. E.T. Bucureşti — 1973.
2. *Petreseu A.* — Calculatoare automate şi programare. E.D.P. Bucureşti — 1973.
3. *Ştefăneseu D., Papadopol C., Morega I., Trifan S.* — Consideraţii asupra aplicării transformatei Laplace în transmiterea de căldură prin conducţie a cilindrului plin în regim nestaţionar şi asupra posibilităţii modelării electrice a fenomenului. A XXV-a sesiune ştiinţifică a Institutului Politehnic din Bucureşti — 1972.
4. *Ştefăneseu D., Papadopol C., Morega I.,* — Metode de rezolvare a ecuaţiei transmisiei de căldură prin conductibilitate în regim nestaţionar în cazul cilindrului plin. Buletinul Institutului Politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu -Dej" Bucureşti, tomul XXXVI- Nr. 2, martie-aprilie 1974.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII – 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

MECANICĂ AGRICOLĂ

C.Z.: 631.3

CONSIDERAȚII TEORETICE PRIVIND ALEGEREA PARAMETRILOR TOCATORULUI – ARUNCĂTOR DE TIP TAMBUR CU CUȚITE DREPTE DE LA COMBINELE DE SILOZ*

I. CHELEMEN, I. ROȘCA

O cale de modernizare a mașinilor agricole o constituie folosirea aparatelor combinate, care execută două sau mai multe procese de lucru, fapt ce permite simplificarea schemelor tehnologice și cinematice ale mașinii. Un asemenea aparat este tocătorul-aruncător, aparatul principal al combinelor de siloz și al unor combine de recoltat porumb, care execută simultan atît tocarea plantelor cît și evacuarea din mașină a masei tocate.

La combinele de siloz existente se folosesc două variante de tocător aruncător (fig. 1). În prima variantă (fig. 1 a) spre deosebire de un tambur

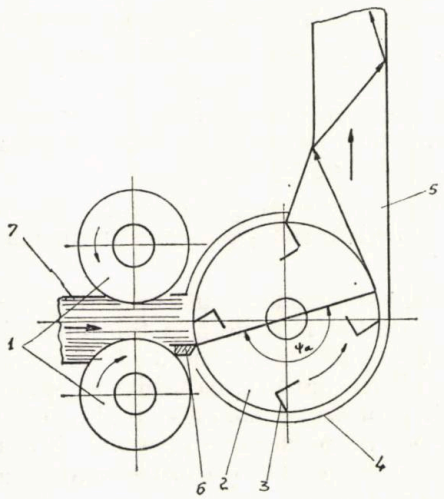


Fig. 1 a

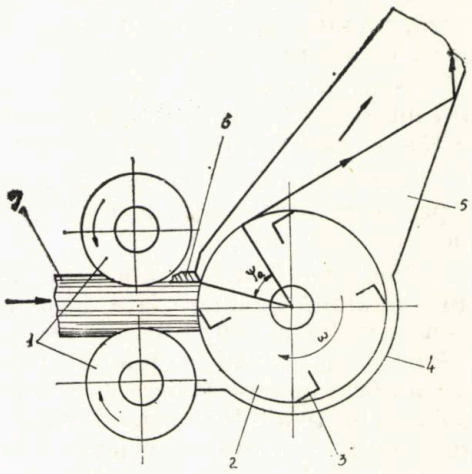


Fig. 1 b

de tocare obișnuit, tamburul tocătorului-aruncător este prevăzut cu aripioare suplimentare pentru mărirea efectului de aruncare și ventilație și are o viteză de rotație aproximativ de două ori mai mare. De asemenea la partea inferioară a tamburului este prevăzut cu o carcasă cilindrică

* Manuscris predat redacției la data de 18 septembrie 1974

care face legătura cu conducta de evacuare a masei tocate. După tăierea masei de furaj, aceasta este deplasată de către cuţitele tamburului pe carcasa cilindrică şi apoi aruncată în conducta de evacuare. Rezultă deci că în acest caz are loc un consum de energie suplimentar, necesar pentru învingerea frecării masei tocate de către această carcasă. Acest sistem prezintă avantajul că posibilităţile de înfundare, respectiv de introducerea tocăturii din nou în carcasă sînt minime, deoarece procesul de aruncare începe încă din zona de îmbinare a carcasei cilindrice cu conducta de evacuare.

În varianta a II-a (fig. 1 b), tamburul tocătorului-aruncător are sensul de rotaţie invers tamburului de tocare obişnuit, astfel încît după efectuarea procesului de tocare începe imediat procesul de evacuare a masei tocate, prin aruncarea acesteia de către tocătorul-aruncător în conducta de evacuare. Este evident că în această variantă consumul de energie este mai mic, datorită înlăturării frecării tocăturii pe carcasă.

În prezenta lucrare, autorii îşi propun să studieze procesul de evacuare a masei tocate de către tocătorul-aruncător de tip tambur, cu cuţite drepte, (varianta a II-a de mai sus) în scopul determinării parametrilor constructivi şi funcţionali optimi ai aparatului.

Pentru evitarea înfundării aparatului, în această variantă, procesul de aruncare a tocăturii trebuie să se efectueze într-un interval de timp relativ mic, corespunzător rotirii tamburului, cu un unghi $\psi_a \leqslant \frac{\pi}{4}$, în caz contrar cuţitele reintroduc în carcasă porţiile de furaj tocate. Din această cauză, unghiul ψ_a reprezintă un parametru important în studiul procesului de evacuare a masei tocate.

Spaţiul parcurs de porţia de furaj tocat în mişcarea sa relativă, pe faţa interioară a cuţitului, depinde de grosimea stratului de furaj în zona de tăiere, care la aceste maşini este în medie de 30—60 mm.

Pentru o bună evacuare a tocăturii se cere ca fragmentele de tulpini să parcurgă acest spaţiu în timp ce tamburul se roteşte cu un unghi mai mic, cel mult egal, cu ψ_a.

Pentru executarea proceselor de tăiere şi evacuare cuţitul se dispune sub o anumită înclinare faţă de planul radial şi faţă de axa tamburului. Ambele înclinări ocupă un rol important în prezentul studiu. Înclinarea faţă de planul radial trebuie să aibă o valoare optimă, capabilă să satisfacă ambele procese (tăiere şi evacuare), procese ce solicită unghiuri de înclinare cu tendinţe contrarii : tăierea necesită o aşezare apropiată de cea tangenţială, în timp ce evacuarea tocăturii necesită o aşezare radială a cuţitului. Pe de altă parte, pentru o tăiere progresivă şi cu eforturi minime, este necesar ca muchia tăietoare a cuţitului să fie dispusă sub un anumit unghiu faţă de axa tamburului.

În scopul simplificării definiţiilor din prezentul studiu, introducem noţiunea de dreaptă de referinţă care este dreapta de intersecţie dintre planul cuţitului şi planul transversal al tamburului, plan ce conţine punctul A aflat la mijlocul muchiei tăietoare AB (fig. 2).

Înclinarea muchiei cuţitului cu unghiul τ faţă de axa tamburului se obţine printr-o rotaţie în jurul liniei de referinţă, cu unghiul γ şi o rota-

ție a cuțitului cu unghiul β în planul său, în jurul unei axe perpendiculare pe acest plan, axă ce trece prin punctul O.

În planul transversal se definesc unghiurile :

— α_0 unghiul dintre raza corespunzătoare punctului A și dreapta de referință OA.

— α unghiul dintre raza unui punct oarecare de pe dreapta de referință, de exemplu M_0 și această dreaptă.

Din condiția ca punctele extreme ale muchiei tăietoare a cuțitului să se afle pe cilindrul imaginar cu raza egală cu raza maximă a tamburului (raza discurilor laterale) și din considerații geometrice elementare se obțin următoarele relații :

$$\cos \tau = \cos \beta \cdot \cos \gamma$$

$$\sin \beta = \frac{l}{2R} \sin^2 \tau \qquad (1)$$

unde l — lungimea muchiei tăietoare ($l = 2\ AB$);
R — raza maximă a tamburului.

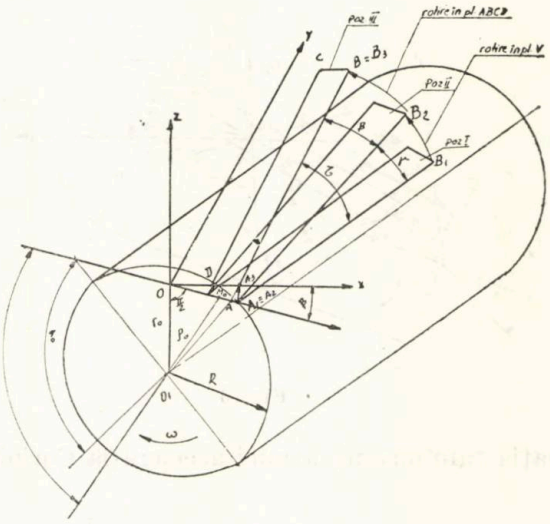


Fig. 2

Pentru studiul procesului de evacuare (aruncare) a particulelor de furaj, considerăm o particulă de tocătură în mișcarea ei relativă pe cuțit. Această mișcare o raportăm la un sistem de axe mobil, legat de cuțit, avînd axa OZ perpendiculară pe planul cuțitului, iar planul Oxy fiind chiar planul cuțitului. Axa oy este paralelă cu muchia tăietoare a cuțitului și trece prin punctul O aflat la cea mai mică distanță față de axa tamburului (punctul de intersecție dintre planul transversal median al tamburului, planul cuțitului și planul radial normal pe dreapta de referință).

Greutatea particulei de tocătură se neglijează în raport cu celelalte forțe care acționează asupra sa.

Particula materială are o mișcare relativă în raport cu cuțitul. Ecuația fundamentală a mișcării relative este :

$$m\bar{a}_r = \bar{F} + F_t + F_c \qquad (2)$$

în care : $\bar{F}$ — rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra particulei (care în acest caz sînt reprezentate numai de forțele de legătură, normală și tangențială), forța de transport $\bar{F}_t = -m\bar{a}_t$ și forța Coriolis $\bar{F}_c = -m\bar{a}_c$ (fig. 3)

Accelerația de transport a particulei este egală cu accelerația punctului de pe cuțit (punctul M peste care se suprapune particula de furaj,

la un moment dat). Deoarece mişcarea de rotaţie a tamburului este uniformă (viteza unghiulară ω este constantă), acceleraţia de transport are numai componentă normală şi este egală cu $\rho\omega^2$, iar forţa de transport în modul este $F_t = m\rho\omega^2$ (unde ρ este raza vectoare a punctului M) Componentele forţei de transport pe axele sistemului mobil ales, sînt :

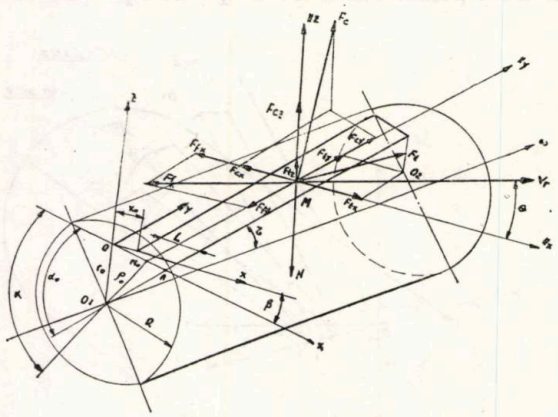


Fig. 3

$$F_{tx} = m\rho\omega^2(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma)$$

$$F_{ty} = m\rho\omega^2(-\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\sin\gamma\cos\beta)$$

$$F_{tz} = m\rho\omega^2\sin\alpha\cos\gamma \quad (3)$$

Dacă notăm cu θ unghiul dintre direcţia vitezei relative $\bar{v}_r$ a particulei, aflată în planul cuţitului, şi axa ox, $\bar{\omega}$ fiind vectorul viteză unghiulară din rotaţia tamburului, atunci acceleraţia Coriolis este dată de relaţia :

$$\bar{a}_c = +2\bar{\omega}\times\bar{v}_r = +2\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \omega\cos\gamma\sin\beta & \omega\cos\gamma\cos\beta - \omega\sin\gamma & \\ v_r\cos\theta & v_r\sin\theta & 0 \end{vmatrix} \quad (4)$$

de unde rezultă :

$$\bar{a}_c = +2\omega v_r\sin\gamma\sin\theta\bar{i} - 2\omega v_r\sin\gamma\cos\theta\bar{j} + 2\omega v_r(\cos\gamma\sin\beta\sin\theta - \cos\gamma\cos\beta\cos\theta)\bar{k} \quad (5)$$

deci, componentele forţei Coriolis pe axele sistemului mobil ales sînt :

$$F_{cx} = -2m\omega v_r\sin\gamma\sin\theta$$

$$F_{cy} = 2m\omega v_r\sin\gamma\cos\theta \quad (6)$$

$$F_{cz} = +2m\omega v_r\cos\gamma\cos(\beta+\theta)$$

Deoarece pe direcţia axei oz nu există mişcare, forţele care acţionează pe această direcţie sînt în echilibru şi deci se poate scrie relaţia :

$$N + F_{tz} + F_{cz} = 0 \quad (7)$$

sau

$$N = -m\rho\omega^2 \sin\alpha \cos\gamma - 2m\omega v_r \cos\gamma \cos(\beta + \theta) \tag{8}$$

În planul Oxy, pe direcția de deplasare relativă, în sens invers mișcării, apare forța de frecare:

$$\bar{F}_f = -\mu |N| \frac{\bar{v}_r}{v_r} \tag{9}$$

Componentele forței de frecare pe axele sistemului mobil sînt:

$$F_{fx} = -\mu m [\rho\omega^2 \sin\alpha \cos\gamma + 2\omega v_r \cos\gamma \cos(\beta + \theta)] \cos\theta$$

$$F_{fy} = -\mu m [\rho\omega^2 \sin\alpha \cos\gamma + 2\omega v_r \cos\gamma \cos(\beta + \theta)] \sin\theta \tag{10}$$

Proiectînd ecuația (2) pe axele sistemului mobil, se obțin ecuațiile diferențiale ale mișcării particulei materiale pe cuțit:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \rho\omega^2 (\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\gamma \sin\beta) - 2\omega v_r \sin\gamma \sin\theta -$$

$$- \mu[\rho\omega^2 \sin\alpha \cos\gamma + 2\omega v_r \cos(\beta + \theta) \cos\gamma] \cos\theta \tag{11}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \rho\omega^2 (-\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma \cos\beta) + 2\omega v_r \sin\gamma \cos\theta -$$

$$- \mu[\rho\omega^2 \sin\alpha \cos\gamma + 2\omega v_r \cos(\beta + \theta) \cos\gamma] \sin\theta$$

Ținînd seama că:

$$\rho \cos\alpha = x \cos\beta - j \sin\beta$$

$$\rho \sin\alpha = r_0 + (x \sin\beta + y \cos\beta) \sin\gamma \tag{12}$$

$$r_0 = R \sin\alpha_0 *$$

unde R este raza tamburului, ecuațiile (11) devin:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 \{(x \cos\beta - y \sin\beta) \cos\beta + [r_0 + (x \sin\beta + y \cos\beta) \sin\gamma] \cdot$$

$$\cdot \sin\gamma \sin\beta]\} - 2\omega v_r \sin\gamma \sin\theta - \mu \{\omega^2 [r_0 + (x \sin\beta + y \cos\beta) \cdot \sin\gamma] \cos\gamma +$$

$$+ 2\omega v_r \cos\gamma \cos(\beta + \theta)\} \cos\theta$$

---

* $r_0 = OA \operatorname{tg}\alpha = (R + x \sin\beta + y \cos\beta) \operatorname{tg}\alpha$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2\{-(x\cos\beta - y\sin\beta)\sin\beta + [r_0 + (x\sin\beta +$$

$$+ y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\cos\beta\} + 2\omega v_r \sin\gamma\cos\theta - \mu\{\omega^2[r_0 + (x\sin\beta +$$

$$+ y\cos\beta)\sin\gamma]\cos\gamma + 2\omega v_r \cos(\beta + \theta)\cos\gamma\}\sin\theta \qquad (13)$$

Rezolvarea sistemului (13) de ecuaţii diferenţiale de ordinul II se va efectua cu o metodă numerică ce se pretează la programarea pe calculator şi anume metoda Runge-Kutta. În acest scop, sistemul de ecuaţii iniţial se reduce la un sistem de ecuaţii de ordinul I, prin următoarele schimbări de variabile:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = u$$

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y} = v \qquad (14)$$

atunci

$$\frac{dx^2}{dt^2} = \ddot{x} = \dot{u}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = \dot{v} \qquad (15)$$

În final, se va obţine un sistem de 4 ecuaţii diferenţiale de ordinul I, de forma:

$$\dot{u} = \dot{u}(x, y, u, v, \theta)$$

$$\dot{v} = \dot{v}(x, y, u, v, \theta)$$

$$u = u(x, y, u, v, \theta) \qquad (16)$$

$$v = v(x, y, u, v, \theta)$$

La rezolvare vom ţine seama de următoarele relaţii:

$$v_r = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\theta = \operatorname{arc\,tg}\frac{v_{ry}}{v_{rx}} = \operatorname{arc\,tg}\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \operatorname{arc\,tg}\frac{v}{u} \qquad (17)$$

În plus, se vor lua în considerare condițiile inițiale și valorile parametrilor ce intervin și anume : viteza unghiulară a tamburului ω, unghiurile α_0, β, γ, raza tamburului R, coeficientul de frecare de alunecare μ, dintre tocătură și cuțit.

În ce privesc condițiile inițiale, se observă că în cazul unei viteze relative $v_{r0} = 0$ (deci componentele sale sînt nule), rezultă că în determinarea valorii inițiale a unghiului θ, conform expresiei (17), avem o nedeterminare :

$$\theta = \operatorname{arc\,tg} \frac{0}{0}$$

În consecință, se consideră că direcția de mișcare a particulei la momentul inițial (deci unghiul θ_0) corespunde direcției componentei din planul cuțitului, a forței de transport F_t — singura ce acționează în momentul inițial (F_c și F_f sînt nule, v_r fiind nulă).

Se poate deci scrie, conform relației (3) :

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{F_{ty}}{F_{tx}} = \frac{\rho(-\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma \cos\beta)}{\rho(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\gamma \sin\beta)} =$$

$$= \frac{-(x\cos\beta - y \operatorname{din}\beta)\sin\beta + [r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\cos\beta}{(x\cos\beta - y\sin\beta)\cos\beta + [r_0 + (x\sin\beta + y\cos\beta)\sin\gamma]\sin\gamma\sin\beta} \tag{18}$$

În relația (18) s-a ținut seama de relațiile (12).

Dacă L este lățimea cuțitului, la momentul inițial mai avem :

$$x_0 = \sqrt{R^2 - r_0^2} - L$$

$$y_0 = 0 \tag{19}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = \dot{x}_0 = u_0 = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0} = \dot{y}_0 = v_0 = 0$$

Pentru condițiile inițiale s-a considerat cazul cel mai defavorabil și anume : cazul ciocnirii plastice, adică inițial, particula este în repaus relativ față de cuțit. În realitate, are loc o ciocnire elasto-plastică între particulele de tocătură și aripioara tamburului, care imprimă acestora o anumită viteză inițială. Aceasta face ca unghiul ψ_a pe care îl face tamburului în timpul deplasării relative a particulei pe cuțit să fie mai mic, și deci condițiile de evacuare a tocăturii să fie mai avantajoase.

Cu ajutorul relaţiilor stabilite se pot obţine interdependenţele dintre unghiurile ψ_a, α, τ, lăţimea activă L a cuţitului, coeficientul de frecare μ dintre particula de tocătură şi cuţit. Avînd în vedere că unghiul ψ_a este limitat, cu ajutorul acestor interdependenţe se pot stabili următorii parametri constructivi ai tocătorului aruncător : unghiurile de dispunere a cuţitului, lăţimea şi calitatea suprafeţei acesteia.

Întrucît integrarea ecuaţiilor (13) este posibilă doar prin metode numerice, iar volumul calculelor este foarte mare, este necesar să se facă apel la un calculator numeric.

Rezolvarea efectivă a ecuaţiilor diferenţiale şi interpretarea rezultatelor urmează să facă obiectul unei lucrări viitoare.

Catedra de maşini agricole
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *N. E. Reznic* — Analiticescoe isledovania-pomoşciu electrono vicislitelnoi maşini proţesa şvirania izmelcenoi masi nojevim barabanom silosoúborocinvo combaina. Rev. Tractori i selihozmaşini nr. 3/64.
2. x x x Exaktfeldhäcksler E—280—prospect al firmei Fortscfrift — R.D.G.
3. *P. Dimo* — Programarea în Fortran Ed. Didactică şi Pedagogică, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

CZ.: 621.004.6

STUDIUL COMPARATIV ASUPRA COMPORTĂRII LA UZURA A CUTITELOR CU PLĂCUȚE DIN CARBURI METALICE BRAZATE DE FABRICAȚIE ROMANEASCĂ SI STRĂINĂ*

AL. RĂDULESCU, A. VLASE, I. POPESCU, V. MATACHE

După cum este cunoscut, uzura sculei aşchietoare este un factor principal al preciziei de prelucrare şi al calităţii suprafeţelor prelucrate [1], [2], [4]. Apariţia uzurii este favorizată de frecarea dintre suprafeţele active ale sculei şi materialul semifabricatului, precum şi de schimbarea structurii materialului sculei sub acţiunea temperaturii de aşchiere.

Factorii care influenţează şi determină, în principal, uzura sculei aşchietoare sînt : calitatea materialului părţii aşchietoare a sculei, calitatea materialului semifabricatului, regimul de aşchiere, parametrii geometrici funcţionali ai sculei, lichidul de răcire şi ungere [2], [4].

Aprecierea comportării unei scule aşchietoare la uzură, pentru anumite condiţii de aşchiere se face pe baza unor criterii de uzură : uzura pe suprafaţa de aşezare, uzura pe suprafaţa de degajare şi uzura radială [4]. Se ştie însă, că în procesul de prelucrare poziţia uzurii maxime se poate deplasa pe muchia aşchietoare, de exemplu, din cauza ştirbiturilor locale. În afară de aceasta, mărimea liniară a uzurii nu este o măsură a lucrului mecanic consumat cu dispersarea materialului sculei în procesul uzurii ei. De aceea, ar fi mai corect să se exprime mărimea uzurii sculei prin intermediul volumului sau a masei părţii uzate a sculei. Masa părţii uzate a sculei se poate determina fie pe calea cîntăririi directe cu folosirea izotopilor radioactivi, fie prin intermediul calculelor pe baza măsurătorilor microscopice.

Pentru calculul preciziei prelucrării mecanice se foloseşte criteriul uzurii radiale, apreciindu-se cu parametrul „uzură relativă", care reprezintă uzura radială raportată la 1 000 m. lungime de aşchiere (1), (2).

În cazul strunjirii uzura relativă este dată de relaţia :

$$U_r = \frac{1\,000\ U_n}{l_n} = 1\,000\,\frac{U_n}{\frac{\pi \cdot d}{1\,000} \cdot \frac{1}{s}} \qquad [1]$$

în care :

U_r este uzura relativă, radială, în μm/1 000 m
U_n = uzura normală, în μm

* Manuscris predat redacţiei la data de 23 sept. 1973

d = diametrul semifabricatului, în mm
l. = lungimea suprafeței de prelucrat, în mm
s = avansul pe rotație, în mm/rot.

Cunoașterea uzurii radiale pentru diferite materiale de scule și pentru o gamă cît mai largă de materiale de prelucrat și condiții de așchiere, prezintă o importanță și o necesitate de necontestat, pentru activitatea de concepție și pentru practica uzinală. În lucrarea de față se prezintă cîteva rezultate experimentale asupra studiului comportării la uzură a unor tipuri de plăcuțe din carburi metalice din fabricația I. M.F. București, în raport cu plăcuțe din import.

1. Mijloacele și metodica de cercetare

Prelucrările s-au executat pe un strung normal SN 400 × 1 500 asupra unor probe din OLC 45 folosind cuțite laterale STAS 6381—67. armate cu plăcuțe din carburi metalice P 10 și P 20 de fabricație românească și din carburi metalice S 1 și S 2 de fabricație străină.

Măsurarea uzurii s-a făcut pe microscopul universal cu valoarea diviziunii de 1 μm.

În timpul prelucrărilor s-a urmărit comportarea la uzură a aceluiași număr de cuțite armate cu plăcuțe P 10 și S_1; P 20 și S_2 în condiții similare de lucru (regim de așchiere, parametrii geometrici funcționali ai sculei, material de prelucrat).

Măsurarea uzurii radiale a fost făcută la intervale de timp (lungimi de așchiere) prestabilite, pe microscopul universal folosind schema de măsurare prezentată în figura 1.

Înaintea începerii prelucrării cu un anumit cuțit, s-a măsurat distanța h_0 dintre vîrful teoretic V al cuțitului și tangenta la vîrful real, perpendiculară pe tăișul principal A. Această distanță rezultă determinînd poziția vîrfului teoretic V prin rotirea firelor reticulare I și II astfel încît acestea să fie suprapuse consecutiv pe tăișul secundar B, respectiv pe tăișul principal A. Tăișul principal A se suprapune peste firul reticular II orientat în poziția 0° sau 180°. Distanțele h_i s-au măsurat folosind aceeași metodică de măsurare la fiecare întrerupere a lucrului cu cuțitul. Mărimea uzurii radiale pentru fiecare moment s-a determinat folosind relația:

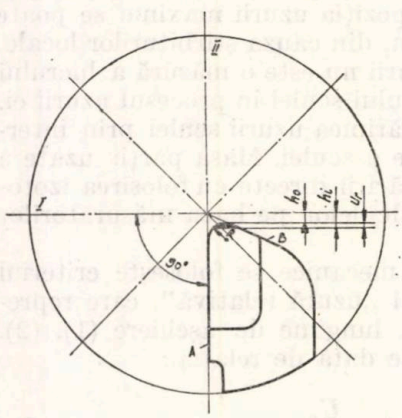


Fig. 1

$$U_r = h_i - h_0 \quad (\mu m) \qquad [2]$$

unde i reprezintă ordinul determinării.
Măsurarea lui h_0 și h_i s-a făcut în aceleași condiții de temperatură.
Prelucrările s-au efectuat cu următorul regim de așchiere.

— adîncimea de așchiere, $t = 0{,}5$ mm.
— avansul, $s = 0{,}1$ mm/rot
— viteza de așchiere $v = 141$ m/min [5]

Regimul de așchiere a fost ales pentru o durabilitate $T = 90$ min. [5], [6].

Parametrii geometrici ai cuțitelor au fost:

$$\alpha = 8°;\ \alpha_1 = 8°;\ \gamma = 12°;\ \chi = 90°;\ \chi_1 = 6°\ \lambda = 0° \qquad [6]$$

Cuțitele au fost pregătite în condițiile Intreprinderii de Mecanică fină București.

Rugozitatea suprafeței prelucrate a fost măsurată la fiecare întrerupere a lucrului, iar momentul intrării în perioada uzurii catastrofale a fost apreciat după mărimea rugozității rezultate sau mărimea uzurii pe suprafața de așezare principală. Experiențele au fost efectuate pe un număr de 15 cuțite din fiecare marcă. În lucrare se prezintă, în diagrame, numai rezultatele pentru trei cuțite caracteristice, care reprezintă limitele de variație a uzurii celor 15 cuțite experimentate.

Variația uzurii radiale funcție de lungimea de așchiere sau de timp pînă la uzura catastrofală este prezentată în diagramele din figurile 2÷5.

figura 2 — pentru cuțite cu plăcuțe S_1
figura 3 — pentru cuțite cu plăcuțe P_{10}
figura 4 — pntru cuțite cu plăcuțe S_2
figura 5 — pentru cuțite cu plăcuțe P_{20}

Variația uzurii pe suprafața de așezare h_α este reprezentată în diagramele din figurile 6.7.

figura 6 — pentru cuțite cu plăcuțe S_1
figura 7 — pentru cuțite cu plăcuțe P_{10}

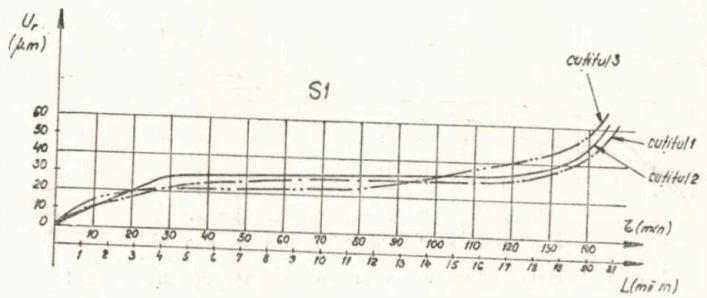


Fig. 2 Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe S1

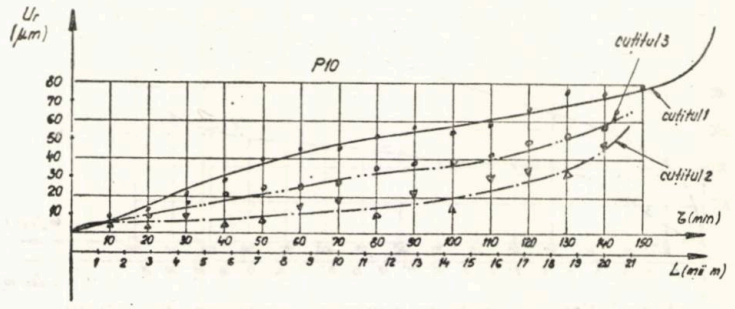


Fig. 3 Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe P 10

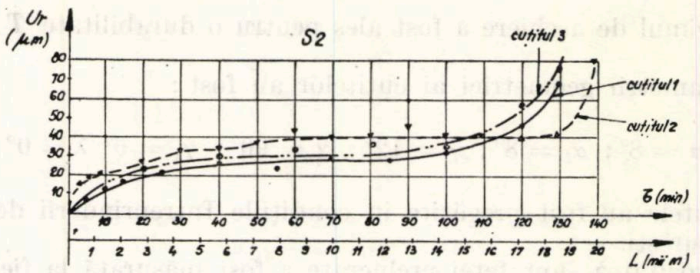


Fig. 4 Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe S 2

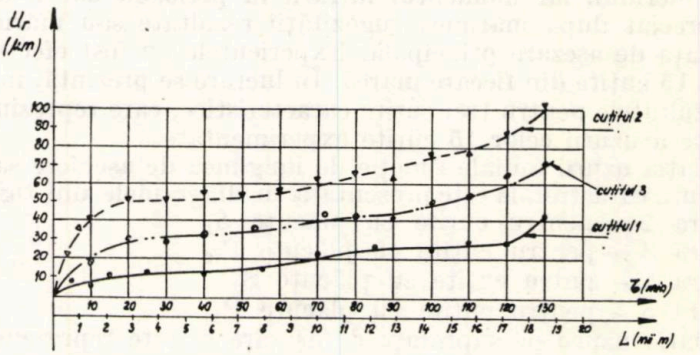


Fig. 5 Variația uzurii radiale pentru cuțite cu plăcuțe P 20

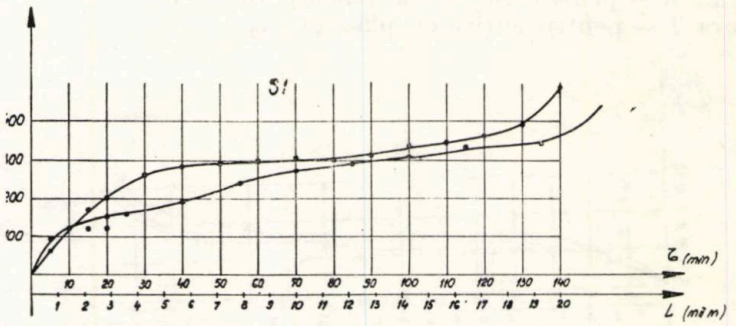


Fig. 6 Variația uzurii pe suprafața de așezare h_α — S 1

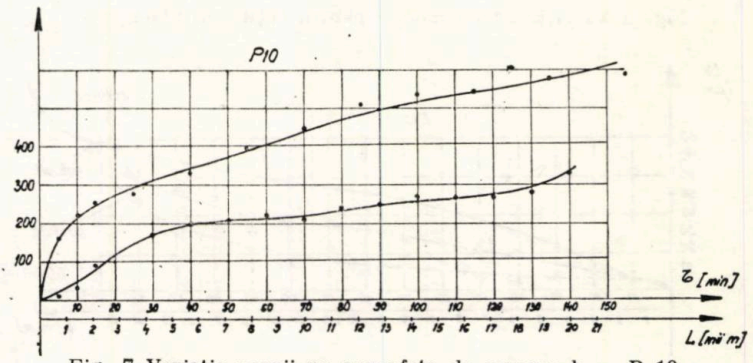


Fig. 7 Variația uzurii pe suprafața de așezare h_α — P 10

Din studiul diagramelor se observă, că toate curbele ridicate experimental respectă legea generală de variație a uzurii sculei în timp [1], [4].

Analizînd diagramele din fig. 2 și 4 rezultă o comportare constantă la uzură a cuțitelor armate cu plăcuțe de fabricație străină S_1 și S_2, lucru datorat caracteristicilor mecanice și chimice ale plăcuțelor. Durabilitatea plăcuțelor a fost cu circa 40% mai mare decît durabilitatea prescrisă de normativ. Pe perioada uzurii normale cuțitele s-au uzat cu circa 0,03 mm.

Analizînd diagramele 3 și 5 rezultă o comportare relativ inconstantă la uzură a cuțitelor armate cu plăcuțe de fabricație românească P_{10} și P_{20}. Durabilitatea plăcuțelor a fost, de asemeni, cu circa 40% mai mare decît durabilitatea prescrisă de normativ.

Pe perioada uzurii normale cuțitele s-au uzat pe direcție radială cu 0,02—0,06 mm. Comparînd diagramele 2 și 3 se constată modul diferit de variație a uzurii la cuțitele armate cu plăcuțe P_{10} față de cuțitele armate cu plăcuțe S_1. Astfel se observă, că uzura plăcuței P_{10} de la cuțitul 1 este mai mare decît uzura plăcuțelor S_1, iar uzura plăcuței P_{10} de la cuțitul 2 este mai mică decît uzura plăcuțelor S_1.

Comparînd diagramele din fig. 4 și 5 se constată exact aceleași variații diferite ale uzurii cuțitelor armate cu plăcuțe P_{20} față de uzura plăcuțelor S_2. Domeniul de variație a uzurii la plăcuțele P_{10} și P_{20} este ceva mai larg decît la plăcuțele S_1 și S_2.

Din studiul diagramelor prezentate în figurile 6 și 7 unde au fost ridicate curbele de uzură pe suprafața de așezare a cuțitului, se desprind exact aceleași observații ca la diagramele din fig. 2÷5 privind variația uzurii radiale.

3. Concluzii

În urma studiului prezentat se pot desprinde următoarele concluzii generale :

— toate cuțitele armate cu plăcuțe românești și străine s-au comportat corespunzător din punct de vedere a valorii maxime a uzurii și a calității suprafeței prelucrate pe o perioadă mai mare cu circa 40% decît durabilitatea prescrisă de normativ.

— valorile uzurii relative, în domeniul uzurii normale, sînt mai reduse decît valorile prescrise în literatura de specialitate [1], [2].

— comportarea la uzură a cuțitelor armate cu plăcuțe P_{10}, P_{20}, este ceva mai inconstantă în raport cu cuțitele armate cu plăcuțe S_1, S_2. De reținut este faptul, că unele șarje din carburile P_{10} și P_{20} sînt mai rezistente la uzură decît carburile străine.

— performanțele plăcuțelor românești din carburi metalice de tipul celor cercetate se înscriu la nivelul performanțelor realizate pe plan mondial în ceea ce privesc plăcuțele brazate.

Lucrarea de față și rezultatele prezentate constituie doar un început în stabilirea sistematică și aprofundată a comportării la uzură a plăcuțelor din carburi metalice de fabricație românească.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Întreprinderea de Mecanică Fină București

BIBLIOGRAFIRE

1. *A. P. Sokolovschi*, Bazele ştiinţifice ale tehnologiei construcţiilor de maşini, Ed. Maşghiz 1955
2. *A. P. Sokolovschi*, Calculul preciziei prelucrării pe maşini unelte Ed. Maşghiz 1952
3. *I. Lăzărescu*, Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor, Ed. did. şi ped. 1964.
4. *Gh. Drăghici*, Bazele teoretice ale proiectării proceselor tehnologice în construcţia de maşini. Ed. Tehnică 1961
5. *A. Rădulescu, ş.a.*, Regimuri de aşchiere şi metodica alegerii lor pentru diferite prelucrări I.P.B. 1973
6. * * * Scule aşchietoare — Standarde şi comentarii Ed. Tehnică 1963

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.914

FREZAREA FINĂ CA OPERAȚIE FINALĂ DE PRELUCRARE A SUPRAFEȚELOR PLANE

ION GHEORGHE

Frezarea fină ca procedeu de prelucrare finală a suprafeţelor plane, a făcut obiectul unor cercetări începînd cu perioada anilor 1939...1942. S-a plecat de la premisa că freza frontală, armată cu plăcuţe din aliaje dure, crează condiţii optime pentru asigurarea unor calităţi corespunzătoare suprafeţelor prelucrate, în condiţii mai bune decît în cazul rectificării plane şi răzuirii şi anume : productivitate ridicată, aşchiere avantajoasă (încălzire redusă, evacuare favorabilă a aşchiilor, zone de portanţă uniform repartizate) şi rugozitate dorită/1, 2, 3, 4/.

Pentru a fi posibilă realizarea preciziei dimensionale şi a calităţii suprafeţelor în cazul frezării de finisare a pieselor, maşinile-unelte şi sculele aşchietoare utilizate trebuie să îndeplinească numeroase prescripţii tehnice, unele din ele greu de realizat. Amintim astfel că maşinile de frezat construite în limitele normelor de precizie Schlessinger, nu satisfac condiţiile impuse la frezarea de finisare a suprafeţelor şi anume : rigiditate deosebit de ridicată, bătaia frontală a arborelui principal $<0{,}005$ mm (faţă de 0,01 mm, cît prevăd normele Schlessinger) ş.a.

Singurele maşini-unelte care îndeplinesc toate aceste condiţii tehnice, deosebit de pretenţioase, sînt maşinile de frezat portale kőllmann, Starag, Waldrich, Ingersoll şi Roquefort. O condiţie la fel de importantă pentru finisarea prin frezare frontală a suprafeţelor plane o constituie asigurarea cu scule de construcţie specială prevăzute cu cuţite (dinţi) din materiale rezistente la uzură, avînd geometria riguros respectată, obţinută prin ascuţire pe maşini speciale de înaltă precizie.

Şi în cazul sculelor aşchietoare se impun numeroase prescripţii tehnice deosebit de pretenţioase, dintre care amintim : bătaia frontală a tăişurilor secundare a cuţitelor să nu fie mai mare de 0,006 mm, bătaia radială a tăişurilor principale să nu depăşească 0,01 mm, iar muchiile aşchietoare din material dur să fie netezite (lepuite) etc.

Necesitatea de a înlocui utilaje cu condiţii restrictive deosebit de severe, cu utilaje a căror condiţii tehnice sînt mai puţin pretenţioase (precizie şi rigiditate), precum şi pentru a elucida oportunitatea acestor condiţii tehnice s-a efectuat analiza amănunţită a naturii intime a procesului de aşchiere, specifică frezării frontale de finisare.

Manuscris predat redacţiei la data de 27 iunie 1974

Examinînd figura 1, remarcăm faptul că, precizia de prelucrare şi rugozitatea suprafeţei prelucrate (R), poate fi asigurată impunînd condiţii similare maşini-unelte ($M.U$) şi sculei aşchietoare (S), sau condiţii deosebit de severe maşini-unelte folosite şi mai scăzute sculei, şi invers.

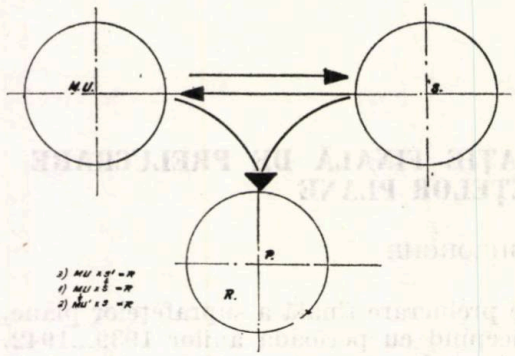


Fig. 1

Scopul lucrării este acela de a studia, în special, scula aşchietoare în interacţiunea ei cu piesa ce se prelucrează, urmărind ca prin aprofundarea şi cunoaşterea cît mai amănunţită a tuturor factorilor perturbatori, specifici procesului de frezare de finisare, să se reducă exigenţa condiţiilor referitoare la rigiditatea şi precizia maşinii-unelte în principal. Se va căuta ca prin îmbunătăţirea dinamicii procesului de aşchiere să se elimine sau să se reducă principalele surse de vibraţii, astfel încît cu maşini-unelte şi scule aşchietoare, pe cît posibil normale, să se realizeze totalitatea condiţiilor tehnice impuse la finisarea suprafeţelor plane.

Problema principală a frezării de finisare o constituie calitatea suprafeţelor prelucrate. Această problemă este deosebit de complexă deoarece depinde de foarte mulţi factori care se condiţionează reciproc (fig. 2).

Cercetarea amănunţită a tuturor factorilor de influenţă, menţionaţi în figura 2, este deosebit de dificilă.

În consecinţă, ne propunem să analizăm factorii dependenţi de sculă şi piesă, din a căror interacţiune rezultă, în general, microgeometria suprafeţelor prelucrate.

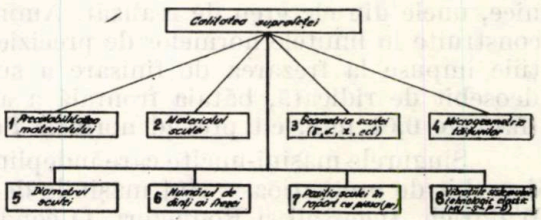


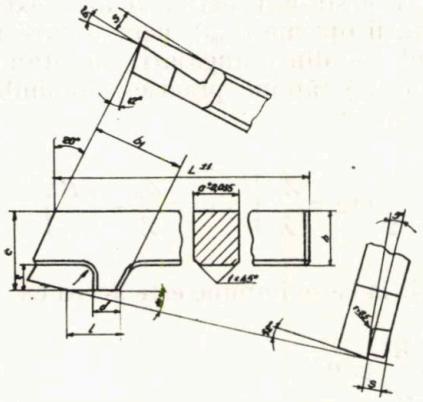
Fig. 2

Pentru a fixa cadrul cercetărilor teoretice şi experimentale preconizate, amintim mai întîi că s-a folosit în acest scop o maşină de frezat verticală (F. V. 320), de fabricaţie românească, şi freze frontale pentru finisare, cu cuţite demontabile, armate cu plăcuţe din carburi metalice (P_{10}, P_{20}), aşa cum reese din tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. codului	F.C.A. 2	F.C.A. 4	F.C.A. 6	F.C.A. 8	F.C.A. 10
D (*mm*)	160	200	250	315	400
Z (dinţi)	12	16	20	20	32

Geometria părții așchietoare a cuțitelor s-a asigurat (fig. 3 a—b) printr-o ascuțire deosebit de atentă. Ascuțirea s-a făcut în starea asamblată a frezei, fixată pe dornul port-freză, la o mașină specială de tip



Codul cuțitului	L11		b	b_1	c	d	l	R	t	s	Tipul frezei la care se folosesc
FCA 4-4	44	10	14	16	24	8	8	6	8	4	FCA 2,4
FCA 6-4	64	12	18	24	30	8	12	7	14	5	FCA 6,8,10

Fig. 3a

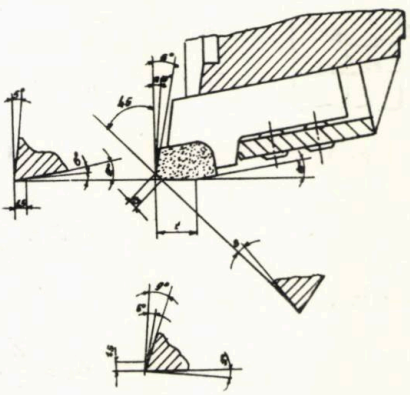


Fig. 3b

„Walter". S-a reușit în acest fel să se reducă abaterile limită prescrise (conform normelor M.I.C.M.-ului) și anume: bătaia radială a muchiilor așchietoare, în raport cu axa alezajului, de la 0,08 mm, la două cuțite alăturate, respectiv 0,15 mm pentru întreaga freză, la 0,01 mm (între doi dinți alăturați) și respectiv 0,04 mm, iar bătaia axială a muchiilor așchietoare de la 0,06 mm, la 0,03 mm (fig. 4).

Materialul folosit pentru experimentare a fost ales din rîndul materialelor des utilizate în practică și anume, OLC 45 STAS 880/1967, din care s-a executat epruvete rigide de diferite lățimi „B" tab. 2.

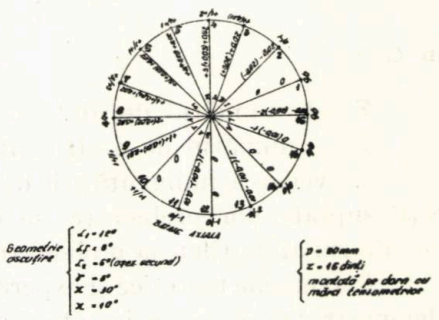


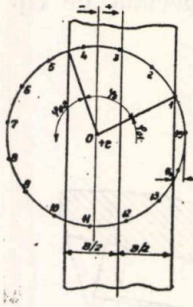
Fig. 4

Tabelul 2

B (mm)	88	100	178	180	200
coef. de poziție elativă (pr)	0,44	0,5	0,89	0,9	1

Prelucrarea statistică a datelor, publicate în literatura de specialitate, a dus la concluzia că rugozitatea ce se poate obține în urma procesului

cu aşezarea nesimetrică, în sens pozitiv ($+e$), a semifabricatului în raport cu axa frezei, dă posibilitatea de a îmbunătăţi condiţiile de aşchiere (forţe pulsatorii şi impact minim) şi în final calitatea suprafeţelor prelucrate (fig. 5).



Relatii de calcul

$$\cos\varphi_{01} = \frac{B+2e}{D}$$

$$\cos\varphi_{02} = \frac{B-2e}{D}$$

unde :

$$\varphi_{01} = arc\cos\frac{B+2e}{D}$$

$$\varphi_{02} = arc\cos\frac{B-2e}{D}$$

Fig. 5

S-a stabilit astfel relaţia excentricităţii optime (e_{opt}), pentru care numărul de dinţi angajaţi simultan în aşchie (z_a) rămîne practic neschimbat, şi anume :

$$e_{opt} = \frac{D}{2}\operatorname{ctg}\pi\frac{Z_a}{Z}\sqrt{\sin^2\pi\frac{Z_a}{Z} - \left(\frac{B}{D}\right)^2} \qquad (1)$$

Condiţia ce se impune este aceea ca

$$\sin^2\pi\frac{Z_a}{Z} - \frac{B^2}{D^2} \geqslant 0 \qquad (2)$$

respectiv :

$$Z_a \geqslant \frac{Z}{\pi}\operatorname{arc}\sin\frac{B}{D}, \qquad (3)$$

de unde rezultă :

$$Z_a = \left[\frac{Z\operatorname{arc}\sin\dfrac{B}{D}}{\pi} + 1\right] \qquad (4)$$

în care :

Z este numărul de dinţi ai frezei;

Z_a — numărul de dinţi ai frezei, angajaţi simultan în aşchie.

În vederea îmbunătăţirii dinamicii procesului de aşchiere şi a calităţii suprafeţelor prelucrate, se recomandă utilizarea frezelor cu pasul neuniform al dinţilor, la prelucrarea de finisare a suprafeţelor plane.

Cercetările teoretice şi experimentale efectuate în acest scop (5, 6, 7), demonstrează că variaţia totală a forţei de aşchiere, ce apare în timpul frezării în regim nestabil, este egală cu suma variaţiilor componentelor forţelor de aşchiere ce acţionează pe dinţii frezei, angajaţi simultan în aşchie.

Dacă pasul dintre doi dinţi consecutivi este constant, aceste componente au aceiaşi frecvenţă şi acelaşi unghi de fază. Din acest motiv amplitudinea lor se adună direct. Pe de altă parte forţa totală (R_t), şi în special variaţia acesteia (ΔR_t), va fi mai mică, dacă între diferitele componente apare o diferenţă de fază. Acest lucru se poate realiza însă prin utilizarea de exemplu a unei freze cu pas variabil al dinţilor (după o anumită lege)

de frezare frontală de finisare este cuprinsă în limitele intervalului de valori indicate în tabelul 3.

Tabelul 3

Felul prelucrării	Abaterea medie aritmetică a profilului „*Ra*" (μm)									
	100	50	25	12,5	6,3	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2
Frezare frontală	▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬		
Frezare cilindrică	▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬		
Strunjire	▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬			
Rectificare				▬	▬	▬	▬	▬	▬	▬

Cercetările experimentale efectuate au avut ca scop să evidenţieze influenţa parametrilor constructivi şi de poziţie ai cuplului sculă-semifabricat, precum şi cei referitori la variaţia forţei de aşchiere rezultate din interacţiunea cuplului sculă-semifabricat în procesul de aşchiere, asupra rugozităţii suprafeţelor prelucrate prin frezare frontală de finisare.

S-a realizat astfel un număr de experimentări, menţinînd neschimbată poziţia sculei aşchietoare şi parametrii regimului de aşchiere (corespunzători însă unei lăţimi de material (B) date, unui anumit diametru de freză (D) şi un anumit număr (Z) de dinţi ai frezei). Probele (epruvetele) realizate au fost analizate din punct de vedere al rugozităţii suprafeţelor, cu ajutorul Perth O'Metrului, cu puterea de mărire pe verticală de 1/4000, iar rezultatele obţinute au fost trecute în tabelul 4.

Din analiza rezultatelor obţinute şi consemnate în tabelul 4 a reeşit următoarele :

— Rugozitatea suprafeţelor prelucrate este influenţată, în mod direct, de diametrul şi numărul de dinţi ai frezei, de lăţimea materialului ce se prelucrează (B), de alternarea numerică şi unghiulară a dinţilor frezei angajaţi simultan în aşchie, precum şi de poziţia semifabricatului în raport cu axa frezei.

Reţinem astfel că pentru un diametru de freză (D) şi o lăţime de material B) dată rugozitatea suprafeţelor prelucrate se îmbunătăţeşte prin creşterea numărului de dinţi angajaţi simultan în zona de aşchiere (de exemplu, prin trecerea de la alternarea 3—2, la 4—3 a dinţilor frezei angajaţi simultan în aşchiere).

— Se remarcă totodată că rugozitatea suprafeţelor prelucrate (Ra) se îmbunătăţeşte odată cu creşterea raportului dintre lăţimea semifabricatului şi diametrul frezei ($B/D = p_r$), şi apropierea acestuia de unitate (tab. 4).

— În cazul în care raportul dintre lăţimea semifabricatului (B) şi diametrul frezei (D) este subunitar (B mult mai mic decît D), prelucrarea

Tabelul 4

Nr. probei	Condiții de lucru											Alternarea dinților		ΔR_t [kgf]	ΔR_t [%]	$V = \frac{\Delta R_t}{\Delta R_{t\varphi t-1}}$	Rugozitate	
	D [mm]	B [mm]	n rot/min	S_2 mm/min	t [mm]	Sz mm/d	e [mm]	φ_{01}	φ_{02}	H [mm]	φ_s°	Numerică	Unghiulară				Rz [μm]	Ra [μm]
1	200	100	235	75	0,5	0,02	0	60°	50	60	60°	3—2	15°—7°30′	11,98	29%	92,1	3,00	0,60
2	200	100	235	75	0,5	0,02	+40	25°50′	84°15′	90	69°55′	4—3	2°25′—20°05′	12,25	26,8	35	1,2	0,25
3	200	100	235	75	0,5	0,02	−40	84°15′	25°50′	10	69°55	4—3	2°25′20°05′	20,54	37,8%	58	1,90	0,50
4	200	120	235	75	0,5	0,02	0	53°10′	53°10′	60	73°40′	4—3	610′—16°20′	14,93	26,7%	52,4	0,80	0,17
5	200	120	235	75	0,5	0,02	+20	25°50′	72°30′	90	81°40′	4—3	14°10′—8°20′	13,68	26,7%	94,3	0,80	0,21
6	200	120	235	75	0,5	0,02	−3d	72°30′	25°50′	30	81°40′	4—3	14°10′—8°20′	18,49	32,9%	127	1,50	0,28
7	200	180	235	75	0,5	0,02	0	25°50′	25°50′	90	128°20′	6—5	15°50′—6°40′	3,532	6%	31,3	1,20	0,25

Cercetările experimentale efectuate cu o astfel de freză (5), subliniază avantajele acestui procedeu și anume :

— îmbunătățește stabilitatea procesului de așchiere (Tab. — 5 ; 6) ;

Freza cu pas unghiular-variabil

Tabelul 5

Nr. exper.	REGIM DE AȘCHIERE			D [mm]	B [mm]	F [da N]	F [da N]	ΔR_t = Fmax— Fmin [da N]
	n [rot/min]	s [mm/min]	l [mm]					
1	235	23,5	0,5	200	100	57	43	14
2	30	19	0,5	200	100	57,2	31,4	15,8
3	190	23,5	1	200	100	86	63	13
4	190	23,5	2	200	100	123	101,5	21,5
5	190	23,5	1 1,5 ; 2	200	100	—	—	21,6
Freza cu pas unghiular-echidistant								
6	235	23,5	0,5	200	100	—	—	17,1
7	30	19	0,5	200	100	—	—	38
8	30	19	1	200	100	—	—	28

Pas-variabil

Tabelul 6

9	190	23,5	0,5	200	180	74,3	60	14,3
70	190	23,5	1	200	180	143	114,3	28,7
Pas-echidistant								
11	190	23,5	0,5	200	180	—	—	23
12	30	19	0,5	200	180	—	—	22,9
13	235	23,5	1	200	180	—	—	28,9
14	235	23,5	2	200	180	—	—	48,5

— asigură o rugozitate superioară suprafeței prelucrate, comparativ cu frezarea obișnuită (Tab. 7) ;

— poate fi utilizată, cu bune rezultate, la semifinisarea și finisarea suprafețelor plane.

Tabelul 7

Nr. exper.	DIAMETRUL FREZEI „D" [mm]	LĂȚIMEA DE FREZARE „B" [mm]	TURAȚIA „n" [rot/min]	ADÎNCIMEA DE AȘCHIERE „t" [mm]	AVANSUL „Sm" [mm/min]	RUGOZITATE „Ra" [μm]	DISPUNEREA DINȚILOR FREZEI
5	200	180	235	0,5	23,5	0,3	PAS VARIABI
2	200	180	190	0,5	23,5	0,4	
11	200	180	235	0,5	23,5	0,57	PAS ECHIDISTANT
18	200	180	190	0,5	23,5	1	

Catedra de tehnologia construcției de mașini.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Tamburini, T,* Posibilita di finitura con fresa frontale, 1958.
2. *Peters J,. Dehennin W.,* Le breutment sur fraiseuse : vibration autoexcitée on vibration forcée, 1964
3. *Kronenberg, M.,* Grundzüge der Zerspanungslehre Springer-Verlag. Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1963.
4. *Neumann, Wolf,* Frezarea fină a fontei cenușii și a oțelului, cu capete de frezat armate cu cuțite late de finisate. În : industrie Anzeiger, vol. 90, nr. 93, nov. 1968 (I.D.T. 1969)
5. *Gheorghe, I.,* Contribuții la studiul vibrațiilor mașinilor de frezat, la frezarea frontală de finisare. Teză de doctorat I.P. B. 1974
6. *Opitz, H. Bernardi, F.,* Investigation and Calculation of the Chatter Behaviour of Latnes, and Milling Machines C.I.R.P. Annals, Vol. 18, nr. 2 mai 1970.
7. *Vanherck,* P., Quelques aspects complémentaires la stabilité de coupe avec oufils à pas non Uniformes Annals of the C.I.R.P. vol. XV, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

MAȘINI UNELTE SCULE

C.Z.: 621.917

UNELE PROBLEME PRIVIND INFLUENȚA MIȘCĂRII DE ROTAȚIE ASUPRA COMPORTĂRII LAGĂRELOR HIDROSTATICE FOLOSITE LA MAȘINI-UNELTE DE PRECIZIE

VICTOR TABĂRĂ

În aprecierea influenței mișcării de rotație asupra comportării lagărelor hidrostatice, părerile diferiților autori sînt contradictorii.

În majoritatea cazurilor se afirmă că mișcarea de rotație nu influențează comportarea lagărului în cazul funcționării în domeniul excentricităților mici, specifice condițiilor de exploatare ale mașinilor-unelte de precizie.

Pentru elucidarea acestei probleme s-a luat și în considerare relația :

$$R\omega \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h^3}{6\eta}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right) \qquad (1)$$

care prin integrare permite să se determine distribuția presiunilor pe lagăr datorită efectului hidrodinamic. Se poate considera că din punct de vedere hidrodinamic suprafața lagărului hidrostatic are 2 zone distincte. Zona centrală discontinuă (fiind prevăzută cu degajări) este alimentată sub presiune pe direcție tangențială iar zonele laterale sînt alimentate la unul din capete tot cu ulei sub presiune.

Prin urmare, expresia sarcinii pe care o poate susține lagărul din punct de vedere hidrodinamic, va fi exprimată prin :

$$W = \Sigma W_t + 2\Sigma W_a$$

unde W_t — reprezintă sarcina corespunzătoare unuia din pragurile dintre degajări, iar W_a — sarcina corespunzătoare pragului axial al degajării.

Lagărele cu scurgerea uleiului pe două direcții (fig. 1) pot fi considerate lagăre parțiale, deoarece degajările nu sînt afectate esențial de fenomenul hidrodinamic iar pe suprafața lor se menține în permanență presiunea

* Manuscris predat redacției la data de 23 octombrie 1975

hidrostatică corespunzătoare poziţiei fusului în lagăr. Prin urmare, în zona centrală distribuţia presiunii datorită efectului hidrodinamic va avea soluţia :

$$p(\rho) = \frac{6\eta \cdot R \cdot \omega}{h_0^2 \sqrt{1-4\varepsilon^2}} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho}{2}\right] + C_1\rho + C_2 \qquad (2)$$

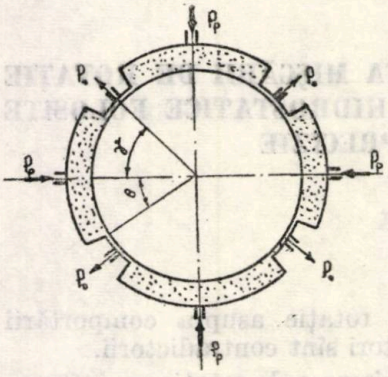


Fig. 1

unde unghiul de poziţie a secţiunii considerate este egal cu suma :

$$\rho = \rho_0 + \bar{\rho}$$

în care :

ρ_0 — reprezintă unghiul format de direcţia de deplasare a fusului cu canalul de evacuare de pe pragul în care se află secţiunea de calcul, şi

$\bar{\rho}$ — unghiul dintre canalul de evacuare al pragului şi secţiunea de calcul.

Prin urmare, pentru zona canalelor de evacuare $\rho = \rho_0$ $\bar{\rho} = 0$, iar pentru zona degajărilor $\rho = \rho_0 \pm (\gamma - \theta)$. Punînd condiţiile limită corespunzător zonei canalelor de evacuare ($\rho = \rho_0$; $p(\rho) = 0$) va rezulta :

$$C_2 = -C_1\rho_0 - \frac{6\eta R\omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right] \qquad (2)$$

Pentru determinarea constantei C_1 se vor folosi condiţiile limită specifice degajărilor şi anume $p(\rho) = p_i$, pentru $\rho = \rho_0 \pm (\gamma - \theta)$. Se obţine astfel ecuaţia :

$$p(\rho) = \frac{6\eta R\omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}} \left\{\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0 \pm (\gamma-\theta)}{2}\right] - \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right] \pm C_1(\gamma-\theta)\right\}$$

de unde rezultă valoarea :

$$C_1 = \pm\frac{1}{(\gamma-\theta)}\left\{p_i - \frac{6\eta R\cdot\omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}}\left\{\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0\pm(\gamma-\theta}{2}\right] - \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right]\right\}\right\}$$

Rezultă că distribuţia presiunii hidrodinamice în zona centrală a lagărelor hidrostatice cu canale de evacuare va fi :

$$p(\rho) = \frac{6\eta R \cdot \omega}{h_0^2 \sqrt{1-4\varepsilon^2}} \left\{ \operatorname{arctg} \left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \operatorname{tg} \frac{\rho}{2} \right] \pm \right.$$

$$\pm \frac{\rho - \rho_0}{\gamma - \theta} \operatorname{arctg} \left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \operatorname{tg} \frac{\rho_0 \pm (\gamma - \theta)}{2} - \right. \tag{3}$$

$$\left. \left. - \left(1 \pm \frac{\rho - \rho_0}{\gamma - \theta} \right) \operatorname{arctg} \left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}} \right) \operatorname{tg} \frac{\rho_0}{2} \right] \right\} \pm p_i \frac{\rho - \rho_0}{\gamma - \theta}$$

Pentru o anumită degajare semnul minus se referă la pragul din faţă, cuprins în domeniul $\rho_0 \ldots (\rho_0 + \gamma - \theta)$ iar semnul plus la cel din spate pentru care limitele vor fi : $\rho_0 \ldots . (\rho_0 - \gamma + \theta)$

Expresiile obţinute pentru distribuţia presiunii pe pragurile tangenţiale au permis să se reprezinte diagrama de variaţie a presiunii în zona centrală a lagărului hidrostatic (fig. 2).

Interpretarea acestei diagrame şi a relaţiei 3 evidenţiază faptul că distribuţia presiunilor este afectată de existenţa discontinuităţilor determinate de canalele de scurgere şi depinde în mare măsură de lăţimea pragurilor. Forţele rezultante ca urmare a efectului hidrodinamic vor avea o influenţă cu atît mai mare asupra comportării lagărului cu cît unghiul $\gamma - \theta$ existent între canalele de evacuare şi degajări va fi mai mare.

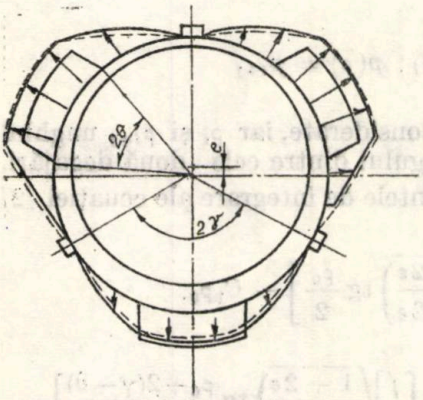


Fig. 2

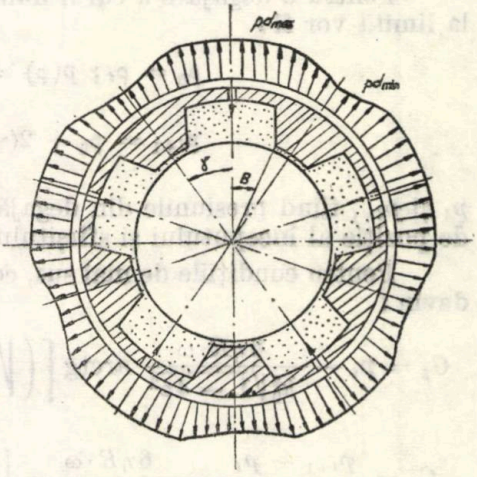


Fig. 3

Pentru zonele de capăt ale lagărului se va considera condiţia limită $\rho = 0$; $p(\rho) = 0$ şi $\rho = 2\gamma$; $p(\rho) = 0$ pe baza cărora pot fi determinate constantele C_1 şi C_2. La determinarea acestor constante trebuie să se ţină

seama şi de faptul că presiunea variază funcţie de y. Prin urmare se va folosi pentru integrare expresia :

$$\frac{\partial}{\partial \rho}\left[(1-\varepsilon\cos\rho)^3\frac{\partial p}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-\varepsilon\cos\rho)^3\frac{\partial p}{\partial y}\right]=-\frac{6\eta\cdot R\cdot\omega\cdot\varepsilon}{h_0^2}\sin\rho \quad (4)$$

Pentru rezolvarea ecuaţiei se recomandă a se utiliza metoda integrării numerice /3/. În ceea ce priveşte determinarea capacităţii portante se va putea face integrarea în limitele fiecărei degajări prin utilizarea valorilor medii ale presiunilor distribuite pe reţeaua de calcul.

Analizînd ecuaţia /4/ se constată că şi în zona pragurilor axiale vor exista discontinuităţi ale peliculei de ulei datorită existenţei canalelor de scurgere ceea ce va contribui în şi mai mare măsură la apariţia unor fenomene de instabilitate a fusului în lagăr.

În cazul lagărelor cu scurgere axială (fig. 3) calculul efectului hidrodinamic prezintă o serie de dificultăţi. În lucrarea de faţă acest calcul se bazează pe considerentul că atunci cînd fusul este în repaus, curgerea uleiului din degajări peste praguri este o mişcare potenţială plană, degajările fiind surse de debit cu distribuţie uniformă pe laturi.

În acest caz, pe circumferinţa situată în planul care împarte lagărul în două părţi, egale viteza de curgere a uleiului datorită presiunii din degajări este foarte mică şi prin urmare în această zonă se va putea considera că se obţine un efect hidrodinamic în care distribuţia presiunii corespunde lagărului cu lungime infinită. Deci se va putea folosi soluţia ecuaţiei /2/ în care însă determinarea constantelor trebuie făcută ţinînd seama de presiunile din degajări.

Pentru o degajare a cărui număr de ordine îl notăm cu i, condiţiile la limită vor fi :

$$\rho_0 = \rho_i\,;\; p(\rho) = p_i$$

$$\rho_{i+1} = \rho_0 + 2(\gamma-\theta)\,;\; p(\rho) = p_{i+1}$$

p_i şi p_{i+1} fiind presiunile din degajările considerate, iar ρ_i şi ρ_{i+1} unghiul de poziţie al începutului şi sfîrşitului pragului dintre cele două degajări.

Pentru condiţiile de mai sus, constantele de integrare ale ecuaţiei /2/ devin :

$$C_2 = p_i - \frac{6\eta R\cdot\omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}}\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right]-C_1\rho_0$$

$$C_1 = \frac{p_{i+1}-p_i}{2(\gamma-\theta)} - \frac{6\eta R\cdot\omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}}\left\{\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0+2(\gamma-\theta)}{2}\right]-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right]\right\}\cdot\frac{1}{2(\gamma-\theta)}$$

și prin înlocuire se obține :

$$p(\rho) = p_i + \frac{\rho - \rho_0}{2(\gamma - \theta)}(p_{i+1} - p_i) +$$

$$+ \frac{6\eta E \cdot \omega}{h_0^2\sqrt{1-4\varepsilon^2}}\left\{\operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho}{2}\right] \pm \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0}{2}\right]\right.$$

$$\left.\left[1 \pm \frac{\rho - \rho_0}{2(\gamma-\theta)}\right] \pm \frac{\rho - \rho_0}{2(\gamma-\theta)} \operatorname{arctg}\left[\left(\sqrt{\frac{1+2\varepsilon}{1-2\varepsilon}}\right)\operatorname{tg}\frac{\rho_0 + 2(\gamma-\theta)}{2}\right]\right\} \quad (5)$$

În vederea integrării se va folosi o rețea (fig. 4) pe baza căreia întreg lagărul poate fi împărțit în elemente de suprafață de coordonate Δ_x și Δ_y și luînd în considerare ecuația diferențială

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6 \cdot \eta \cdot v \frac{\partial h}{\partial x}$$

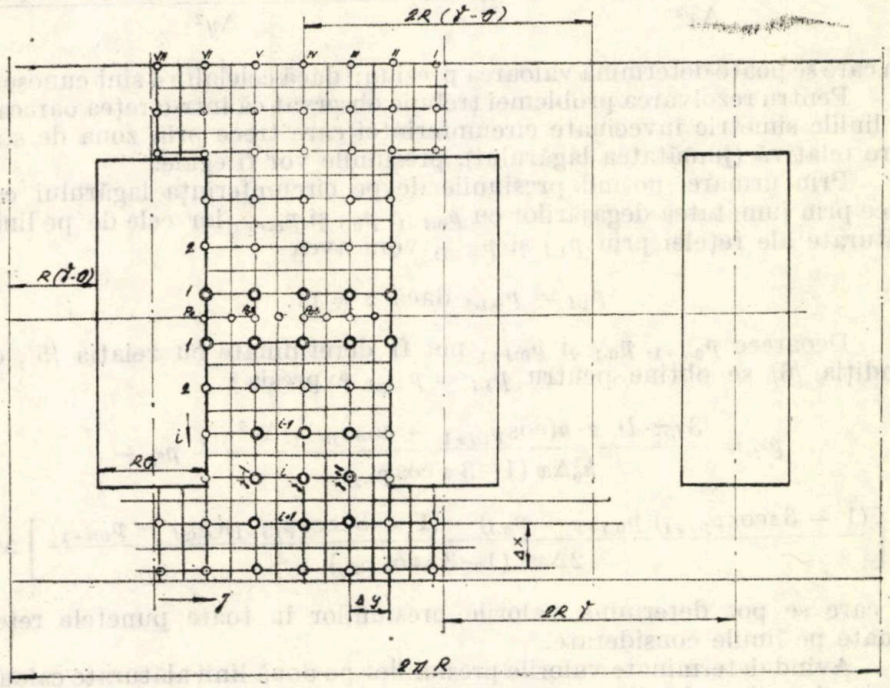


Fig. 4

pentru puncte învecinate avînd distanțe relativ mici între ele se va putea face substituția :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{h_0^2}{\Delta x^2}[(1 - 3\varepsilon\cos\rho_{j,j+1})(p_{i,j+1} - p_{i,1}) -$$

$$- (1 - 3\varepsilon\cos\rho_{j,j-1})(p_{i,j} - p_{i,j-1})]$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right)\frac{h_0^3}{\Delta y^2}[(1-3\varepsilon\cos\rho_{i,j})(p_{i-1,j}+p_{i+1,j}-2p_{i,j})] \qquad (6)$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\varepsilon\cdot h_0(\cos\rho_{j,j-1}-\cos_{j,j-1})}{\Delta x}$$

În acest fel toţi termenii ecuaţiei primesc valori finite pentru fiecare punct de pe reţea şi folosind ca bază de calcul valorile obţinute cu ajutorul relaţiei /6/ se va putea determina variaţia presiunii pe întreaga suprafaţă a lagărului.

Făcînd înlocuirea termenilor ecuaţiei diferenţiale cu valorile finite corespunzătoare punctelor notate în reţea, se obţine ecuaţia :

$$\frac{6\eta\pi\cdot D\cdot n\cdot h_0\cdot\varepsilon(\cos\rho_{j,j+1}-\cos\rho_{j,j-1})}{\Delta x}=h_0^3\left[\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j+1})(p_{i,j+1}-p_{i,j})}{\Delta x^2}\right. \qquad (7)$$

$$\left.-\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j-1})(p_{i,j}-p_{i,1-1})}{\Delta x^2}+\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{i,j})(p_{i-1,j}+p_{i+1,j}-2p_{i,j})}{\Delta y^2}\right]$$

din care se poate determina valoarea presiunii dacă celelalte 4 sînt cunoscute

Pentru rezolvarea problemei trebuie observat că într-o reţea oarecare, pe liniile simetric învecinate circumferinţei care trece prin zona de stagnare relativă (jumătatea lagărului), presiunile vor fi egale.

Prin urmare, notînd presiunile de pe circumferinţa lagărului care trece prin jumătatea degajărilor cu $p_{0,j-1}$, $p_{0,j}$ şi $p_{0,j+1}$ iar cele de pe liniile alăturate ale reţelei prin $p_{1,j}$ şi $p_{-1,j}$, vom avea

$$p_{1,j}=p_{-1,j}\ \text{dacă}\ z=\text{ct.}$$

Deoarece $p_{0,j-1}$, $p_{0,1}$ şi $p_{0,j+1}$ pot fi determinate cu relaţia /5/, din condiţia /6/ se obţine pentru $p_{1,j}=p_{-1,j}$ expresia :

$$p_{1,j}=\frac{3\eta\pi\cdot D\cdot\varepsilon\cdot n(\cos\rho_{1,j+1}-\cos\rho_{j,r-1})\Delta y^2}{h_0^2\Delta x\,(1-3\,\varepsilon\cos\rho_{i,j})}+p_{0,j}-$$

$$-\left[\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j+1})(p_{0,j+1}-p_{0,j})-(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j-1})(p_{0,j}-p_{0,j-1})}{2\Delta x^2\,(1-3\,\varepsilon\cos\rho_{i,j})}\right]\Delta y^2$$

cu care se pot determina valorile presiunilor în toate punctele reţelei situate pe liniile considerate.

Avînd determinate valorile presiunilor pe două linii alăturate calculul presiunilor din celelalte puncte ale reţelei se poate face din aproape în aproape folosind relaţia :

$$p_{i+1,j}=\left[\frac{6\eta\pi\cdot D\cdot\varepsilon\cdot n(\cos\rho_{j,j+1}-\cos\rho_{1,1-1})}{h_0^2\Delta x}-\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j+1})(p_{i,j+1}-p_{i,j})}{\Delta x^2}\right.-$$

$$-\frac{(1-3\varepsilon\cos\rho_{j,j-1})(p_{i,j}-p_{i-1,j})}{\Delta x^2}\left.\frac{\Delta y^2}{(1-3\varepsilon\cos\rho_{i,j})}+2p_{i,j}-p_{i-1,j}\right. \qquad (8)$$

Analizînd relaţiile /7/ şi /8/ se constată că presiunile maxime şi în consecinţă capacitatea portantă maximă datorită efectului hidrodinamic se va obţine în cazul în care numărul degajărilor este minim iar lăţimea pragurilor tangenţiale este mare. Acest fapt apare evident dacă se are în vedere limitele lungimii active a pragului, reflectată prin inegalitatea $0 \leqslant \rho \leqslant \gamma - \theta$

Se remarcă deasemenea faptul că întrucît la aceste tipuri de lagăre lipsesc canalele de evacuare paralele cu axa, pragurile laterale nu vor avea zone de discontinuitate ale peliculei de ulei ci se vor comporta ca lagăre cilindrice cu introducerea laterală a uleiului sub presiune. Prin aceasta ele vor contribui atît la mărirea capacităţii portante cît şi a stabilităţii fusului în lagăr.

Luînd în considerare faptul că în condiţiile maşinilor unelte de precizie poziţia fusului în lagăr va trebuie situată în zona excentricităţilor mici ($\varepsilon \ll 1$) cînd obţinerea unei capacităţi portante corespunzătoare numai prin efect hidrostatic prezintă unele neajunsuri ca folosirea unor pompe de alimentare individuale cu debite riguros constante, utilizarea stabilizatoarelor de debit a căror proiectare şi în special execuţie este complicată sau adoptarea unor presiuni de alimentare foarte mari, folosirea raţională a aspectelor menţionate mai sus este deosebit de importantă.

Rezultă că este raţional să se ia în considerare la proiectarea şi realizarea lagărelor hidrostatice, utilizarea unor soluţii la care capacitatea portantă şi stabilitatea să fie mărită prin folosirea în condiţii optime a efectului hidrodinamic.

Sub acest aspect se evidenţiază faptul că între cele două tipuri de lagăre analizate este normal să fie adoptate în cazul maşinilor unelte de precizie lagărele hidrostatice fără canale de evacuare paralele cu axa (cu scurgere axială) deoarece acestea asigură obţinerea unor distribuţii mai convenabile a presiunii (fig. 4). Din analiza relaţiilor (3), (4) respectiv (7) şi (8) rezultă că în cazul lagărelor cu scurgerea uleiului pe două direcţii apar zone de discontinuitate a peliculei de ulei care determină o instabilitate a fusului în lagăr şi care în prelucrările de precizie influenţează calitatea suprafeţelor şi precizia dimensională a pieselor. Aceste fenomene dispar în cazul lagărelor cu scurgerea axială a uleiului, deoarece în orice punct presiunea este $p < p_0$ (p_0 fiind presiunea atmosferică).

Catedra de maşini — unelte şi scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

BIBLIOGRAFIE

1. *Tabără V.* Contribuţii la studiul lagărelor hidrostatice pentru maşini-unelte de precizie I. P. Bucureşti. (teză de doctorat).
2. *Rippel, H. C.*, Design of Hidrostatic Bearings. Maschin Design, nr. 23 ... 27 — 1963.
3. *Pinkus, O.*, Theory of hidrodinamic lubrification. Londra 1961 nr. 7 — 1966.
4. *Peeken H.*, Hydrostatiche Radialloger, Konstruction 1966 nr. 10, 11.
5. *Chiappulini R.*, Sur la lubrification hydrostatique en presance de hantes viteses de glissement A.S.M. — C.I.R.P. 1966 nr. 4.
Tool Design and Res. 1961. Nr. 1, 2.
6. *Davies B. P.*, a General Analises of AMulti-recess Hydrostatic Journal Bearings. The Inst of Medranical Eng, Tribology Group,. Praceedings. 1969—1970, vol. 184, part, 1, nr. 43.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.833

FREZE-MELC PENTRU PRELUCRAREA ROTIRILOR DINȚATE FOLOSITE LA MECANISMELE DE OROLOGERIE

CONSTANTIN MINCIU

Prelucrarea prin rulare, cu ajutorul frezelor-melc, a roților dințate ale angrenajelor folosite în orologerie pe lîngă avantajul unei productivități sporite, în comparație cu procedeul de prelucrare cu scule de formă, mai are avantajul realizării unei bătăi a cercului de divizare tolerabilă.

Literatura de specialitate dă puține indicații privesc proiectarea unei asemenea freze, problemele ce trebuiesc rezolvate în acest caz referindu-se, în special, la determinarea profilului în secțiune normală a frezei-melc (cremaliera de referință a roții dințate) și la determinarea și alegerea elementelor constructive necesare proiectării.

Roțile dințate din angrenajele mecanismelor de orologerie au cîteva caracteristici care fac ca proiectarea sculelor pentru prelucrarea prin rulare a lor să formeze un caz special de proiectare. Dintre acestea se remarcă :

a) Profilul dintelui este format, în majoritatea cazurilor, din segmente de dreaptă radiale, înclinate sau paralele cu raza (fig. 1. a.) sau din arce de cerc cu centrul pe cercul de divizare (fig. 1. b).

b) Pinionul are un număr foarte mic de dinți : între 6 și 18 dinți :

c). Modulul are valori foarte mici : 0,5..1,5 mm.

Lucrarea se ocupă cu determinarea profilului conjugat profilului dinților roții, care formează profilul cremalierei de referință, și cu indicarea elementelor constructive necesare proiectării.

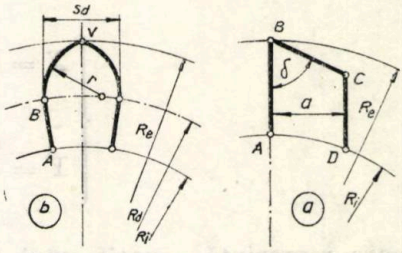


Fig. 1

1. Profilul conjugat profilul dinților roții

În cele ce urmează se va indica modul de determinare pe cale analitică a profilului conjugat profilului roților dințate din angrenajele pentru ceasornice, metodele grafice sau grafo-analitice nefiind indicate pentru cazul de față.

* Manuscris predat redacției la data de 20 decembrie 1974.

Determinarea profilului conjugat se va face corespunzător pentru fiecare porţiune caracteristică a profilului dintelui roţii folosind ecuaţia curbelor înfăşurătoare.

1.1. Profilul conjugat segmentului de dreaptă AB.

În sistemul de coordonate fix XPY (fig. 2), fascicolul de drepte radiale AB solidar legat de sistemul de referinţă mobil xBy, caracterizat prin unghiul de poziţie φ ca parametru, ţinînd seama de legile rulării fără alunecare, are ecuaţia

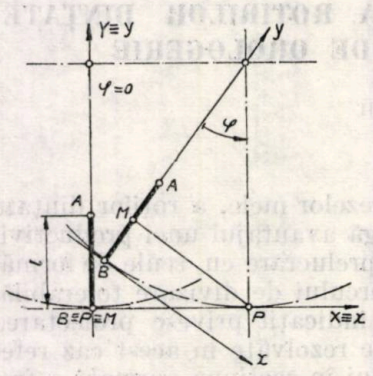


Fig. 2

$$Y - R_b = \operatorname{cotg} \varphi (X - R_b L) \qquad (1)$$

în care R_b reprezintă raza cercului de bază

Pentru determinarea ecuaţiei curbei conjugate se elimină parametrul φ între ecuaţia fascicolului de curbe şi derivata acesteia în raport cu φ

Derivata în raport cu φ este

$$(Y - R_b)\cos \varphi = - X \sin \varphi - R_b \cos \varphi + \varphi R_b \sin \varphi \qquad (2)$$

Deoarece nu se poate elimina φ între cele două ecuaţii se va determina ecuaţia curbei conjugate sub formă parametrică. Efectuînd calculele necesare de reducere şi simplificare se ajunge la ecuaţiile curbei conjugate segmentului AB sub forma ecuaţiilor parametrice,

$$\begin{cases} X = \dfrac{R_b}{2}(2\varphi - \sin 2\varphi) \\ Y = \dfrac{R_b}{2}(1 - \cos 2\varphi) \end{cases} \qquad (3)$$

care reprezintă ecuaţia unei cicloide.

De remarcat că nu toată cicloida este necesară pentru a forma profilul conjugat ci numai o parte din curbă corespunzătoare lungimiile a segmentului AB.

Unghiul de rulare φ corespunzător acestei lungimi va rezulta din condiţia $Y = l$ pentru care

$$\varphi_e = \frac{\arccos\left[1 - \dfrac{2l}{R_b}\right]}{2} \qquad (4)$$

1.2. Profilul conjugat segmentului de dreaptă BC

Dreapta BC, înclinată cu unghiul δ față de raza punctului B, trece prin punctul B de coordonate (fig. 3)

$$X_B = R_b(\varphi - \sin\varphi)$$
$$Y_B = R_b(1 - \cos\varphi) \tag{5}$$

Fascicolul de drepte BC caracterizate prin unghiul de poziție φ are ecuația

$$Y - R_b(1 - \cos\varphi) = \tag{6}$$
$$= \operatorname{ctg}(\varphi + \delta)\,[X - R_b(\varphi - \sin\varphi)] = 0$$

a cărei derivată în raport cu φ este

$$Y\cos(\varphi + \delta) + X\sin(\varphi + \delta) -$$
$$- R\,\varphi\sin(\varphi + \delta) = 0$$

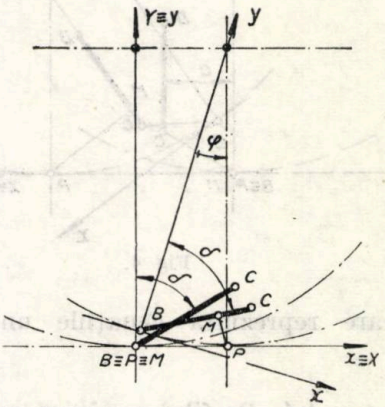


Fig. 3

După o serie de calcule, se ajunge la ecuațiile parametrice ale curbei conjugate dreptei BC sub forma

$$\begin{cases} X = R_b\,[\sin^2(\varphi + \delta) - \sin\delta\sin(\varphi + \delta) \\ Y = R_b\left[\varphi - \dfrac{\sin 2(\varphi + \delta)}{2} + \sin\delta\cos(\varphi + \delta)\right] \end{cases} \tag{7}$$

ecuații ce reprezintă tot o curbă ciclică. Și în cazul de față nu toată curba este folosită ca profil ci numai o porțiune corespunzătoare lungimii segmentului BC.

1.3. Profilul conjugat segmentului de dreaptă CD

În sistemul de coordonate XPY, facicolul de drepte CD trecind prin punctul de coordonate (fig. 4)

$$X = R_b\varphi + \frac{a}{\cos\varphi}$$
$$Y = R_b$$

are ecuaţia

$$Y - R_b = \operatorname{ctg}\varphi\left(X - R_b\varphi - \frac{a}{\cos\varphi}\right) \tag{8}$$

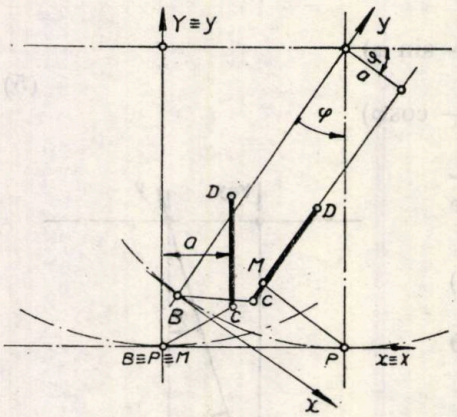


Fig 4.

Derivata ecuaţiei de mai sus este

$$Y\cos\varphi + X\sin\varphi - R_b\,\varphi\sin\varphi = 0 \tag{9}$$

astfel încît ecuaţiile parametrice ale curbei conjugate acestei drepte vor fi :

$$\begin{cases} X = \dfrac{R_b}{2}(2\varphi - \sin 2\varphi) + a\cos\varphi \\ Y = \dfrac{R_b}{2}(1 - \cos 2\varphi) + a\sin\varphi \end{cases} \tag{10}$$

care reprezintă ecuaţiile unei cicloide deformate.

1.4. Profilul conjugat arcului de cerc BV

Metoda de calcul va fi la fel ca în cazurile precedente : se va determina înfăşurarea familiei de cercuri de rază r cu centrul pe cercul de rază R_b (fig. 5).

Coordonatele centrului cercului O_R, ţinînd seama de rularea fără alunecare între cercul de rază R_b şi dreapta PX, pentru unghiul de rulare φ vor fi :

$$\begin{aligned} X_0 &= -R_b[\varphi + \sin(\beta - \varphi)] \\ Y_0 &= R_b[1 - \cos(\beta - \varphi)] \end{aligned} \tag{11}$$

în care unghiul β defineşte poziţia centrului cercului de rază r şi a cărui valoare este

$$\beta = 2\arcsin\frac{r}{2R_b}$$

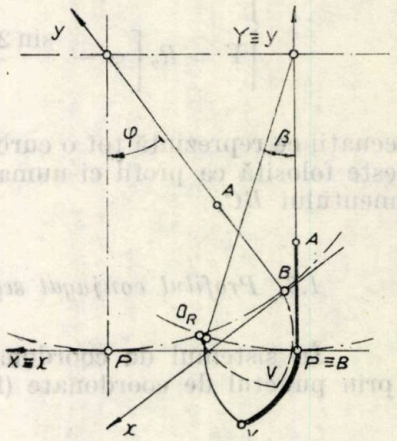


Fig. 5

Observaţie : În ecuaţiile (7) şi (10) dacă se face $\delta = 0$ respectiv $a = 0$ se regăsesc ecuaţiile (3), acestea din urmă fiind caz particular al celorlalte două.

Ecuația familiei de cercuri din care face parte și arcul BV este

$$X^2 + Y^2 + 2R_b[\varphi + \sin(\beta - \varphi)]X - 2R_b[1 - \cos(\beta - \varphi)]Y + \\ + R_b[\varphi^2 - 2\varphi \sin(\beta - \varphi) - 2\cos(\beta - \varphi)] - r^2 = 0 \tag{12}$$

a cărei derivată în raport cu φ este

$$X[1 - \cos(\beta - \varphi)] + Y\sin(\beta - \varphi) + R_b\varphi[1 - \cos(\beta - \varphi)] = 0 \tag{13}$$

Explicitînd pe X și Y ca funcții de φ din relațiile (11) și (12) se obțin ecuațiile parametrice ale curbei conjugate cercului de rază r sub forma

$$\begin{cases} X = -R_b\varphi - R_b \sin(\beta - \varphi) \mp r\cos\dfrac{\beta - \varphi}{2} \\ Y = 2R_b \sin^2\dfrac{\beta - \varphi}{2} \pm r\sin\dfrac{\beta - \varphi}{2} \end{cases} \tag{14}$$

Cunoscînd ecuațiile curbei conjugate pentru diferitele porțiuni ale profilului dintelui roții se poate determina profilul conjugat al întregului profil de dinte dînd diferite valori unghiului de poziție.

2. Rezultatele experimentale și interpretarea lor.

Frezele-melc pentru prelucrarea prin rulare a roților dințate, fiind profilate, sînt detalonate și în general sînt freze cu alezaj (nu se folosește construcția cu coadă). Pentru freze asemănătoare, literatura de specialitate [4] indică un diametru exterior D calculat cu relația

$$D = 18{,}5\, p^{0{,}7}\ [\text{mm}] \tag{15}$$

în care $p = \pi$ m reprezintă pasul danturii, valoarea calculată rotunjindu-se la

$$D = 45;\ 55;\ 65;\ 80;\ 90 \quad \text{mm}$$

diametrul dornului d fiind legat de axul mașinii-unelte și are valorile

$$d = 16;\ 22;\ 27;\ 32; \quad \text{mm}$$

Înălțimea dintelui H este mai mare decît înălțimea H' a dintelui roții prelucrate cu mărimea jocului dintre cercul exterior al roții de prelucrat și fundul dintelui frezei, joc ce poate avea valoarea j =(0,2...0,3m)

La frezele cu alezaj este necesar să se respecte relația

$$D \geqslant 2H + 2m_0 + d$$

în care $m_0 = (0{,}3..0{,}4)\ d$ reprezintă corpul frezei.

Numărul de dinți ai frezei se recomandă a fi

$$Z = 12...20 \text{ dinți}$$

Unghiul de degajare γ se ia egal cu 0° iar unghiul de așezare $\alpha = 8.12^\circ$. Este necesară o verificare a unghiului de așezare lateral cu ajutorul relației cunoscute [4]

$$\operatorname{tg}\alpha_{ex} = \frac{D}{2R_x} \operatorname{tg}\alpha \sin\frac{\varepsilon_x}{2}$$

în care ε_x reprezintă unghiul de profil corespunzător punctului de rază R_x, astfel încît $\alpha_{ex} \geqslant 2^\circ$.

În general fiind freze rectificate, este necesară o dublă detalonare cu mărimi de detalonare

$$k = \frac{\pi D}{Z} \operatorname{tg}\alpha$$

și $k_1 = 1{,}5$ k.

Unghiul canalului de degajare a așchiei se alege

$$\theta = 30^\circ ...45^\circ.$$

Înclinarea canalului elicoidal al feței de degajare se face cu un unghi

$$\omega = 3^\circ...5^\circ$$

Lungimea frezei se poate alege

$$L = (4...6)\ t \cong (12...20)\ m$$

Catedra de mașini-unelte-scule.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.* Angrenaje, Editura Tehnică, 1962.
2. *Demian, Tr.*, Mecanisme și organe de mașini de mecanică fină , Editura didactică și pedagogică, 1969.
3. *Dodoc, P.*, Calculul și proiectarea frezelor-melc modul pentru roți dințate cu profil cicloidal modificat. În Metalurgia și construcția cde mașini nr. 2/1957 .
4. *Lăzărescu, I.*, Calculul și construcția sculelor așchietoare, Editura Tehnică, 1960.
5. *Minciu, C.*, Determinarea cremalierei de referință a roților dințate ale angrenajelor pentru ceasornice. În construcția de mașini nr. 2/1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREŞTI

C.Z.: 621.95

EVALUAREA DURABILITĂŢII BURGHIELOR ELICOIDALE PRIN METODE STATISTICE*

ALEXANDRU C. DORIN

1. — Introducere

Unul din factorii care influenţează productivitatea prelucrării prin aşchiere cît şi calitatea suprafeţelor prelucrate îl reprezintă durabilitatea sculei aşchietoare.

Durabilitatea efectivă a tăişului sculei aşchietoare este funcţie de toţi parametrii procesului de aşchiere, putînd lua diverse valori în funcţie de aceşti parametri

$$T = \frac{C_T \gamma^{n_T} . \alpha^{q_T} . r^{u_T}}{\sigma^{m_T} . t^{x_T} . s^{y_T} . v^z \cdot h^{w_T}} \qquad (1)$$

Stabilirea durabilităţii optime este o operaţie dificil de realizat, necesitînd un număr mare de încercări.

De regulă, încercările sculelor aşchietoare au drept scop nu numai stabilirea durabilităţii ci şi evaluarea calităţii sculei, determinarea tipurilor de defectare a sculei, verificarea eficacităţii unor noi materiale de scule, tipuri de scule, procese tehnologice de fabricare a sculelor.

În cazul burghielor elicoidale, cunoaşterea cu o precizie cît mai mare a durabilităţii acestora, apare ca o cerinţă primordială mai ales în cazu liniilor tehnologice automate, a maşinilor de găurit cu comandă numerică sau a centrelor de prelucrare.

În articolul de faţă se prezintă unele probleme privind determinare durabilităţii burghielor elicoidale, avînd diametrul de 20 mm.

În cazul burghielor elicoidale apare destul de frecvent distrugerea (ruperea) bruscă a acestora în găurile de prelucrat, adică o defectare accidentală.

---

* Manuscris predat redacţiei la data de 2 oct 1974

Ținînd seama și de fenomenul de uzură care afectează atît tăișurile principale cît și fațetele burghiului, problema determinării cu precizie a durabilității este destul de dificilă.

Din prelucrarea datelor experimentale s-a ajuns la concluzia că legea de repartiție a timpului de funcționare fără defecțiuni (a durabilității) pentru burghie elicoidale este o lege de tip Alfa [1].

2. — Preliminarii teoretice

Repartiția Alfa reprezintă „repartiția inversă" a variabilei normale trunchiate în punctul zero [2].

Densitatea de probabilitate a variabilei de tip Alfa este :

$$f(t\,;\,\alpha,\,\beta) = \frac{c\beta}{t^2\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{t}-\alpha\right)^2\right] \tag{2}$$

în care α și β sînt parametrii repartiției.

Mărimea „c" este denumită „factor de normare", adică constanta necesară pentru ca să existe relația :

$$\int_0^\infty f(t\,;\,\alpha\,\beta)\,dt = 1 \tag{3}$$

Repartiția Alfa este o repartiție unimodală asimetrică.

După cum se știe, moda reprezintă punctul unde densitatea repartiției respective este maximă. În cazul de față în jurul modei se grupează majoritatea timpilor de defectare ai sculelor.

Moda repartiției Alfa care satisface condițiile reale este :

$$t_M = \frac{\beta}{4}\left(\sqrt{\alpha^2+8}-\alpha\right) \tag{4}$$

Funcția de repartiție are forma :

$$F(t\,;,\,\alpha,\,\beta) = \text{Prob}\{T<t\} = \frac{1}{\Phi(\alpha)\sqrt{2\pi}}\int_0^t \frac{\beta}{u^2}\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{u}-\alpha\right)^2\right]du \tag{5}$$

Se notează $z = \dfrac{\beta}{u} - \alpha$ și după efectuarea calculelor se obține :

$$F(t\,;\,\alpha,\,\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Phi(\alpha)}\int_{\frac{\beta}{t}-\alpha}^{\infty} e^{-z^2/2}\,dz = \frac{1}{\Phi(\alpha)}\left[1-\Phi\left(\frac{\beta}{t}-\alpha\right)\right] \tag{6}$$

sau :

$$F(t\,;\,\alpha,\,\beta) = \frac{1-\Phi\left(\dfrac{\beta}{t}-\alpha\right)}{\Phi(\alpha)} \tag{7}$$

Studiul repartiției Alfa din punct de vedere experimental, se reduce la problema estimării parametrilor α și β.

Prezența factorului de normare $c=1/\Phi(\alpha)$ face ca din punct de vedere teoretic, estimarea parametrilor α și β cu metodele statistice uzuale (metoda verosimilității maxime, metoda momentelor) să fie o problemă deosebit de dificilă.

Din punct de vedere practic, diverși autori [1, 2] au constatat că în majoritatea cazurilor reale $\alpha>2$ ceea ce implică

$$c = 1/\Phi(\alpha) \cong 1$$

În această situație, densitatea de probabilitate a variabilei Alfa se poate aproxima astfel :

$$\tilde{f}(t\,;\,\alpha,\beta) = \frac{\beta}{t^2\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{t}-\alpha\right)^2\right] \tag{8}$$

$$t>0, \qquad \alpha,\ \beta > 0$$

iar funcția de repartiție are forma :

$$\tilde{F}(t\,;\,\alpha,\beta) = 1-\Phi\left(\frac{\beta}{t}-\alpha\right) \tag{9}$$

3. — Estimarea parametrilor repartiției ALFA

În rezolvarea unor probleme legate de repartiția Alfa este necesar să se cunoască estimațiile parametrilor α și β.

Ca metodă de estimare a parametrilor se va alege metoda verosimilității maxime [3] pentru cazul selecțiilor complecte

Fie $t_1 t_2, \ldots, t_n$ observațiile făcute asupra variabilei T
Se formează funcția de verosimilitate :

$$L = \prod_{i=1}^{n} \tilde{f}(t_i\,;\,\alpha,\beta) = \frac{\beta^n}{(2\pi)^{n/2}\prod_{i=1}^{n} t_i^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\beta}{t_i}-\alpha\right)^2\right] \tag{10}$$

Prin logaritmare se obține :

$$\mathrm{Ln}L = n\ln\beta - 2\sum_{i=1}^{n}\ln t_i - \frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\beta}{t_i}-\alpha\right)^2 =$$

$$= n\ln\beta - \frac{1}{2}\beta^2\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i^2} + \alpha\beta\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} - \frac{n}{2}\alpha^2 - 2\sum_{i=1}^{n}\ln t_i - \frac{n}{2}\ln 2\pi \tag{11}$$

Derivînd relaţia de mai sus în raport cu α şi β, se obţine sistemul de ecuaţii :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \dfrac{n}{\hat{\beta}} - \hat{\beta} \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{t_i^2} + \hat{\alpha} \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{t_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \hat{\beta} \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{t_i} - n\hat{\alpha} = 0 \end{cases} \tag{12}$$

Rezolvînd sistemul (12) în raport cu $\hat{\alpha}$ şi $\hat{\beta}$ se obţin estimaţiile parametrilor şi anume :

$$\hat{\alpha} = \left[n \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i^2} - \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} \tag{13}$$

$$\hat{\beta} = n \left[n \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i^2} - \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \tag{14}$$

Cu aceste valori se poate estima durabilitatea medie teoretică, dată de formula :

$$\bar{T} = \frac{\beta}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \tag{15}$$

sau determina funcţia de siguranţă pentru diferite situaţii reale.

În tabelul de mai jos sînt înscrise valorile necesare estimării parametrilor α şi β pentru evaluarea durabilităţii unor burghie elicoidale de diametru 20 mm.

Aici t_i reprezintă durabilitatea măsurată în minute iar n_i prezintă frecvenţa.

Durabilitatea (t_i)	75	83	108	131	191	250	400
Frecvenţa (n_i)	20	50	65	66	40	20	5

Se observă că numărul total de valori observate este $\sum_{i=1}^{n} n_i = n = 266$

S-a alcătuit tabelul 1 în care sînt trecute expresiile necesare evaluării lui $\hat{\alpha}$ şi $\hat{\beta}$.

Tabelul 1

Nr.	$\frac{1}{t_i}$	$\frac{1}{t_i^2}$	$\frac{n_i}{t_i}$	$\frac{n_i}{t_i^2}$
1	0,01333	0,00017	0,26660	0,00340
2	0,01204	0,00014	0,60200	0,00700
3	0,00925	0,00008	0,60125	0,00520
4	0,00763	0,00006	0,49698	0,00396
5	0,00523	0,00003	0,20920	0,00012
6	0,00400	0,00002	0,08000	0,00040
7	0,00250	0,00001	0,01250	0,00005
Σ			2,26853	0,02013

S-a obținut așadar : $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} = 2{,}26853$; $\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i}\right)^2 = 5{,}14622$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i} = 0{,}02011, \quad n \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{t_i^2} = 5{,}342126$$

Cu aceste valori, cu formulele (13) și (14) rezultă :

$$\hat{\alpha} \cong 5 \text{ și } \hat{\beta} \cong 590$$

Durabilitatea medie de selecție este :

$$t^- = 135 \text{ minute}$$

în timp ce estimata durabilității medii teoretice calculată cu formula (15) este :

$$\overline{T} \cong 122 \text{ minute}$$

Moda-valoarea în jurul căreia se concentrează majoritatea timpilor de defectare este :

$$t_M \cong 110 \text{ minute}$$

4. — Verificarea durabilității efective

Cunoașterea legii de distribuție a durabilității și a valorilor parametrilor α și β face posibilă evaluarea durabilității burghielor elicoidale și verificarea rezultatelor obținute în urma unui număr mai mic de încercări experimentale.

În cazul prelucrării găurilor avînd diametrul de 20 mm ale unor carcase de aluminiu s-a calculat cu ajutorul formulei (1) durabilitatea efectivă a burghielor. A rezultat $T_{ef} = 125$ minute.

Pentru a vedea dacă această valoare corespunde cu rezultatele obținute anterior pe baze statistice s-a recurs la un test secvențial.

În cele ce urmează se va verifica ipoteza statistică H_0 : $\alpha = \alpha_0$ cu alternative H_1 : $\alpha = \alpha_1 (\alpha_0 < \alpha_1)$ presupunîd că parametrul β al repartiției ALFA este cunoscut.

Se va construi în acest scop testul secvenței al raportului de verosimilități [4].

Se poate scrie deci :

$$\frac{\prod_{i=1}^{n} f(t_i ; \alpha_1, \beta)}{\prod_{i=1}^{n} f(t_i ; \alpha_0, \beta)} = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\beta}{t_i} - \alpha_1\right)^2 - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\beta}{t_i} - \alpha_0\right)^2\right]\right\} =$$

$$= \exp\left\{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} - \frac{n}{2}(\alpha_1^2 - \alpha_0^2)\right\} \tag{16}$$

de unde prin logaritmare se obține :

$$\ln r_n = \beta(\alpha_1 - \alpha_0)\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} - \frac{n}{2}(\alpha_1^2 - \alpha_0^2) \tag{17}$$

Decizia se ia conform regulilor lui Wald [4] și anume :

1) dacă $$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} \leqslant \frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)}\ln B + \frac{n}{2\beta}(\alpha_1 + \alpha_0) \tag{18}$$

atunci se acceptă ipoteza H_0

2) dacă $$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} \geqslant \frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)}\ln A + \frac{n}{2\beta}(\alpha_1 + \alpha_0) \tag{19}$$

atunci se acceptă ipoteza H_1

3) dacă are loc dubla inegalitate

$$\frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)}\ln B + \frac{n}{2\beta}(\alpha_1 + \alpha_0) < \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} < \frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)}\ln A + \frac{n}{2\beta}(\alpha_1 + \alpha_0) \tag{20}$$

atunci se continuă experimental, efectuînd măsurătoarea $(n + 1)$

Pentru riscurile uzuale de 0,05 și 0,10 constantele de decizie : $\ln A$ și $\ln B$ au respectiv următoarele valori.

$$\ln A = 2{,}89038 \quad \text{și} \quad \ln B = -2{,}25380$$

Se testează durabilitatea unui lot de burghie elicoidale de 20 mm diametru pentru care s-a apreciat pe baza unor încercări anterioare că parametrul β al legii de tip ALFA are valoarea 360 și α este 3.

În acest caz, se pune problema verificării ipotezei statistice :

$$H_0 : \alpha_0 = 3 \qquad \text{cu alternativa} \qquad H_1 : \alpha_0 = 3{,}3$$

Să observăm că în cazul de față :

$$\frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)} \ln B = -0{,}02083$$

$$\frac{1}{\beta(\alpha_1 - \alpha_0)} \ln A = 0{,}02676$$

$$\frac{1}{2\beta(\alpha_1 + \alpha_0)} = 0{,}00875$$

S-au înregistrat și prelucrat rezultatele privind durabilitatea burghielor elicoidale avînd diametrul de 20 mm după cum urmează :
1) primul burghiu s-a uzat depășind limita de uzură admisibilă după $t_1 = 108$ minute.

Efectuînd calculele conform formulei (20) s-a obținut dubla inegalitate :

$$-0{,}01211 < 0{,}00925 < 0{,}03551$$

deci conform procedurii de decizie, experimental trebuie continuat.
2) pentru al doilea burghiu s-a depășit uzura admisibilă după $t_2 = 93$ minute. În acest caz s-a obținut :

$$-0{,}00336 < 0{,}02 < 0{,}04426$$

deci experimental a continuat.
3) pentru al treilea burghiu s-a obținut o durabilitate efectivă de $t_3 = 172$ minute.
Se obține deci :

$$0{,}00539 < 0{,}02581 < 0{,}05301$$

4) cel de al patrulea burghiu s-a uzat după $t_4 = 135$ minute.
S-a obținut conform cu formula 20 :

$$0{,}01414 < 0{,}03321 < 0{,}06176$$

ceea ce implică continuarea experimentului.
5) cel de al cincilea burghiu s-a uzat după $t_5 = 107$ minute S-a obținut :

$$0{,}02289 < 0{,}04265 < 0{,}07051$$

deci și în acest caz se continuă experimentul.
6) cel de al șaselea burghiu s-a uzat după $t_6 = 164$ minute.

S-a obținut

$$0{,}03164 < 0{,}04874 < 0{,}07926$$

deci se va efectua următoarea măsurătoare.
7) cel de al șaptelea burghiu s-a uzat după $t_7 = 80$ minute
S-a obținut :

$$0{,}04039 < 0{,}06124 < 0{,}08801$$

Experimentul continuă.
8) cel de al optulea burghiu s-a uzat după $t_8 = 203$ minute.
S-a obținut :

$$0{,}04914 < 0{,}06606 < 0{,}09676$$

Se continuă experimentul.
9) La cea de a noua încercare, burghiul s-a rupt după $t_9 = 21$ minute. În acest caz s-a obținut :

$$0{,}11377 > 0{,}10551$$

deci în acest caz se observă că trebuie acceptată ipoteza H_1 pentru care $\alpha = 3{,}3$.

Pentru această valoare a lui α moda repartiției ALFA este

$$t_M = \frac{360}{4}(\sqrt{3{,}3^2 + 8} - 3{,}3) \cong 93{,}5 \text{ minute}$$

Comparînd valoarea lui T_{ef} calculată cu valoarea t_M testată rezultă o diferență de circa 35 minute, care reprezintă 1/4 din valoarea durabilității calculate și 1/3 din cea evaluată statistic. Această diferență conduce-la adoptarea valorii $T = 93$ minute determinate în urma aplicării testului secvențial pentru a evita rebutarea pieselor prelucrate, distrugerea burghielor sau a mașinii de găurit.

Concluzii

Durabilitatea sculelor aşchietoare este o mărime aleatoare. Pentru evaluarea ei cît mai exactă este necesar să se cunoască legea de repartiție și valorile parametrilor legii.

Dacă durabilitatea efectivă trebuie să fie evalută cît mai exact aceasta se poate face cu ajutorul unui test secvențial.

Catedra de mașini-unelte și scule
Institutul politehnic„Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Kafev, P. G.*, Statistices kie metodi isledovoniia rejuscevo instrumenta, Mașinostroenie Moscova, 1968.
2. *Drujinin, G.V.*, Siguranța în funcționare a sistemelor Editura Tehnică, București, 1968.
3. *Johnson, N. L., Iesne, F. C.*, Statistics and experimental Design. John Wiley, New York, 1966.
4. *Wald, A.*, Posledovatelinli Analiz, Moskova, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.315

PUTEREA ELECTROMAGNETICA LA MAȘINILE ELECTRICE*

NICOLAE GALAN

1. Introducere

Distribuția cîmpului magnetic în întrefierul mașinilor electrice acceptată în teoria clasică necesită precizări cu privire la transmisia puterii prin întrefier.

În [1] pentru explicarea transmisiei puterii se are în vedere expresia cîmpului magnetic dedusă în ipoteze mai generale în raport cu ipotezele clasice. În [2] și [3] se evidențiază rolul cîmpului de scăpări în transmisia puterii prin întrefier. Studiul fluxului de putere care se transmite prin întrefier se bazează pe cunoașterea cît mai exactă a distribuției cîmpului magnetic, în [6] se face un studiu riguros al cîmpului magnetic în mașina asincronă. Fluxul vectorului Poynting printr-o suprafață închisă Σ, reprezintă puterea transmisă prin această suprafață:

$$P = \int_{\Sigma} \overline{S}\, \overline{dA} = \int_{\Sigma} (\overline{E} \times \overline{H}) \overline{dA} \tag{1}$$

Pentru ca fluxul de putere care intră sau iese din suprafața Σ să fie diferit de zero, este necesar ca componenta cîmpului electric $\overline{E}$ și componenta intensității cîmpului magnetic $\overline{H}$ din planul tangent la suprafața Σ să fie diferite de zero.

În sistemul de coordonate cilindric pentru cîmpul magnetic plan-paralel, caz în care intensitatea cîmpului electric are componentă numai după axa Oz (E_z) relația (1) devine:

$$P = \int_{\Sigma} E_z H_\theta \, dA \tag{2}$$

unde Σ este suprafața cilindrică care trece prin întrefier și include rotorul; părțile frontale ale suprafeței cilindrice nu contribuie la transmisia puterii

În complex simplificat relația (2) devine:

$$P = \int_{\Sigma} \underline{E}_z \underline{H}^* \mathrm{d}A \tag{3}$$

După cum s-a arătat în [9] vectorul Poynting nu este unic determinat, fapt care nu afectează problemele de interes practic în care se cere fluxul vectorului Poynting printr-o suprafață închisă Σ.

* Manuscris predat redacției la data de 21 decembrie 1973

2. Determinarea puterii transmise prin intrefier în cadrul teoriei clasice a mașinilor electrice.

Una din ipotezele în cadrul cărora se efectuează calculul cîmpului magnetic în întrefierul mașinilor electrice este aceea conform căruia cîmpul magnetic are o singură componentă, care are direcția razei și în consecință cîmpul magnetic din întrefier are spectrul ca în figura 1.

Deoarece componenta tangențială H_θ la suprafața Σ este zero în toate punctele acestei suprafețe, rezultă că fluxul de putere prin această suprafață este egal cu zero oricare ar fi direcția cîmpului electric $\bar{E}$. Luînd ca exemplu motorul asincron acest rezultat nu este adevărat nici la mersul în gol ideal, pentru că dacă puterea activă nu intră în discuție, puterea reactivă corespunzătoare energiei cîmpului magnetic din interiorul suprafeței Σ are o valoare importantă, mai ales în cazul în care suprafața Σ este trasată în vecinătatea armăturii inductoare, incluzînd întrefierul unde se află înmagazinată aproape întreaga energie a cîmpului electromagnetic.

Ar urma ca partea imaginară a relației (3) să fie diferită de zero, dar calculînd fluxul vectorului Poynting prin suprafața (fig. 1) se constată că acest flux este zero. La funcționarea în sarcină situația este la fel de

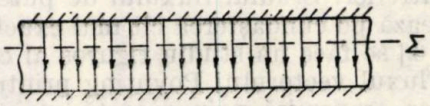


Fig. 1 Cîmpul magnetic în mașina idealizată

contradictorie deoarece cîmpul de reacție în întrefier are direcția după rază (calculul cîmpului de reacție fiind făcut în aceleași ipoteze) și nu după tangenta la suprafață așa cum se presupune în [10]. Deasemeni nu este adevărată nici afirmația că în regimul de scurtcircuit al motorului asincron nu se transmite putere spre rotor ; este cunoscut faptul că în acest regim se transmite spre rotor atît putere activă cît și putere reactivă, faptul că puterea utilă este zero nu poate conduce la ideia că nu se transmite putere spre rotor. Pentru explicarea transmisiei puterii la mașina sincronă se consideră că direcția cîmpului magnetic de reacție depinde de natura sarcinii ceea ce nu corespunde realității și de fapt se face o confuzie cu decalajul în timp a mărimilor considerate.

La mașina idealizată în oricare din regimurile de funcționare puterea calculată cu relația (3) este zero deoarece s-a neglijat în calculul cîmpului magnetic componenta tangențială a acestuia.

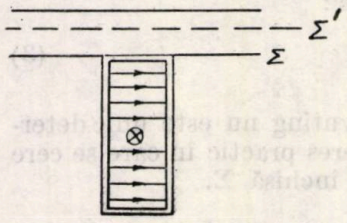


Fig. 2 Cîmpul magnetic de scăpări

Se constată că expresia clasică a cîmpului magnetic învîrtitor

$$B(\theta,t) = B_\delta \cos(\omega t - p\theta) \qquad (4)$$

nu satisface ecuația lui Laplace, ceea ce nu este în concordanță cu legile electromagnetismului.

Aceste rezultate contradictorii se explică prin aceea că la deducerea relației (4) s-au adoptat ipoteze simplificatoare : cîmpul magnetic fiind considerat radial și independent de rază. Aceste ipoteze nu influențează calculul concret al mașinilor electrice deoarece $B_{m\theta} < B_{mr}$, iar aceste componente variază foarte puțin cu raza pentru că $r \in [D/2, D/2 + \delta]$.

Dacă se are în vedere prezența crestăturilor, atunci transmisia de putere se poate explica pe baza cîmpului magnetic de scăpări din crestătură.

Pentru simplitatea calculelor în figura 2 s-au considerat crestături deschise. Dacă în crestătură se află N_c conductoare parcurse de curentul I_2, atunci cîmpul magnetic $\underline{H}_\theta$ în deschiderea crestăturii pe unde este trasată suprafața Σ va fi :

$$\underline{H}_\theta = \frac{N_c \underline{I}_2}{b_c} \tag{5}$$

Puterea care se transmite prin suprafața Σ va fi

$$\underline{P} = P_\theta + jP_r = \int_\Sigma (\underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}^*) d\bar{A} = \int_\Sigma \underline{E}_z \underline{H}_\theta^* dA = \int_0^{2\pi} \underline{E}_z \underline{H}_\theta^* L R d\theta \tag{6}$$

Dacă pe periferia armăturii considerate există Z_2 crestături iar une faze îi revin Z_2/m crestături, atunci din relațiile (5) și (6) se obține :

$$\underline{P} = \int_0^{2\pi} \underline{E}_z H_\theta^* L R d\theta = \frac{L R N_s \underline{I}_2^*}{b_c} \int_0^{2\pi} \underline{E}_{z2} d\theta = L N_c \sum_{q=1}^{Z_2/m} \underline{I}_2^* E_{zq} \tag{7}$$

deoarece conductoarele din cele Z_2/m crestături sînt conectate în serie. Cum crestăturile sînt identice se obține :

$$P = U_{2e} \underline{I}_2^* \tag{8}$$

unde $\underline{U}_{2e} = N_c \frac{Z_2}{m} L \underline{E}_z = 2wLE$ este tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea monofazată considerată.

Relația (8) s-a dedus în ipoteza că $H_\theta = 0$ în porțiunea dintelui, adică s-a considerat $\mu_{Fe} \approx \infty$. Rezultă că puterea se transmite spre înfășurarea considerată numai prin deschiderea crestăturii dacă în dinte permeabilitatea magnetică este infinită.

Deși puterea și prin urmare energia electromagnetică se transmite prin deschiderea crestăturii și nu prin dinte, totuși forțele se exercită asupra dintelui. Acest fapt nu este în contradicție cu teorema forțelor generalizate în cîmpul magnetic, deoarece această teoremă dă direcția și valoarea forței, fără însă să precizeze punctul de aplicație al forței.

Pentru crestătura închisă, la calculul cîmpului magnetic trebuie să se aibă în vedere că permeabilitatea magnetică μ_{Fe} este finită cel puțin în istmul crestăturii. Dacă permeabilitatea magnetică a istmului ar fi infinită, atunci nu ar fi posibilă transmisia puterii spre armătura indusă. În reali-

tate istmul este puternic saturat și permeabilitatea magnetică este relativ mică și deci are loc transferul de putere.

Acest fapt a fost posibil pentru că s-a luat o poziție particulară pentru suprafața Σ. Dacă se consideră suprafața Σ^1 (fig. 2) se constată că nu mai este posibil să calculăm fluxul de putere prin întrefier spre armătura indusă. Explicarea transmisiei puterii devine și mai dificilă în cazul cînd armătura indusă este masivă cum ar fi cazul motorului asincron cu rotor masiv sau a motorului sincron cu histerezis.

La aceste tipuri de motoare componenta tangențială a cîmpului magnetic în întrefier cît și în armătura indusă are valoarea maximă comparabilă cu valoarea maximă a componentei radiale [15], [17].

În asemenea cazuri neglijarea componentei tangențiale a cîmpului magnetic conduce la erori importante [17]. Dacă se consideră o mașină electrică cu armături netede și cu întrefier relativ mare pentru dispunerea înfășurărilor pe suprafața acestor armături atunci nu se poate apela la un cîmp de scăpări în sensul clasic pentru a explica transmisia puterii și cu toate acestea are loc un transfer de putere între cele două armături. Existența componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic este scoasă în evidență de relația $H_{\theta 3} - H_{\theta 2} = J_z$ unde $H_{\theta 3}$ este componenta tangențială a cîmpului magnetic în fierul statoric în imediata apropiere a suprafeței de separație pe care se află densitatea de curent J_z, iar $H_{\theta 2}$ este componenta tangențială a cîmpului magnetic în întrefier. O relație similară se poate scrie și pentru suprafața rotorică . Oricare ar fi tipul mașinii în întrefier cîmpul magnetic rezultant are și o componentă tangențială care face ca fluxul de putere radial să fie diferit de zero. În explicarea transmisiei puterii este util ca fluxul magnetic corespunzător componentei tangențiale a cîmpului magnetic să fie considerat ca un flux de scăpări.

3. Studiul cîmpului magnetic al mașinilor electrice.

Modelul idealizat al mașinii electrice clasice se prezintă de obicei sub forma indicată în figura 3. Acest model idealizat se prezintă în două variante după cum în întrefier este dispusă o spiră parcursă de curent sau se consideră un singur conductor în întrefier după [16].

În figura 3 s-a considerat varianta cu un singur conductor pentru precizarea și a altor probleme referitoare la calculul cîmpului magnetic.

La acest model trebuie conceput un circuit închis din care să facă parte conductorul considerat, iar porțiunea de circuit adăugat conductorului să nu influențeze valoarea cîmpului magnetic în domeniul considerat.

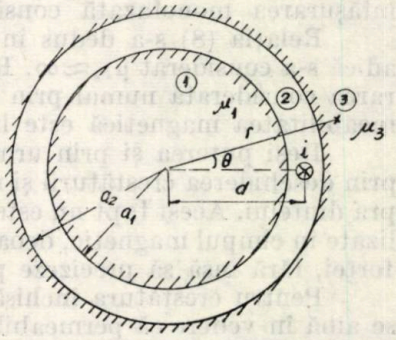


Fig. 3 Model idealizat cu un singur conductor în întrefier

Un astfel de circuit este realizabil din punct de vedere fizic, astfel conductorul de întoarcere se poate considera în exteriorul mașinii, paralel cu axa mașinii și la o distanță mare de axa mașinii, astfel ca contribuția acestui conductor la producerea cîmpului magnetic în întrefier să fie neglijabilă, sau se poate presupune că conductorul de întoarcere este de forma unei coji cilindrice a cărui axă coincide cu axa mașinii, mașina aflîndu-se în interiorul acestei coji; curentul fiind uniform repartizat cîmpul magnetic din interiorul cojii este nul.

După efectuarea calculelor se obțin următoarele expresii ale potențialului magnetic vector în zonele 1 și 3:

$$A_1 = \frac{i\mu_0}{2\pi}\left[\ln d + \left(1+\frac{1}{m_3}\right)\ln a_2\right] - \frac{i\mu_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{a_1}\right)^n \frac{\left(\frac{a_1}{d}\right)^n (m_3+1) - (m_3-1)\left(\frac{d}{a_2}\right)^n}{(m_1-1)(m_3-1)\varepsilon_1^{-2n} - (m_1+1)(m_3+1)}\cos n\,\theta$$

$$A_3 = \frac{i\mu_0}{2\pi m_3}\ln r - \frac{i\mu_0}{\pi}\sum\frac{1}{\pi}\left(\frac{a_1}{r}\right)^n \frac{(1-m_1)(a_1/d)^n + (m_1+1)(d/a_2)^n}{(m_1-1)(m_3-1)\varepsilon_1^{-2n}(m_1+1)(m_3+1)}\cos n\theta \qquad (9)$$

unde $m_1 = \mu_0/\mu_1$; $m_3 = \mu_0/\mu_3$; $\varepsilon = a_2/a_1$

Expresia potențialului magnetic vector A_1 permite calculul componentei radiale și a componentei tangențiale a inducției magnetice pe suprafața care mărginește rotorul. Componenta radială a inducției magnetice reprezintă inducția magnetică în întrefier B_δ; se poate face această aproximație deoarece întrefierul este mult mai mic decît celelalte dimensiuni ale mașinii, se obține:

$$(B_r)_{r=a_1} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_1}{\partial\theta}\right)_{r=a_1} \approx B_\delta \qquad (10)$$

Dacă $m_1 = m_3 = 0$ și $d = a_2$ atunci modelul considerat este chiar mașina idealizată. În aceste ipoteze după efectuarea calculelor din (9) și (10) se obține:

$$B_\delta = \frac{\mu_0\, i}{\pi}\sum\frac{\sin n\theta}{n} = \frac{\mu_0 i}{\pi\delta}\frac{\pi-\theta}{2} \qquad (11)$$

$$B_\theta = -\frac{\partial A_1}{\theta r} = \frac{\mu_0 i}{\pi\delta}\ln\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right);\ ;\ \delta = a_2 - a_1$$

Componenta B_δ are o variație liniară în întrefier, iar componenta B_θ are un maximum în punctul $\theta = \pi$ (fig. 4). Punctul unde se află conductorul reprezintă o singularitate pentru funcția care descrie distribuția cîmpului magnetic, deci cel puțin una din componente nu este definită în acest punct.

Expresiile (9) permit calculul tensiunii magnetice pe un arc de cerc cu centrul în axa modelului considerat, atît în rotor cît și în stator. Pentru stator se obține:

$$F_s = \lim_{m_3 \to 0} \int_0^{\theta} \frac{1}{\mu_3} \frac{\partial A_3}{\partial r} r \mathrm{d}\theta = \frac{i}{2\pi} \theta \quad (12)$$

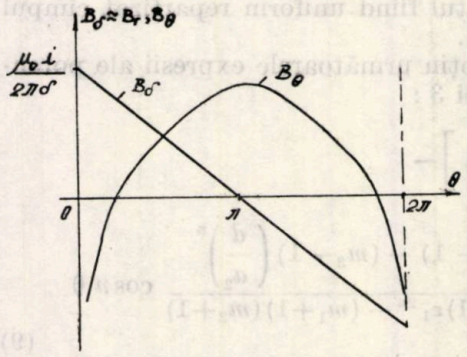


Fig. 4 Variația cîmpului magnetic în funcție de unghiul

iar pentru rotor

$$F_r = \lim_{m_1 \to 0} \int_0^{\theta} \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial r} r \mathrm{d}\theta = 0 \quad (13)$$

După cum se constată tensiunea magnetică F_s este determinată de primul termen din expresia potențialului magnetic vector A_3. În cazul în care în întrefier este dispusă o spiră atunci dispare primul termen deoarece conductoarele spirei sînt parcurse de curent în sens contrar, termenul considerat nu depinde de unghiul θ, iar conductoarele spirei sînt dispuse la aceiași distanță d.

Dacă $\mu_1 \approx \infty$ (rotorul și statorul se consideră fără crestături) nu se transmite energie spre rotor. Dacă μ_3 are o valoare foarte mare atunci $H_{\theta 3} = \frac{i}{2\pi r}$ și $H_{3r} = 0$, adică liniile de cîmp în zona 3 se prezintă sub forma unei familii de cercuri concentrice și mărimea cîmpului

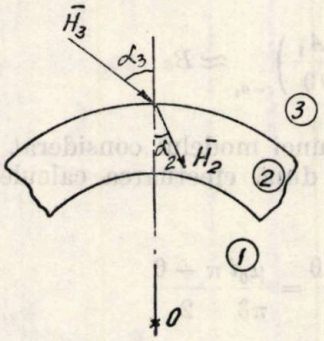


Fig. 5 Refracția liniilor de cîmp

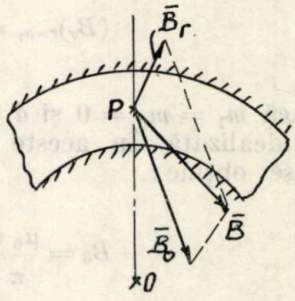


Fig. 6 Compunerea cîmpului inductor B cu cîmpul de reacție B

magnetic nu depinde de poziția conductorului în întrefier. Pentru suprafața cilindrică $r = a_2$ faptul că $H_{r3} = 0$ se poate stabili cu teorema refracției liniilor de cîmp aplicată la suprafața de separație a domeniilor 2 și 3 (fig. 5), adică

$$\mathrm{tg}\alpha_3 / \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{\mu_3}{\mu_0} \quad (14)$$

Dacă $\mu_3 \to \infty$ rezultă $\alpha_3 \to \frac{\pi}{2}$; în întrefier cîmpul magnetic are atît componentă tangențială cît și componentă radială și deci tg α_2 este finit, respectiv $0 < \alpha_2 < \frac{\pi}{2}$, prin urmare pentru $\mu_3 \to \infty$ rezultă $H_{r3} \to 0$.

Calculînd energia magnetică pentru volumul mărginit de suprafețele $r = a_2$ și $r = R$ cu lungimea egală cu unitatea rezultă

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{V_\Sigma} \bar{B}\bar{H}\, dV \approx \frac{i^2}{4}\mu_3 \ln\frac{R}{a_2};\ (R > a_2) \qquad (15)$$

Dacă $\mu_3 \to \infty$ atunci $i \to 0$ adică energia în volumul considerat nu tinde către infinit.

Compunînd cîmpul inductor cu cîmpul de reacție într-un punct din întrefier se obține cîmpul rezultant a cărui componentă radială este determinată în principal de cîmpul magnetic inductor. Componenta tangențială a cîmpului rezultant crește odată cu creșterea cîmpului de reacție (fig. 6).

Componenta tangențială a cîmpului de reacție determină transferul de putere spre rotor. Din acest punct de vedere componenta tangențială a cîmpului de reacție devine un regulator în transmiterea energiei spre armătura indusă. Studiul cîmpului magnetic al unui sistem fizic real se face pe modele idealizate, care pentru un același sistem fizic trebuie să

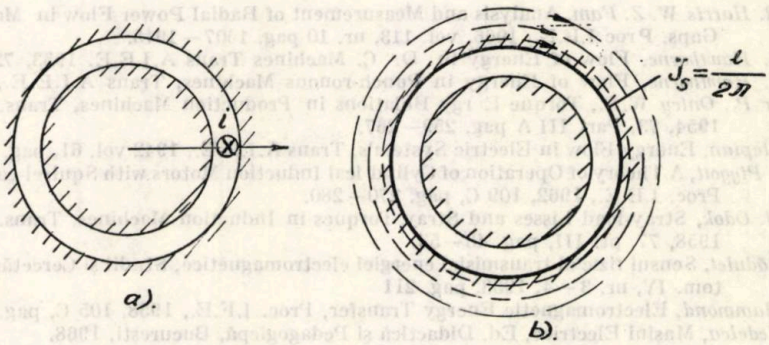


Fig. 7 Modele idealizate neechivalente

fie echivalente. De exemplu modelul din figura 7 a și modelul din figura 7 b nu sînt echivalente pentru că repartiția cîmpului magnetic în întrefier pentru cele două modele este complet diferită. Componentele cîmpului magnetic la modelul din figura 7 a sînt diferite de zero, iar la modelul din figura 7 b componenta radială este nulă în orice punct din interiorul suprafeței pe care se află pînza de curent uniform repartizată, la fel și componenta tangențială; doar în exteriorul acestei suprafețe componenta tangențială este diferită de zero. Adică conductorul filiform parcurs de curent nu poate fi echivalent cu o pînză de curent cilindrică uniform repartizată cu densitatea lineară $J_s = \frac{i}{2\pi}$. Dacă rezultatele coincid pentru cele două

modele, aceasta se datorește faptului că s-a considerat o curbă Γ particulară pentru care s-a aplicat legea circuitului magnetic și s-a făcut ipoteza că $H_{r_2} \neq 0$ [11]

Un model idealizat ca cel din figura 7 b nu este în nici un caz aplicabil la mașinile electrice.

4. Concluzii

După cum rezultă din studiul cîmpului electromagnetic vectorul Poynting are și o componentă tangențială care evidențiază faptul că în întrefier are loc o circulație de energie în sens tangențial. Această circulație de energie nu are consecințe fizice importante.

În această lucrare s-au evidențiat unele inconsecvențe ale teoriei clasice a mașinilor electrice în explicarea procesului de transmisie a energiei prin întrefierul mașinilor electrice. Aceste inconsecvențe se datoresc potezelor simplificatoare care s-au făcut la calculul cîmpului magnetic.

Catedra de mașini electrice.
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *H. R. Harris W. Z. Fam*, Analysis and Measurement of Radial Power Flow in Machine Air Gaps. Proc I.E.E., 1966, vol. 113, nr. 10 pag. 1607—1915.
2. *E. I. Hawthorne*, Flow of Energy in D. C. Machines Trans A.I.E.E. 1953, 72, part I.
3. *E. I. Hawthorne*, Flow of Energy in Punch-ronous Machines, Trans A.I.E.E., 1954, 73
4. *Alyer P., Onley W.R.*, Torque Energy Relations in Production Machines, Trans. A.I.E.E.. 1954, 73, Part III A pag, 259—267.
5. *I. S tepian*, Energy Flow in Electric System's, Trans A.I.E.E., 1942 vol. 61, pag. 835—842,
6. *L. S. Piggott*, A Theory of Operation of Cylind ical Induction Motors with Squirel-cage Rotors, Proc. I.E.E., 1962, 109 C, pag. 270—280.
7. *A. H. Odok*, Stray-load Lisses and Stray Torques in Induction Machines, Trans. A.I.E.E., 1958, 77, pt. III, pag. 43—53.
8. *R. Rădulet*, Sensul fizic al transmisiei energiei electromagnetice, Studii și Cercetări de fizică tom. IV, nr. 3—4, 1953, pag. 211
9. *P. Hammond*, Electromagnetic Energy Transfer, Proc. I.F.E., 1958, 105 C, pag. 352—356
10. *V. Nedelcu*, Mașini Electrice, Ed. Didactică și Pedagogicpă, București, 1968.
11. *T. Tănăsescu*, Transferul energiei electrice Electricitatea, nr. 8—9, 1952, pag. 9.
12. *P. L. Ager*, The Nature of Inductions Machines, Gordon and Breach, New York London, 1961.
13. *N. Vasilescu-Karpen*, Rolul electronilor în transmiterea energiei electrice și vectorul Umor Electricitatea, nr. 1—2, 1952, pag. 3.
14. *N. Galan*, Studiul cîmpului electromagnetic cu aplicație la motorul cu histerezis, Studii și Cercetări de Electrotehnică și Energetică, nr. 1, 1973, pag. 157—175.
15. *R. Bruderlin*, Uber eine graphische Zerlegring der Feld Erregerkurve einer unregelmassigen Mehrphasenwirelung in ihre Einzelwellen, Eektrotechnische Zeitschrirft, 1921, p. 1093—96
16. *N. Galan*, Transmisia puterii electromagnetice la mașinile electrice, Comunicare la Conferința II-a Electricienilor, 22—26—IX, 1969, Buc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z.: 621.3.013.5

DISPERSION MAGNETIC FIELD INDUCED BY THE MAGNETIZATION CURRENT IN ELECTRICAL TRANSFORMERS*

CONSTANTIN GHIȚĂ

1. Introduction

The dispersion magnetic field in the interior of an electrical transformer window can be considered as the superposition of two fields; one induced by the primary current $w_1 i_1$ and secondary current $w_2 i_2$ of the transformer, and the other induced by the magnetization current $w_1 i_{10}$. Between these currents there exists the relation

$$w_1 i_1 + w_2 i_2 = w_1 i_{10} \tag{1}$$

The neglecting of the magnetization current simplifies much the problem of the determination of the dispersion magnetic field in transformers and therefore in most paper this current in considered equal to zero. The present paper calculates the dispersion magnetic field induced by the magnetization current $w_1 i_{10}$. This current is non-sinusoidal and may be decomposed into Fourier series, the following relation

$$w_1 i_{10} = i_\mu = \sum_{\nu=1}^{\infty} i_{2\nu-1} \tag{2}$$

being obtained.

Each harmonics of the current $w_1 i_{10}$ will give a dispersion magnetic field. The effective value of the resulting magnetic field, induced by all harmonics of the magnetization current is calculated after expressing in effective values the magnetic field of each separate harmonics.

2. The resulting magnetic field

The resulting magnetic field induced by the non-sinusoidal current $w_1 i_{10}$ may be calculated the following simplifying assumptions:

— the curvature of windings is neglected, the configuration of the magnetic dispersion field being plane-parallel,

— the iron permeability is infinite,

— the displaments currents between the winding turns are neglected.

* Manuscript received 11 March 1975

If the two currents, that is primary and secondary, of the transformer are balanced, then the tangential component of the magnetic filed on the boundary Γ (Fig. 1) of the rectangular window is zero. In the window a conductor through which any current I flows is assumed. The tangential component created by the current I does not depend on the conductor position, but only on the current value and window geometrical dimensions. This fact permits the calculation of the dispersion magnetic field induced by the current $w_1 i_{10}$, taking into account only its value and not the conductor positions through which it flows.

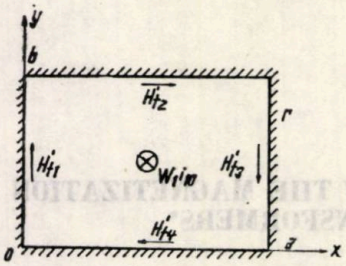


Fig. 1

The tangential component of the dispersion magnetic field on the boundary Γ produced by a sinusoidal current whose effective value is I, is calculated the with aid of the method presented in paper [1] and has the expression

$$H_t = IH'_t, \quad H'_t = \frac{F(\alpha)}{\sqrt{\sin\varphi \sin|\varphi - \alpha|}} \tag{3}$$

where the angle α is function of the window geometry, the angle φ depends on the position of the point on the boundary at which the component H_t is calculated and the non-linear function F depends on the angle α by means of the complete elliptical integrals of kinds I and II, whose expression is given in paper [1].

The quantity H'_t represents the tangential component of the dispersion magnetic field, determined by a sinusoidal current equal to 1 Ampere, which flows along the window. This quantity depends on the window geometry and on the point on the boundary at which it is calculated, but does not depend on the value of the current I. We introduce now the magnetic induction corresponding to the field $\bar{H}'$ and the vector potential corresponding to the same field, through the relations

$$\bar{B}' = \mu_0 \bar{H}', \quad \bar{B}' = \mathrm{rot}\bar{A}' \tag{4}$$

The quantities $\bar{B}'$ and $\bar{A}'$ are also independent of the value of the current I, such that for a given rectangle they have unique expressions. The vector potential $\bar{A}'$ for the present problem may be determined with the aid of the relation

$$\bar{A}'(x, y) = \frac{1}{\mu_0} \int_\Gamma G(x, y; x_0, y_0) \frac{\partial \bar{A}'(x_0 y_0)}{\partial n_0} ds_0, \tag{5}$$

where $G(x, y; x_0 y_0)$ is the Green function for the Laplace operator and boundary conditions of Neumann type, whose expression is deduced in paper [2] for the rectangular domain of dimensions a and b shown in Fig. 1. In the case of the plane-parallel field at any point of the boundary Γ, the ratio of the derivative upon the normal to that point of the vector potential A' to the vacuum permeability is equal to the tangen-

tial component of the field $\bar{H}'$. In this manner equation (5) may be written under the following equivalent form,

$$\bar{A}'(x,y) = \int_0^a [G(x,\ y\ ;\ x_0,\ b)H'_{t_2} + G(x,y\ ;\ x_0,\ 0)H'_{t_4}]\,dx_0 - \\ -\int_0^b [G(x,y\ ;\ a,\ y_0)\,H'_{t_3} + G(x,y\ ;\ 0,\ y_0)\,H'_{t1}]\,dy_0, \tag{6}$$

where H'_{t_1}, H'_{t_2}, H'_{t_3}, H'_{t_4} are the tangential components of the dispersion magnetic field induced by the unitary current on the four sides of the rectangle, components which are determined with the aid of relation (3).

The integrals in relation (6) may be conveniently solved if the four tangential components are analitically expressed under polynomial form. Taking account of the symmetry conditions of the problem, we may write the relations.

$$H'_{t_1}(y_0) = H'_{t_3}(y_0) = \sum_{j=0}^{k} a_j\, y_0^{k-j}$$
$$H'_{t_2}(x_0) = H'_{t_4}(x_0) = \sum_{j=0}^{k} b_j\, x_0^{k-j} \tag{7}$$

The coefficients a_j and b_j are determined by considering the correspondence of $k+1$ points on any two adjacent sides of the rectangle. At the corners, the tangential component H'_t calculated by relation (3) has infinite values. At the middle of the sides this component is minimum. Graphically represented in the system co-ordinates xoy the component H'_t resembles a parabola of degree 2. For this reason the determination of the dispersion magnetic field corresponding to the current $w_1 i_{10}$, is made accurately enough if the value 2 is given to the index k in expressions (7). Further, we find the expression of the vector potential $\bar{A}'$ and with the aid of relation (4) we determine the components of the dispersion magnetic induction, correspondend to the unitary current, upon the ox and oy axes, respectively.

$$B'_x(x,y) = R_1\left(\frac{2y}{b} - 1\right) - \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{b} R_2(m,n) \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} - \\ -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{b} R_4(m) \sin\frac{m\pi y}{b}$$
$$B'_y(x,y) = R_1\left(1 - \frac{2x}{a}\right) + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} R_2(m,n) \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} R_3(m) \sin\frac{m\pi x}{a}, \tag{8}$$

where we have denoted

$$R_1 = \frac{\mu_0}{a+b}\left(\frac{a_0 b^3 - b_0 a^3}{3} + \frac{a_1 b^2 - b_1 a^2}{2} + a_2 b - a b_2\right)$$
$$R_2(m,\ n) = \frac{4\mu_0}{\pi^4 ab\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}\left[\frac{2a^3 b_0 C_n (C_m - 1)}{m^2} - \right. \tag{9}$$

$$- \frac{2a_0b^3C_m(C_n-1)}{n^2} + \frac{a^2b_1C_n(C_m-2)}{m^2} - \frac{a_1b^2C_m(C_n-2)}{n^2}\Bigg]$$

$$R_3(m) = \frac{2\mu_0 a}{m^2\pi^2 b}\left[\frac{4a^2b_0(C_m-1)}{m^2\pi^2} + \frac{2a^2b_1(C_m-2)}{m^2\pi^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{a_0b^3C_m}{3} - \frac{a_1b^2C_m}{2} - ba_2C_m\right] \tag{9}$$

$$R_4(m) = \frac{2\mu_0 b}{m^2\pi^2 a}\left[\frac{a^3b_0C_m}{3} + \frac{a^2b_1C_m}{2} + ab_2C_m - \right.$$

$$\left. - \frac{4a_0b^3(C_m-1)}{m^2\pi^2} - \frac{2a_1b^2(C_m-2)}{m^2\pi^2}\right]$$

In relations (9) the quantities C_m and C_n are defined as follows; $C_p = 1 + \cos p\pi$.

If we now consider the relations (3) and (4), we may deduce the effective values of the components of the dispersion magnetic induction upon the axes ox and oy, respectively, given by the harmonics $2\nu - 1$ of the current $w_1 i_{10}$.

$$\begin{aligned} B_{x,\,2\nu-1}(x,\,y) &= I_{2\nu-1}B'_x(x,\,y) \\ B_{y,\,2\nu-1}(x,\,y) &= I_{2\nu-1}B'_y(x,\,y) \end{aligned} \tag{10}$$

where $I_{2\nu-1}$ is the effective value of the harmonics of order $2\nu - 1$ of the magnetization current.

The resulting disperion magnetic induction produced by all the harmonics of the current $w_1 i_{10}$ has for effective values, by components, the following expressions.

$$\begin{aligned} B_x(x,\,y) &= \sqrt{\sum_{\nu-1}^{\infty} B^2_{x,\,2\nu-1}(x,\,y)} = I_\mu B'_x(x,\,y) \\ B_y(x,\,y) &= \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} B^2_{y,\,2\nu-1}(x,\,y)} = I_\mu B'_y(x,\,y) \end{aligned} \tag{11}$$

where I_μ represents the effective value of the magnetization current.

3. Conclusion

The dispersion magnetic field calculated with the aid of relation given in this paper has small values for ordinary electrical transformers. Its values become much higher in the case of frequency ferromagnetic multipliers, mainly if they are equipped with d.c. premagnetization windings.

Elecrical Machines Departament
Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *J. Kulda* Tangential-Komponentenverlauf der magnetischen Feldstärke längs eines rechteck- oder vielekförmigen Magnetkreisses, Arch. für Elektrotch., 49, Band, Heft 3, 1964.
2. *I. Ciric,* Green Functions of the Laplace Operator for Internal Neumann Problems, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., 1970, 20, 3.
3. *C. Ghiță,* Calculul cîmpului magnetic de dispersie la transformatoare, Studii și Cercet. de Energ. și Electroth. Nr. 2, 1974.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVIII — 1976, Numărul 3
BUCUREȘTI

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.3.042

ANALIZA SI SINTEZA CIRCUITELOR RC ACTIVE CU AJUTORUL GRAFURILOR DE FLUENTA

TATIANA RĂDULESCU

Introducere

Vom considera rezolvate problemele privind aproximarea caracteristicilor de circuit impuse, descompunerea funcției de circuit în funcții elementare de ordinul doi. Se acceptă de asemenea ca metodă de sinteză, realizarea sintezei funcțiilor de transfer elementare, și conectarea în cascadă a celulelor rezultate.

În prezentul articol ne vom ocupa de studiul structurilor de circuit care asigură realizarea funcțiilor de circuit de ordinul doi. Se vor discuta numai circuitele realizate cu surse de tensiune comandate în tensiune și cu amplificatoare operaționale.

În analiza circuitelor prezentate s-a folosit metoda grafurilor de fluență, pentru construcția cărora s-a folosit metoda conductanțelor la noduri Pentru simplificarea grafului de fluență se separă, acolo unde este posibil, amplificatoarele sumatoare al căror graf este foarte simplu de construit.

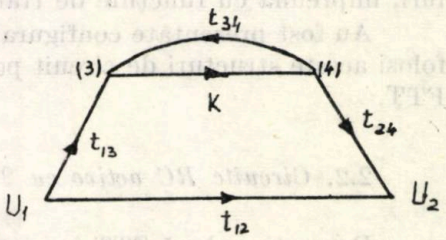


Fig. 1

În realizarea grafurilor de fluență prezentate în lucrare s-a folosit, ca graf de referință, graful general propus de Soderstrand și Mitra [11] prezentat în Fig. 1. Acest graf corespunde unui circuit cu n elemente active. Toate elementele active sînt separate din circuit, rămînînd din acesta nu n-port pasiv caracterizat de matricea t_{ij}.

* Manuscris predat redacției la data de 29 mai 1975

Grafuri de circuit și cirucuitele lor corespunzătoare.

2.1. *Circuite RC active cu o sursă de tensiune controlată în tensiune (STT).*

Pentru a elimina etajele separatoare dintre etajele de circuit corespunzătoare funcțiilor de circuit elementare, vom considera că ieșirea STT coincide cu ieșirea circuitului considerat.

Ne vom ocupa numai de funcții de transfer de tensiune. Notăm tensiunile de intrare și ieșire cu U_1, respectiv U_2.

În aceste condiții, graful de fluență va avea ca nod sursă nodul U_1, și ca nod sarcină nodul U_2. Aceasta înseamnă că, în graful din Fig. 1, $t_{42} = 0$

Deoarece U_2 este tensiunea de ieșire a STT, ea este determinată de relația :

$$U_2 = kU_i$$

unde U_i este tensiunea de intrare a STT și deci un nod interior pentru graf. Rezultă că $t_{12} = 0$ în graful de fluență din Fig. 1.

Unul din cele mai simple grafuri de fluență de acest tip este prezentat în Tabela Ia. El conține trei noduri.

Prin introducerea unui nod intern suplimentar în acest graf, se obțin grafuri noi care sînt prezentate în Tabela Ib, c, d, e, f, g.

Tabela I indică de asemenea circuitele corespunzătoare acestor graluri, împreună cu funcțiile de transfer de tensiune.

Au fost prezentate configurațiile de circuit cele mai generale. Putem folosi aceste structuri de circuit pentru realizarea FTJ, FTS, FTB, FOB, FTT.

2.2. *Circuite RC active cu 2 STT.*

Prezența a două STT în circuit implică existența în graful de fluență a două arce cu transmitanțe k_1 și k_2.

Transmitanțele k_1 și k_2 pot fi conectate în graful de fluență astfel :

a) k_1 și k_2 apar într-o cale directă separate între ele de un arc a cărui transmitanță este funcție de elementele pasive. Acest graf de fluență corespunde unui circuit cu două STT separate de un circuit pasiv. În Tabela II se prezintă patru grafuri de fluență de acest tip (a, b, c, d).

b) k_1 și k_2 au un nod comun și apar într-o cale directă. Grafurile de fluență corespunzătoare sînt prezentate în Tabela II e și f.

c) k_1 apare într-o cale directă și k_2 într-o cale de reacție (Tabela II g).

Tabela I

Graful de fluctuație Circuitul electric.

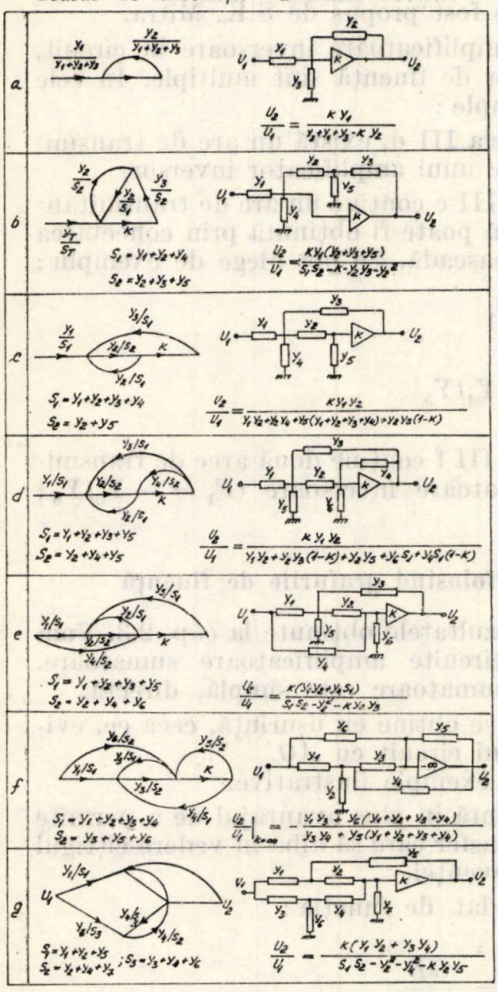
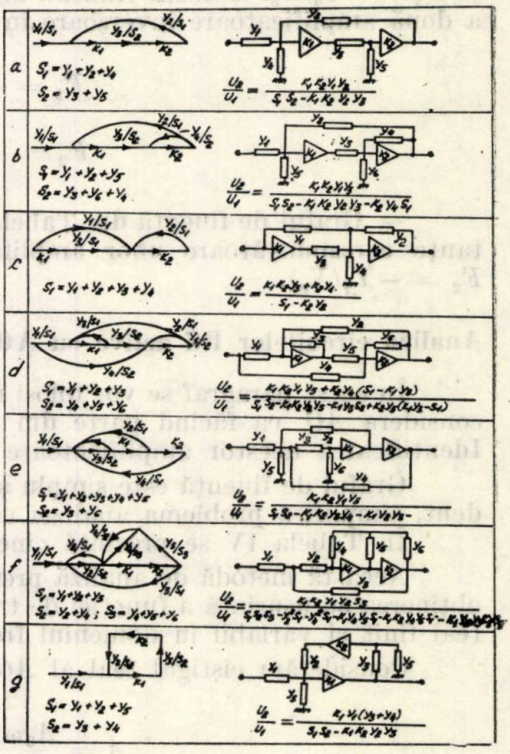


Tabela II

Graful de fluență Circuitul electric



2.3. *Circuite RC active cu amplificatoare operaționale (AO).*

Considerăm două aplicații ale *AO* : amplificatorul inversor și amplificatorul neinversor. Aceste circuite și grafurile lor de fluență sînt prezentate în Tabela III a și b. Ele permit realizarea funcțiilor de transfer :

$$F_1 = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{Y_1}{Y_2} \text{ pentru amplificatorul inversor}$$

$$F_2 = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Y_1 + Y_2}{Y_2} \text{ pentru amplificatorul neinversor.}$$

Dacă intrarea amplificatorului coincide cu ieșirea unui amplificator operațional, putem reprezenta acest amplificator în graful de fluență printr-un simplu arc cu transmitanță F_1 sau F_2.

Dacă folosim *AO* cu intrare diferențială, graful de fluență va conține ambele căi de amplificare k și $-k$, așa cum se exemplifică în Tabela III c. Circuitul corespunzător acestui graf a fost propus de S.K. Mitra.

Dacă admitem prezența unor amplificatoare inversoare în circuit, posibilitățile de construire a grafurilor de fluență sînt multiple. În cele ce urmează vom prezenta cîteva exemple :

— În graful de fluență din Tabela III d, există un arc de transmitanță $F(s) = -Y_1/Y_2$ și el corespunde unui amplificator inversor.

— Graful de fluență din Tabela III e conține un arc de transmitanță $F(s) = Y_4/Y_5$. Această transmitanță poate fi obținută prin conectarea a două amplificatoare inversoare în cascadă. Se pot alege de exemplu :

$$F_1 = -1$$

$$F_2 = -Y_4/Y_5$$

— Graful de fluență din Tabela III f conține două arce de transmitanțe corespunzătoare unor amplificatoare inversoare ($F_1 = -Y_5/Y_6$; $F_2 = -Y_7/Y_8$).

Analiza circuitelor RC active cu AO folosind grafurile de fluență

În acest paragraf se vor folosi rezultatele obținute la cap. 2.3. Vom considera *AO* ca făcînd parte din circuite amplificatoare sumatoare. Identificarea acestor amplificatoare sumatoare este simplă, directă.

Graful de fluență este simplu și se obține cu ușurință, ceea ce, evident, simplifică problema analizei unui circuit cu *AO*.

În Tabela IV se prezintă cinci exemple ilustrative.

Această metodă de analiză prezintă în plus avantajul de a permite obținerea cu ușurință a funcției de transfer care să aibă în vedere cîștigul real finit și variabil în domeniul frecvenței.

Considerăm cîștigul real al *AO* dat de funcția :

$$A = \frac{A_0\omega_a}{s+\omega_a} = \frac{GB}{s+\omega_a}$$

Cîștigul real F al amplificatorului inversor este dat de relația :

$$F = -\frac{F_0}{1+F_0}\,\frac{GB}{s+BG(1+F_0)} \qquad (1)$$

unde

$$F_0 = Y_1/Y_2$$

Funcția de transfer a circuitului, care are în vedere caracteristica reală de cîștig a *AO*, se obține direct din funcția de transfer corespunzătoare circuitului ideal înlocuind pe F(s) cu o funcție de forma (1).

Tabela III

Graful de fluență Circuitul electric

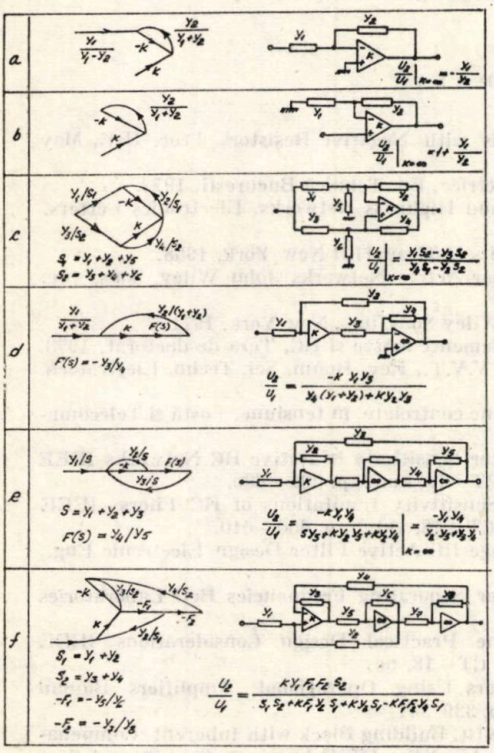
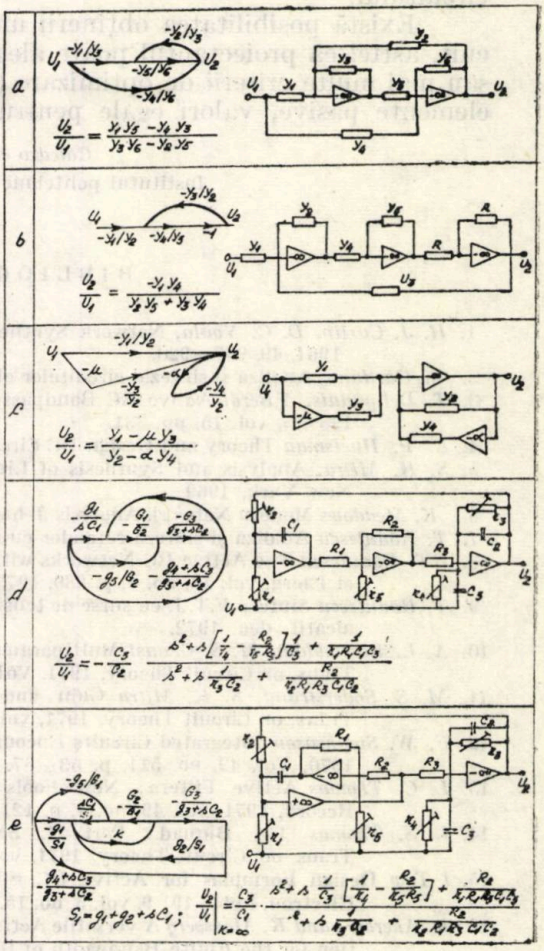


Tabela IV

Graful de fluență Circuitul electric



Concluzii

Au fost prezentate grafuri de fluență care permit realizarea funcțiilor de transfer de tensiune.

Se consideră grafurile de fluență corespunzătoare circuitelor cu STT și se expune metoda de construire a acestora. S-a folosit în construirea grafului de fluență, metoda conductanței la noduri.

Se prezintă grafurile de fluență corespunzătoare circuitelor cu 1, 2 și 3 STT. Sînt prezentate în tabele grafurile de fluență împreună cu circuitele și funcțiile de transfer corespunzătoare.

Se prezintă o metodă simplificată de analiza circuitelor *RC* active cu mai multe *AO*, luînd în considerare cîștigul real al *AO*,

Structuri particulare de circuit (FTJ, FTS, FTB, FOB, FTT, funcții bipatratice generale) se obțin prin particularizarea admitanțelor circuitului.

Există posibilitatea obținerii unui număr mare de structuri de circuit, astfel că proiectantul poate alege una din ele avînd în vedere unul sau mai multe criterii de optimizare (cost, senzitivitate, număr minim de elemente pasive, valori egale pentru rezistențe sau capacități, etc.)

Catedra de radio telefonie-telegrafie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *H. J. Carlin, D. C. Youla*, Network Synthesis with Negative Resistors, Proc. IRE, May 1961, 49, 907—920.
2. *Gh. Carlianu*, Analiza și sinteza circuitelor electrice, Ed. Tehnică București, 1972.
3. *T. Deliyannis, Y Berdi* Active RC Bandpass and Highpass Networks, Electronics Letters. 1969, 5, vol. 15, pp. 331.
4. *L. P. Huelsman* Theory and Design RC Circuits McGraw-Hill New York, 1968.
5. *S. K. Mitra*, Analysis and Synthesis of Linear Active Networks John Wiley, Sons. Inc. New York, 1969.
6. *K. Meadows* Modern Network Analysis John Wiley Sons. inc., New York, 1971.
7. *T. Rădulescu* Analiza și sinteza rețelelor cu elemente active și RC, Teza de doctorat, 1973.
8. *RT. Rădulescu* The Active RC Networks with V.V.T., Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotech. et Elerg. vol. 18, no. 4, p. 689, 1973.
9. *T. Rădulescu* Sinteza F.T.J. cu surse de tensiune controlate în tensiune, Poștă și Telecomunicații, dec. 1972.
10. *A. L. Rosemblum, M. S. Ghausi* Multiparameter Sensitivity in Active RC Networks IEEE Trans. on Circuit Theory, 1971, Vol CT—18, no. 6, p. 592—600.
11. *M. S. Soderstrand, S. K. Mitra* Gain and Sensitivity Limitations of RC Fiers IEEE Trans. on Circuit Theory, 1971, vol. CT—18, vol. 6, p. 600—610.
12. *F. W. Stephenson* Integrated Circuits Encourage RC Active Filter Design Electronic Eng., 1970, Vol. 42, no. 511, p. 63—67.
13. *L. C. Thomas* Active Filters: New Fools for Seperating Frequencies Bell Laboratories Record, 1971, vol. 49, no. 4, p. 121.
14. *L. S. Thomas* The Biquad: Part. I. Some Practical Design Considerations IEEE Trans. on Circuit Theory, 1971, vol. CT—18, no.
15. *l Tow* Design Formulas for Active PC Filters Using Operational Amplifiers Biquad Electron. Lett, 19 9, vol. 5, no. 15, p. 339 341.
16. *D. Akerberg and K. Mossberg* A versatile Active RC Building Block with Inberent Compenation for the Finite Bandwidth of the Amplifier IEEE trans. on Circuits and Syss tems, vo. CAS-21, 1974 no. 1, p. 75.
17. *D. Akergberg* . Low Sensitive Easily Trimmed Standard Building Block for Active RC Filters Electron. Lett, 1969, vol. 5, p. 528.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно -исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel q'il se présente. il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

Tiparul executat la Întreprinderea Poligrafică „Informaţia" c. 1513

40320